

II-14

山地河川における融雪流出解析

北海道大学大学院工学研究科 正会員 中山恵介
 北海道大学大学院工学研究科 ○学生員 伊藤 哲
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 藤田睦博

1. はじめに

北海道のような積雪地帯において、融雪水は農業用水、生活用水といった重要な役割を担っている反面、春先における融雪洪水等の災害を引き起こす重要な要因でもある。

著者らはこれまで、土中の浸透現象を考慮し河川流域を矩形グリッドで覆い差分法を用いることで、各グリッドにおける水分移動を考慮した流出モデルを構築し¹⁾、夏場においてよい再現性が得られた。しかし、冬期における流出量の推定は困難で、特に3月、4月といった融雪期における流出量の推定には、気温、日射量、潜熱、顕熱といったさまざまな要因が関わってくる。

本研究の目的は、融雪量の空間分布を検討し、上記に述べた流出モデルとの融合を行い融雪期にも適用できる流出モデルを構築することである。簡便な融雪モデルとして気温のみに着目した degree-day 法や degree-hour 法²⁾があげられるが、地形勾配に着目した空間的な融雪量の推定には気温データのみでは不十分である。そこで本論文では熱収支方程式を用い、地形勾配による日射量の空間分布を計算することで融雪量を各グリッドごとに推定した。

2. 熱収支方程式

融雪現象は、積雪面における熱収支を考えることで表現される。

積雪面における熱収支は図-1で示されるように以下の式で表わされる³⁾。

$$Q_c = R - \varepsilon\sigma T_s^4 - H - lE + Q_B + Q_R \quad (1)$$

$$R = (1 - \text{ref})S + \varepsilon L \quad (2)$$

ここで、 Q_c : 積雪層が表面および底面から得る正味のエネルギー(融雪に使われるエネルギー)(W/m^2)、 R : 入力放射量(W/m^2)、 ε : 積雪の射出率、 σ : ステファン-ボルツマン定数($W/m^2/K^4$)、 T_s : 積雪表面温度(K)、 H : 顕熱(W/m^2)、 lE : 潜熱(W/m^2)、 Q_B : 積雪底面か

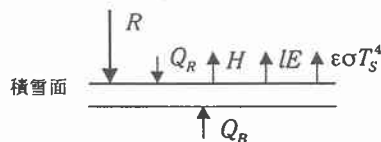


図-1 積雪面における熱収支

らの地中伝導熱(W/m^2)、 Q_R : 雨の熱量(W/m^2)、 S : 水平面日射量(W/m^2)、 L : 下向き大気放射量(W/m^2)、 ref : 積雪面のアルベドである。

H , lE は、以下の式で与えられる³⁾。

$$H = c_p \rho C_H U (T_s - T) \quad (3)$$

$$lE = l \rho C_E U [q_{sat}(T_s) - q] \\ = l \rho C_E U [(1 - rh)q_{sat}(T) + \Delta \cdot (T_s - T)] \quad (4)$$

$$\Delta = \frac{dq_{sat}}{dT} \quad (5)$$

ここで、 c_p : 空気の定圧比熱($J/kg/K$)、 ρ : 空気密度(kg/m^3)、 C_H , C_E : それぞれ顕熱および潜熱に対するバルグ輸送係数、 U : 風速(m/s)、 T : 気温(K)、 l : 水の気化潜熱(J/kg)、 $q_{sat}(T_s)$, $q_{sat}(T)$: それぞれ気温および積雪表面温度に対する飽和比湿、 q : 比湿、 rh : 相対湿度である。簡単な融雪量推定の際には、上記の式において Q_B , Q_R は無視できる。

ここで、 T_s を求めるために $Q_c = 0$ と仮定し、 T_s について解くと式(6)が得られる³⁾($C_H = C_E$ と近似した)。

$$T_s = \frac{R - \varepsilon\sigma T_s^4 - l\rho C_H U (1 - rh)q_{sat}(T)}{4\varepsilon\sigma T_s^3 + (l\Delta + c_p)\rho C_H U} + T \quad (6)$$

式(6)において $T_s < 0^\circ C$ の場合は融雪は起こらない。 $T_s > 0^\circ C$ の場合は融雪が生じ、 $T_s = 0^\circ C$ と置き換える。 T_s がわかれば H , lE が求められ、 Q_c が求められる。よって次の式により融雪深 M_s が求められる。

$$M_s = Q_c / (\rho_s L_f) \quad (7)$$

ここで、 M_s : 融雪深(m/s)、 ρ_s : 雪の密度(kg/m^3)、 L_f : 氷の融解熱(J/kg)である。なお、これまでの式における各パラメーターは以下のように与えられる³⁾

$$l = 2.50 \times 10^6 - 2400T \quad (8)$$

Run-Off Analysis including Snow Melt in a Mountainous Region
 by Keisuke NAKAYAMA, Satoshi ITO and Mutsuhiro FUJITA.

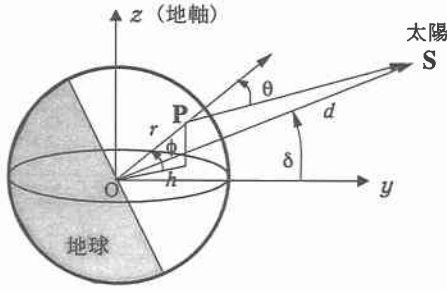


図-2 観測点Pと各パラメーターとの関係

$$\rho = 1.293 \times \frac{273.15}{273.15 + T} \left(\frac{p}{1013.25} \right) (1 - 0.378 \frac{e}{p}) \quad (9)$$

$$q_{sat}(T) = \frac{0.622(e_{sat}/p)}{1 - 0.378(e_{sat}/p)} \quad (10)$$

$$e_{sat} = 6.1078 \times 10^{9.57/(265.3+T)} \quad (11)$$

$$\frac{dq_{sat}}{dT} = \frac{de_{sat}}{dT} \times \frac{0.622p}{(p - 0.378e_{sat})^2} \quad (12)$$

$$\frac{de_{sat}}{dT} = \frac{6.1078 \times 2834 \times 10^{9.57/(265.3+T)}}{0.4615(273.15 + T)^2} \quad (13)$$

ここで、 p ：大気圧、 e ：水蒸気圧、 e_{sat} ：飽和水蒸気圧である。これらの式においては温度および気圧の単位は(°C)、(hPa)である。

3. 短波放射 (日射量)

融雪を起こす原因となる入力値 R (式(2))は、 S (短波放射)および L (長波放射)で表わされる。

地表面における水平面日射量 S は、大気上端における水平面日射量 S_0 の関数として以下のように表わされる⁹⁾。

$$\frac{S}{S_0} = a + b \left(\frac{N + \Delta N}{N_0} \right) \quad \left(0 < \frac{N}{N_0} \leq 1 \right) \quad (14)$$

$$= c \quad \left(\frac{N}{N_0} = 0 \right)$$

$$N_0 = \frac{2H'}{0.2618} \quad (15)$$

$$H' = \cos^{-1}(-\tan \phi \tan \delta) \quad (16)$$

$$\delta = \sin^{-1}(0.398 \sin a_2) \quad (17)$$

$$a_2 = 4.871 + \eta + 0.033 \sin \eta \quad (18)$$

$$\eta = (2\pi/365)i \quad (19)$$

ここで、 N ：日照時間(hr)、 N_0 ：可照時間(hr)、 ΔN ：補正值(回転式日照計で0)、 a 、 b 、 c ：定数(回転式日照計で $a=0.244$ 、 $b=0.511$ 、 $c=0.118$)、 H' ：太陽の日の出から南中までの時角(rad)、 ϕ ：緯度(rad)、 δ ：太

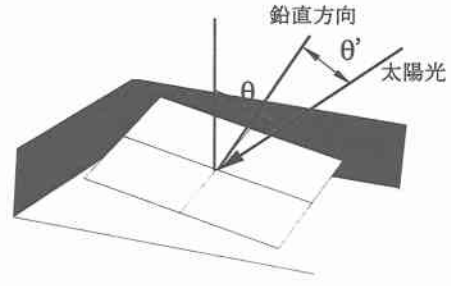


図-3 傾斜した平面に対する太陽光の入射角度 θ'

陽の赤緯(rad)、 i ：1年の i 番目の日を表わすパラメーターである。

水平面日射量 S_0 は以下の式で与えられる⁹⁾。

$$S_0 = I_{00} \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 \cos \theta \quad (20)$$

$$\cos \theta = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos h \quad (21)$$

$$\left(\frac{d_0}{d} \right)^2 = 1.00011 + 0.034221 \cos \eta + 0.00128 \sin \eta + 0.000719 \cos 2\eta + 0.000077 \sin 2\eta \quad (22)$$

ここで、 I_{00} ：太陽定数(W/m²)、 d 、 d_0 ：太陽、地球間の距離およびその平均値、 θ ：天頂角(rad)、 h ：太陽の南中からの時角(rad)である。

図-2に観測点および太陽と各パラメーターとの関係図を示す。図中における r は、地球の半径を表わしている。

実際の地形について日射量を推定する場合、地形勾配による日射量の違いを考える必要がある。そこで、水平面を東西および南北方向に傾けた地形に注がれる日射量について検討した。

図-2において観測点および太陽の位置ベクトル \overline{OP} および \overline{OS} は、以下のように表わされる。

$$\overline{OP} = \begin{pmatrix} r \cos \phi \sin h \\ r \cos \phi \cos h \\ r \sin \phi \end{pmatrix} \quad \overline{OS} = \begin{pmatrix} 0 \\ d \cos \delta \\ d \sin \delta \end{pmatrix} \quad (23)$$

観測点Pが南北方向(緯度方向)に θ_1 、東西方向(観測点において南北方向と垂直な方向)に θ_2 だけ傾いた平面上にあると仮定する。図-3に示されるように、傾斜した平面に注がれる太陽光の入射角度を θ' と定義すると、 θ' は θ よりも法線の傾き分だけ傾いていることになる。そこで観測平面の法線を原点を中心に南北方向、東西方向にそれぞれ θ_1 、 θ_2 だけ回転させ、このベクトルを求める。

はじめに、点Pを原点Oを中心に東西方向に θ_2 だけ回転させる。点Pの移動先を点P'とする。

点P'の位置ベクトル($\overline{OP'}$)は、図-2を参照して以下のように求められる。

$$\overline{OP'} = (x, y, z) \quad (24)$$

$$z = r \cos \theta_2 \sin \phi \quad (25)$$

$$\begin{aligned} x &= R \sin(h - \alpha) \\ &= R(\sin h \cos \alpha - \cos h \sin \alpha) \\ &= r(\sin h \cos \theta_2 \cos \phi - \cos h \sin \theta_2) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} y &= R \cos(h - \alpha) \\ &= R(\cos h \cos \alpha + \sin h \sin \alpha) \\ &= r(\cos h \cos \theta_2 \cos \phi + \sin h \sin \theta_2) \end{aligned} \quad (27)$$

$$R = r\sqrt{1 - \cos^2 \theta_2 \sin^2 \phi} \quad (28)$$

$$\sin \alpha = \frac{r \sin \theta_2}{R}, \quad \cos \alpha = \frac{r \cos \theta_2 \cos \phi}{R} \quad (29)$$

$$\therefore \overline{OP'} = \begin{pmatrix} r(\sin h \cos \theta_2 \cos \phi - \cos h \sin \theta_2) \\ r(\cos h \cos \theta_2 \cos \phi + \sin h \sin \theta_2) \\ r \cos \theta_2 \sin \phi \end{pmatrix} \quad (30)$$

同様にして点P'を原点Oを中心に南北方向に θ_1 だけ回転させ、点P'の移動先を点P''とすると点P''の位置ベクトル($\overline{OP''}$)は以下のように求められる。

$$\overline{OP''} = (x, y, z) \quad (31)$$

$$z = r \cos \theta_2 \sin(\phi - \theta_1) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x &= R' \sin(h - \beta) \\ &= r(\sin h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) - \cos h \sin \theta_2) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} y &= R' \cos(h - \beta) \\ &= r(\cos h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) + \sin h \sin \theta_2) \end{aligned} \quad (34)$$

$$R' = r\sqrt{1 - \cos^2 \theta_2 \sin^2(\phi - \theta_1)} \quad (35)$$

$$\sin \beta = \frac{r \sin \theta_2}{R'}, \quad \cos \beta = \frac{r \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1)}{R'} \quad (36)$$

$$\therefore \overline{OP''} = \begin{pmatrix} r(\sin h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) - \cos h \sin \theta_2) \\ r(\cos h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) + \sin h \sin \theta_2) \\ r \cos \theta_2 \sin(\phi - \theta_1) \end{pmatrix} \quad (37)$$

求めたい天頂角 θ' は、傾斜面の法線ベクトル $\overline{OP''}$ と、観測点と太陽を結ぶ \overline{PS} のなす角度である。よって以下のように θ' が得られる。

$$\begin{aligned} \overline{PS} &= \overline{OS} - \overline{OP} \\ &= \begin{pmatrix} -r \cos \phi \sin h \\ d \cos \delta - r \cos \phi \cos h \\ d \sin \delta - r \sin \phi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\cos \theta' = \frac{\overline{OP''} \cdot \overline{PS}}{|\overline{OP''}| \cdot |\overline{PS}|} \quad (39)$$

$$|\overline{OP''}| = r \quad (40)$$

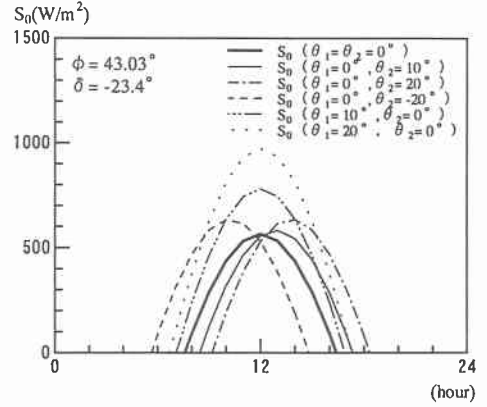


図-4 傾斜角度の違いによる S_0 の日変化の比較

$$\begin{aligned} |\overline{PS}| &= \sqrt{((-r \cos \phi \sin h)^2 + (d \cos \delta - r \cos \phi \cos h)^2 \\ &\quad + (d \sin \delta - r \sin \phi)^2)^{1/2}} \\ &= d \left(1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2 - 2\left(\frac{r}{d}\right)(\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos h)\right)^{1/2} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \overline{OP''} \cdot \overline{PS} &= -r \cos \phi \sin h \cdot r(\sin h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) - \cos h \sin \theta_2) \\ &\quad + (d \cos \delta - r \cos \phi \cos h) \cdot r(\cos h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) \\ &\quad + \sin h \sin \theta_2) + (d \sin \delta - r \sin \phi) \cdot r \cos \theta_2 \sin(\phi - \theta_1) \\ &= -r^2 \cos \phi \sin h (\sin h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) - \cos h \sin \theta_2) \\ &\quad + dr \cos \delta (\cos h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) + \sin h \sin \theta_2) \\ &\quad - r^2 \cos \phi \cos h (\cos h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) + \sin h \sin \theta_2) \\ &\quad + dr \sin \delta \cos \theta_2 \sin(\phi - \theta_1) \\ &\quad - r^2 \sin \phi \cos \theta_2 \sin(\phi - \theta_1) \end{aligned} \quad (42)$$

ここで、 $d \gg r$ とすることで $\cos \theta'$ を得る。

$$\begin{aligned} \therefore \cos \theta' &= \frac{\overline{OP''} \cdot \overline{PS}}{|\overline{OP''}| \cdot |\overline{PS}|} \\ &= \cos \delta (\cos h \cos \theta_2 \cos(\phi - \theta_1) + \sin h \sin \theta_2) \\ &\quad + \sin \delta \cos \theta_2 \sin(\phi - \theta_1) \end{aligned} \quad (43)$$

なお東西方向の傾き θ_2 が小さい場合には、式(21)において ϕ, h をそれぞれ $\phi - \theta_1, h - \theta_2$ とした以下の式で近似できる。($|\theta_2| = 10^\circ$ 程度の場合)

$$\cos \theta' = \sin \delta \sin(\phi - \theta_1) + \cos \delta \cos(\phi - \theta_1) \cos(h - \theta_2) \quad (44)$$

図-4に傾斜角度の違いによる S_0 の日変化の比較を示す。緯度 ϕ は札幌市の北緯 43.03° 、赤緯 δ は -23.4° (冬至)とした。東西方向のみ傾斜させた場合($\theta_2 = 10^\circ, 20^\circ$)と南北方向のみの場合($\theta_1 = 10^\circ, 20^\circ$)について計算した。これにより地形勾配により場

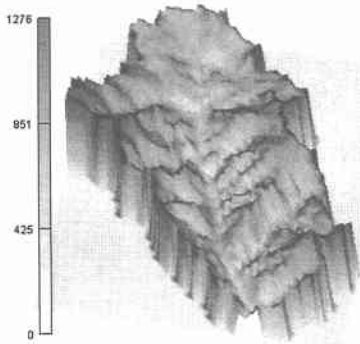


図-5 定山溪ダム流域の鳥瞰図

での日射量がかなり異なることがわかる。南北方向の傾斜は緯度方向の回転であるため、北半球の場合 θ_2 が大きくなる(南向きに傾く)につれ可照時間が伸び日射量が上昇する(図の二点鎖線, 点線)。一方東西方向は、 θ_2 の絶対値が小さい時($|\theta_2|=10^\circ$ 程度)は可照時間のずれ(図-4において水平にスライドする)として近似できるが、絶対値が大きくなるにつれて日照量も上昇する(θ_2 が+の時は右上に(一点鎖線)移動)、-の時は左上に(破線)移動)。これは赤道以外では東西方向が厳密には経度方向と一致しないため、北半球の場合は θ_2 の増加に伴い南向きになるからである(近似式(44)が成り立たなくなる)。

4. 長波放射

長波放射の推定式として以下の式を用いるものとする⁵⁾。

$$L_f = (0.74 + 0.19x_1 + 0.07x_1^2)\sigma T^4 \quad (45)$$

$$x_1 = \log_{10} \omega_{top} \quad (46)$$

$$L = \sigma T^4 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{L_f}{\sigma T^4} \right) C \right\} \quad (47)$$

$$C = 0.826A^3 - 1.234A^2 + 1.135A + 0.298 \quad (0 < A \leq 1) \quad (48)$$

$$= 0.2235 \quad (A = 0)$$

$$A = \frac{N}{N_0} \quad (49)$$

ここで、 L_f : 快晴時の下向き長波放射量(W/m²)、 ω_{top} : 有効水蒸気量の全量(0.1cm < ω_{top} < 6cm)、 L : 雲がある時の下向き長波放射量(W/m²)、 A : 日照率である。

式(47)は1日の日照時間 N の関数であり、本来日平均値を求める式であるが、本論文においては A を1日中一定であると、 L を瞬間値として扱う。

表-1 計算に用いた各パラメーター

$\varepsilon=0.97$	$\sigma=5.67 \times 10^{-8} \text{ (W/m}^2\text{/K}^4\text{)}$
$ref=0.40$	$c_p=1005 \text{ (J/kg/K)}$
$\rho=1.2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$	$C_H=C_E=0.015$
$rh=0.7$	$p=1013.0 \text{ (hpa)}$
$\Delta N=0.0$	$a=0.244$
$b=0.511$	$c=0.118$
$I_{00}=1365 \text{ (W/m}^2\text{)}$	$\phi=43.03 \times \pi/180 \text{ (rad)}$
$\omega_{top}=1.8 \text{ (cm)}$	$\rho_s=250.0 \text{ (kg/m}^3\text{)}$
$L_f=334000 \text{ (J/kg)}$	$\Delta x=\Delta y=250 \text{ (m)}$

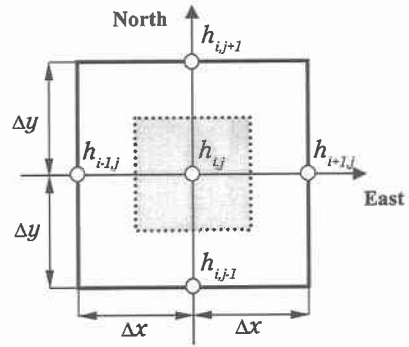


図-6 各グリッド点の標高

5. 地形データを用いた日射量分布の推定

実際の地形データを用いて日射量の空間分布を計算した。計算対象流域は図-5に示される、北海道札幌市定山溪ダム流域(流域面積69km²)である。標高データはGISによる $\Delta x=\Delta y=250\text{m}$ 間隔で与えている。各点の傾斜角度を、上記の標高データを用いて以下の式で近似した。(図-6参照)

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{\partial h_{i,j}}{\partial x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{h_{i+1,j} - h_{i-1,j}}{2\Delta x} \right) \quad (50)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{\partial h_{i,j}}{\partial y} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{h_{i,j+1} - h_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)$$

ここで、 $h_{i,j}$: 点(i, j)における標高、 $\Delta x, \Delta y$: 東西および南北方向のメッシュ間隔である。

記録的な豪雪となった1996年の、4月1日における日射量を各点ごと、1時間おきに計算した。表-1に計算で用いた各パラメーターの値を示す⁵⁾。日照時間は札幌市中央区のデータを⁶⁾、風速および気温はSNETによる定山溪下水処理場のデータを用い、今回は特に地形勾配に着目している点からこれらの値は全流域で一定値とした。また雪質により値の変化

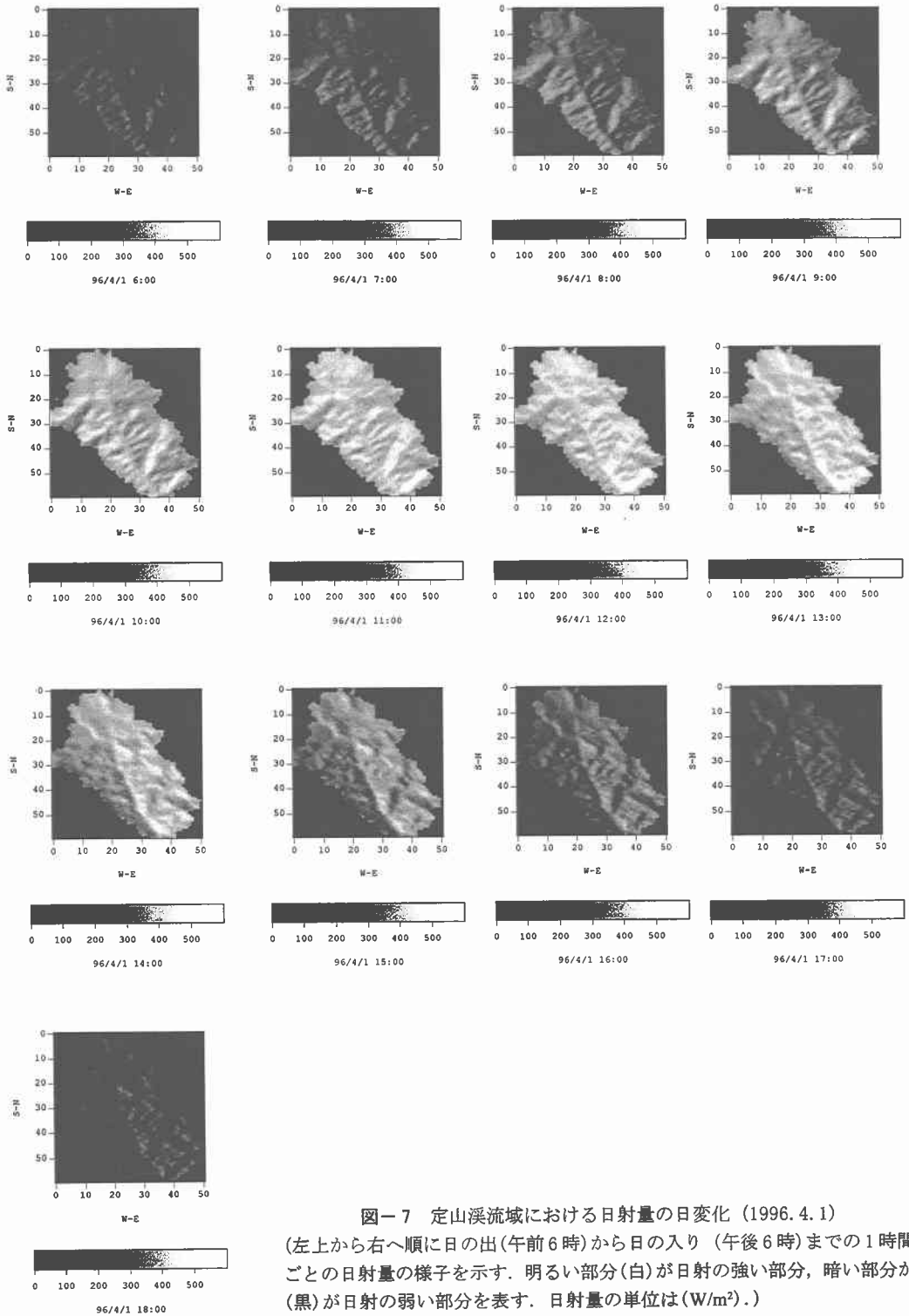


図-7 定山河流域における日射量の日変化 (1996.4.1)
 (左上から右へ順に日の出(午前6時)から日の入り(午後6時)までの1時間ごとの日射量の様子を示す。明るい部分(白)が日射の強い部分、暗い部分(黒)が日射の弱い部分を表す。日射量の単位は(W/m²).)

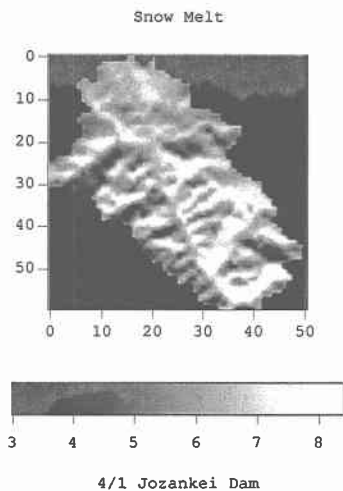


図-8 4月1日の総融雪深の分布
(定山渓流域, 1996. 4. 1, 融雪深の単位は(cm))

するアルベード ref を今回の計算では一定値として扱った。

図-7に1時間ごとの日射量の時間変化を示す。図の明るい部分(白)は日射の強い場所, 暗い部分(黒)は弱い場所を表わす。日の出とともに東向きの斜面(図の左側部分)に日光があたり始め, 正午を境に西向きの斜面(図の右側部分)に日光があたっていく様子が分かる。正午付近を除けば各時刻で, 場所ごとによる日射量の違いがみられた。以上より実際の地形においても傾斜角度を考慮させることで, 日射量が空間的に大きく異なることが確認できた。

6. 融雪深分布の推定

日射量分布の計算に伴い, 融雪深の空間分布を推定した。計算条件は日射量のものとして同一であり, 融雪深の算定に必要な積雪密度 ρ_s は $250(\text{kg}/\text{m}^3)$ とした。

融雪深の時間変化については日射量の場合と同様に計算を行ったが, 図-7とほぼ同様の傾向を示したため, 紙面の都合上図は省略した。

図-8に各メッシュにおける4月1日の総融雪深を示した。図-7と同様, 明るい部分(白)が値の大きい場所を示している。融雪深が最大で 8.40cm , 最小で 2.01cm とメッシュごとで大きな違いが見られた。今回気温分布は全流域で一定値としたが一定気温にもかかわらず, 上述のように場所的に融雪深が大きく異なり, 日射の影響が融雪に大きく影響を与えることがわかった。

7. まとめ

熱収支方程式を用いて, 融雪量の推定を行い, 以下のような結果が得られた。

- (1) 地形勾配の効果を考慮させた日射量の式を構築した。
- (2) 本論文の提案式により, 傾斜角度の違いによる日射量の変化の傾向を南北方向および東西方向のそれぞれについて知ることができた。
- (3) 東西方向の傾斜角 θ_s が微小(約 10° 以下)な場合日射量の推定に近似式を適用できる。
- (4) 実流域におけるシュミレーションにおいて日射量の空間分布を確認することができた。
- (5) 融雪深分布の算定も行うことができた。この結果より今回得られた融雪モデルをわれわれの流出モデルと融合させ, 各点における入力値として扱うことが可能である。

参考文献

- 1) 中山恵介, 伊藤哲, 長谷川和義, 藤田陸博: 全流域を矩形グリッドで覆った浸透流出解析法に関する研究, 水文・水資源学会1997年研究発表会要旨集, pp. 23-24, 1997.
- 2) 中山恵介, 伊藤哲: 全流域を矩形グリッドで覆いSGS効果を考慮した浸透流方程式を用いた流出予測, 第42巻水工学論文集, pp. 1141-1146, 1998.
- 3) 境隆雄: 河川の融雪流出に関する研究, 土木学会論文集第95号, pp. 9-20, 1963.
- 4) 土木学会編: 水理公式集昭和60年版, pp. 109, 1985.
- 5) 近藤純正編著: 水環境の気象学, 朝倉書店, pp. 55-92, pp. 128-133, pp. 240-266, 1994.
- 6) 札幌管区気象台編集: 北海道の気象第40巻第4号 No. 517, pp. 51, 1996.