

II - 8

粒径分布を有する土粒子群の $\theta - \phi$ 関係の推定法

北見工業大学 ○正会員 中尾隆志
 北海道大学大学院 フェロー 藤田睦博

1. はじめに

従来から、地下水の流れや雨水の浸透流れはその特性を巨視的に取り扱った飽和・不飽和浸透理論により解析がなされてきている。この場合、 θ (体積含水率) - ϕ (サクシオン) の関係あるいは K (不飽和透水係数) - θ の関係を与えなければならない。しかし、現段階では現地からサンプリングしてきた試料を用いて室内で実験的にこれらの関係を求めているのが現状である。著者らは $\theta - \phi$ の関係を解析的に解くため構成する土粒子が球形であるとの仮定のもとに2球間接合部におけるサクシオンと保水量の関係を求めた¹⁾。また、間隙率が既知であるとし、ある粒子に他の粒子が何個接するかを理論的に推定する方法を提案した²⁾。

本研究では、粒径分布を有する実際の土粒子に対し、保水される土壌水分が全てリング水によるとの仮定に基づきサクシオンと保水量の算定を行ったので報告する。

2. 計算方法

2.1 2球間モデルによるサクシオンと保水量の算定

図-1 に示すように2つの異球径 R_1, R_2 からなる土粒子接合部においてリング水が存在する時、水と大気の圧力差 ($P_w - P_a$) は次式で計算することができる¹⁾。

$$P_w - P_a = \sigma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

ここに、 σ は水と空気の表面張力であり、

$$r_1 = R_1 \sin \omega_1 + r_2 (\sin \omega_2 - 1)$$

$$r_2 = \frac{(R_1 + \delta)(R_1 + 2R_2 + \delta) + R_1 \{R_1 - 2(R_1 + R_2 + \delta) \cos \omega_1\}}{2\{(R_2 - R_1) + (R_1 + R_2 + \delta) \cos \omega_1\}}$$

ここで、 $P_w - P_a$ が負の場合、いわゆるサクシオンが生じ、リング水はこの粒子接合部で保水されることになる。

一方、リング水の保水量 (V_w) は図-1 を参照して幾何学的関係から式(2)のように求められる。

$$V_w = \pi r_2^2 \left\{ (A^2 + r_2^2) (\cos \omega_1 + \cos \omega_2) - A r_2 \{ \sin \phi \cos (\omega_1 - \omega_2) + \pi - \phi \} \right. \\ \left. - \frac{\pi}{3} \left\{ r_2^3 (\cos^3 \omega_1 + \cos^3 \omega_2) + R_1^3 (1 - \cos \omega_1)^2 (2 + \cos \omega_1) + R_2^3 (1 - \cos \omega_2)^2 (2 + \cos \omega_2) \right\} \right\} \quad (2)$$

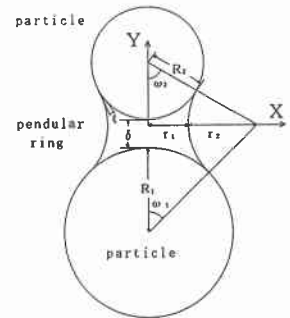


図-1 座標系

ここに、

$$A = r_1 + r_2, \phi = \omega_1 + \omega_2, \omega_2 = \text{Sin}^{-1} \left(\frac{r_1 + r_2}{R_2 + r_2} \right)$$

したがって、任意の球に他の球が何個接触しているわかればリング水によるサクシオンと保水量の関係を推定することが可能となる。

2.2 配位数の推定

半径 R_0 の土粒子における他の粒子との接合数 ($N(R_0)$; 以下、配位数と称する) の推定は斉藤の提案している次式を用いた³⁾。

$$N(R_0) = \frac{\{h^3 \bar{R}^5 + 3h^2 \bar{R}^4 R_0 + 3h \bar{R}^3 R_0^2\}}{R^2 R^3} \quad (3)$$

式(3)は球が接する接点における切平面で区切られた球を含む多面体の集合を考え、半径 R_0 を持つ球を含む多面体とその球に接触している全ての多面体の球殻体積を多面体 1 個当たりの体積で割って平均配位数を推定する方法に基づいている。式中の h は、合併多面体を評価する際、この合併多面体と同体積の半径 $R_0 + hR$ からなる球として式を誘導した結果残る等価半径を決めるパラメータである。著者らはこの h を決定するため、間隙率 ϵ が既知であるとして以下の方法を提案している²⁾。すなわち、構成する土粒子が等球径規則充填の混合体であるとし、6 個(等球径規則充填体の最密充填は角柱体と面心四面体の 2 種類がありこれらの配位数と間隙率はそれぞれ 12, 0.2595 となるので実際には 5 個)の等球径規則充填体の間隙率 ϵ と配位数の関係式(4)より仮の配位数 N を求める。同様に、等球径規則集合体の結果より、配位数と等価半径を求めるパラメータ h の関係式を式(5)のように求めておき、この関係式が粒径分布を有するランダム充填にも拡張できるものとして h を決定する。

$$N = 2.872 \epsilon^{-1.055} \quad (4)$$

$$h = 0.418 + 0.080N \quad (5)$$

2.3 パラメータ h 推定の有用性の検討

式(3)~(5)を用いた配位数推定法の有用性を検証するため、解析解が既知である仮定の充填体に本モデルの適用を試みた。対象となる充填体は半径 R の等球径からなる単純立方体の空隙に内接するよう異球径を充填させたものである。この場合の間隙率は 0.271 となり、解析の結果、各球の配位数の理論解と計算結果はほぼ一致し、本推定法の有用性が検証された²⁾。

3. リング水によるサクシオンと保水量の算定

上記 2. で述べた方法により、リング水の算定を試みた。図-2 は計算に用いた土粒子の粒径分布を示している。対象となる試料は山形産 7 号硅砂であり、これを篩い分けしている。粒径の最頻値は $149 \mu\text{m}$ の 92.7% であり、他に $250 \mu\text{m}$ 粒径が 7.3% と 2 つの粒径より構成されている。また、間隙率はランマーによる突き固め試験結果より、 $\epsilon = 0.4424$ を用いた。表-1 は式(3)~(5)により求められた配位数の推定値を示し

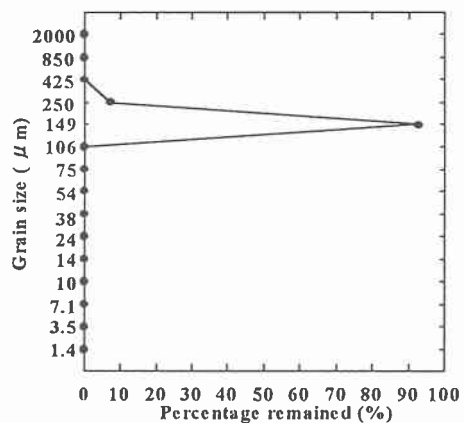


図-2 粒径分布

ている。表より明らかに粒子径が大きくなると250 μm の粒子の方が149 μm より平均配位数は大となり、149 μm のほぼ倍の個数となっている。また、表中の第3、4欄は計算された平均配位数に対し、各粒径が何個接触してい

表-1 計算された各粒子の配位数

粒子の直径 D (μm)	平均配位数	D=149 μm の 個数	D=250 μm の 個数
149	6.3	5.8	0.5
250	12.7	11.8	0.9

るかを示している。この個数は平均配位数に粒径分布の頻度割合を掛けて求めたものである。従って、粒子径250 μm の土粒子の場合には接合する粒子は149 μm の粒子が11.8個、250 μm 粒子が0.9個となる。

図-2、3に149、250 μm の粒径の周りに接触する粒径毎のサクシオンと保水量の関係(図中の破線)および全保水量(実線)を示している。計算方法の概略は以下によった。

式(1)、(2)はいずれも ω_1 の関数となっておりこのままでは $\phi - V_w$ の関係は直接求められない。そこで、 ϕ と V_w の計算は ω_1 を 0.1° づつ変化させ、 ϕ が0になるまで ϕ と V_w の計算を繰り返すことにより求めた。このとき、 V_w は表-1を参照し、配位数の個数倍している。最後に149、250 μm の保水量を加えあわせた結果が全保水量(実線)となるが、先に述べたように ϕ と V_w の関係は直接求められないので個々の粒子ごとの $\phi - V_w$ 関係より近似曲線を求め、この近似式により、全保水量の推定を行った。求めた近似式はいずれも ϕ を説明変数とする8次までのべき乗式であり、その相関係数の絶対値は0.9979~0.9999であった。なお、図-3において ϕ が90~100 cmH_2O 付近で全保水量がD=149 μm よりも小さくなっているが、これは近似計算の誤差によって生じたものである。

著者らは本計算条件と全く同一の粒径分布と間隙率を持つ珪砂試料において、室内で土柱法による吸水実験を行っている⁴⁾。実験結果の $\theta - \phi$ 関係を図-4に示す。図-2、3と比較して縦軸が保水量と体積含水量と表示方法の違いがあるものの両者はほぼ同一の傾向を示している。図-2、3で縦軸に保水量を採用した理由は、本解析ではある粒子とこれに接触している粒子のみの合併

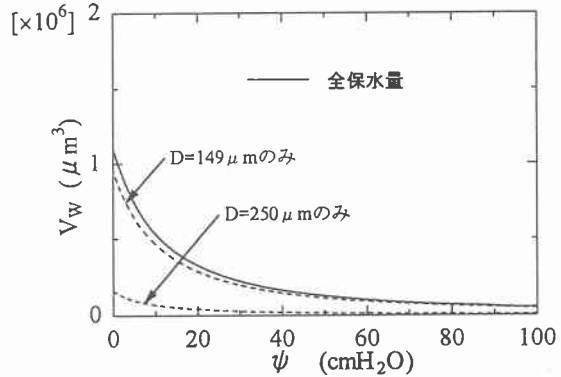


図-2 直径149 μm の粒子に接触する球の保水量

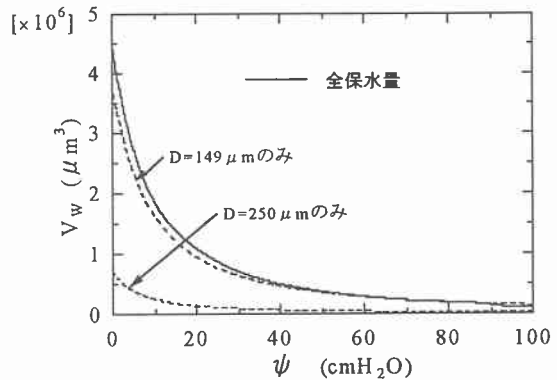


図-3 直径250 μm の粒子に接触する球の保水量

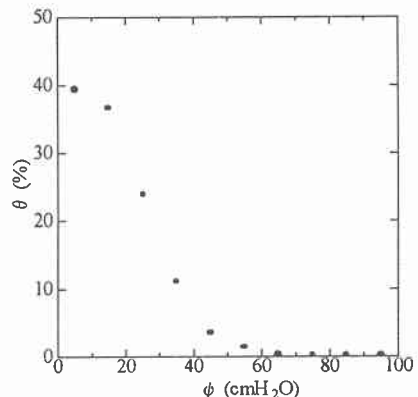


図-4 実験で求められた $\theta - \psi$ 関係

多面体だけを考慮しており、他の合併多面体との関係が未だ明らかになっていないため θ で表示できないからである。また、実験結果では ϕ が $0 \sim 10\text{cmH}_2\text{O}$ 付近では θ の増加は急激に減少しているが、本解析では緩やかに増加している。この理由の1つとして本解析では土壌内の保水は全てリング水が粒子接合部で独立して保持されているとしているが実際には保水量の増加に伴い保水形態が変化するためと考えられる。著者らは構成される土粒子が等球径規則充填体とみなせる土壌についてはその幾何学的特性から高含水域において土壌内の保水は粒子接合部でリング水が独立して存在するのではなく、いくつかのリング水が結合し、結果として土壌内の間隙内に気泡を形成し、この気泡を押しつぶすように水量が増加するとして高含水域での $\theta - \phi$ 関係をうまく表現しているが、本解析のように粒径分布を持つランダム充填の場合、未だ十分なモデル化がなされていない。

4. まとめ

本研究では、リング水が粒子接合部において単独で保水するとしてサクシオンとその保水量の算定手法を示した。計算結果と過去の吸水実験結果より、 ϕ の大きな比較的保水量の小さな低含水域では両者は同様の傾向を示すものの高含水域では曲線変化に違いが見られた。この理由として高含水域ではその保水形態はリング水が粒子接合部で独立して保水するのではなく別の保水形態を持つためと思われる。この場合のサクシオンと保水量の評価に関しては今後の課題としたい。

本研究は文部省科学研究費基盤研究 (C) 一般：土壌内の土粒子構造と保水機構の微視的解法に関する基礎的研究 (研究代表者：中尾隆志) の補助を受けて行われたものである。記してここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) NAKAO T. et al.: Retained Water in Soil Based on Probabilistic Pore Structure, Environment International, Vol.21, No. 5, pp.711-716, 1995.
- 2) 中尾隆志、藤田睦博：異球径ランダム充填の配位数と間隙率の関係について、土木学会北海道支部論文報告集、第54号(B)、pp.54-57、1998.
- 3) 斉藤延夫：(著者は今のところ詳しい論文を手に入れていない。次の論文にその概略が記されている) 樋口伊佐夫：粒子充填に関する統計的研究、東京工業大学博士論文、1971.
- 4) 中尾隆志、藤田睦博：土壌水分特性曲線に及ぼす土壌構造の影響、土木学会北海道支部論文報告集、第50号、pp.54-57、1995.