

II-6

不飽和浸透流理論の集中化による流出モデルの導出

北海学園大学 工学部 ○学生員 秋田 大輔
 北海学園大学 工学部 正員 嵯峨 浩
 苫小牧工業高等専門学校 正員 八田 茂実
 北海道河川防災センター フェロー 星 清

1. はじめに

貯留量～流量の二価性をよく表現する総合貯留関数法¹⁾が流出解析モデルとして広く利用されている。しかし、有効降雨・基底流出の分離を行わなければならない、流出予測などの現場での繁雑さがある。観測降雨・観測流量をそのまま使用するモデルが理想的であろう。

最近、総合貯留関数法に損失機構を含む新しい流出モデル²⁾が発表され、その有効性が確かめられているが、各パラメータの物理的意味が不明である。

本研究は、不飽和浸透流理論を集中化する事により、パラメータの構成因子を明らかにし、流出解析への応用を図るものである。

2. 不飽和浸透流のランピング

図-1の様な二次元斜面を対象とした飽和-不飽和浸透流の基礎式は、Richardsの式で表される。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -k \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \tau \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) \\ v_z &= -k \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \tau \frac{\partial v_z}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで v_x, v_z : x, z 方向の流速

Φ : ポテンシャル

k : 不飽和透水係数

θ : 体積含水率 である。

τ は、 $\theta \sim \psi$ (サクシオン) 関係のヒステリシス効果を表す時定数である。式(2)の右辺第2項は、ポテンシャル勾配の変化に対する浸透速度の時間遅れを表しているが、これにより同一ポテンシャル勾配に対して脱水時に浸透しやすく、湿潤時には浸透しにくいというヒステリシス効果を表している。この項は、山田ら³⁾により導入された。

Runoff model by lumping of unsaturated theory
 by Daisuke Akita, Hiroshi Saga, Shigemi Hatta, Kiyoshi Hoshi

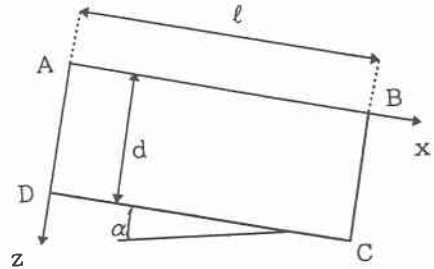


図-1 対象流域モデル

ここで

$$\Phi = \psi - x \sin \alpha - z \cos \alpha \quad (3)$$

従って、式(2)は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -k \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \sin \alpha - \tau \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) \\ v_z &= -k \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - \cos \alpha - \tau \frac{\partial v_z}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(1)をz方向に積分すると

$$\int_0^d \frac{\partial \theta}{\partial t} dz + \int_0^d \frac{\partial v_x}{\partial x} dz = - \int_0^d \frac{\partial v_z}{\partial z} dz$$

ここで、次の様な変数変換を行うと

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta} &= \frac{1}{d} \int_0^d \theta dz, \quad q_x = \int_0^d v_x dz \\ - \int_0^d \frac{\partial v_z}{\partial z} dz &= -v_{z,z=d} + v_{z,z=0} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{また、表面 } z=0 \text{ では } v_{z,z=0} &= r \cos \alpha \\ \text{底面 } z=d \text{ では } v_{z,z=d} &= P_z \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$d \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} = r \cos \alpha - P_z \quad (7)$$

ここで、浸透高 P_z が非常に少なく、土中水分の移動は非常に小さいと仮定すると、

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = r \cos \alpha \quad (8)$$

式(8)をx方向に積分すると

$$q_x = rx \cos \alpha \quad (9)$$

また、

$$q_x = \int_0^d v_x dz = d \left\{ \bar{k} \left(\sin \alpha - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \tau \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \right\} \quad (10)$$

$\sin \alpha \gg \frac{\partial \psi}{\partial x}$ を仮定して

$$d \left(\bar{k} \sin \alpha - \tau \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \right) = rx \cos \alpha \quad (11)$$

ここで

$$\bar{k} = k_s \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (12)$$

が成立するとすると(補遺参照)

$$d \left\{ k_s \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \sin \alpha - \tau \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \right\} = rx \cos \alpha \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}^* &= \bar{\theta} - \theta_r \\ \theta_s^* &= \theta_s - \theta_r \end{aligned} \right\}$$

とすると

$$\left(\frac{\bar{\theta}^*}{\theta_s^*} \right)^\beta = \frac{1}{k_s \sin \alpha} \left\{ \frac{rx \cos \alpha}{d} + \tau \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \right\} \quad (14)$$

$$\bar{\theta}^* = \frac{\theta_s^*}{(k_s d \sin \alpha)^{\frac{1}{\beta}}} \left\{ rx \cos \alpha + \tau d \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \right\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (15)$$

このままでは積分できないので、二項定理を用いて式(15)を級数展開し、第2項までをx方向に積分すると、

$$S = \frac{\beta}{1+\beta} \left(\frac{\theta_s^*{}^\beta d^{\beta-1}}{k_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} Q^{\frac{1}{\beta}} + \beta \tau \left(\frac{\theta_s^*{}^\beta d^{\beta-1}}{k_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \frac{d}{dt} \left(Q^{\frac{1}{\beta}} \right) \quad (16)$$

ただし、以下のような仮定をしている。

弱定常、かつ底面からの浸透高 P_z が少ないとすると、

$$Q = q_{z,z=0} = r \cos \alpha \quad (9)$$

かつ

$$q_{z,z=0} \cdot l = \bar{v}_x \cdot d = Q \cdot l$$

$$\bar{v}_x = \frac{l}{d} \cdot Q$$

以上をまとめると

$$S = k_{11} Q^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt} (Q^{p_2}) \quad (17)$$

$$k_{11} = \frac{\beta}{1+\beta} \left(\frac{\theta_s^*{}^\beta d^{\beta-1}}{k_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (18)$$

$$k_{12} = \beta \tau \left(\frac{\theta_s^*{}^\beta d^{\beta-1}}{k_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} = (1+\beta) \tau \cdot k_{11} \quad (19)$$

$$p_1 = p_2 = \frac{1}{\beta} \quad (20)$$

$p_1 = p_2$ となっているが、これは誘導過程の仮定によるものと思われる。

3. 流出計算

総合貯留関数法を不飽和浸透理論の集中化により、導くことができた。しかし、不飽和浸透理論から出発したのであるから、浸透量 P_z について明らかにする必要がある。

この浸透量については、八田ら⁴⁾が詳細に検討しているので、本報告では割愛する。

八田らの損失を付加した貯留関数の式²⁾を、市川、藤田ら⁵⁾が行った人工降雨実験データで検証する。

実験に使われた人工斜面は、長さ $l = 5$ m、深さ $d = 0.4$ m で降雨強度 $r = 10.58$ mm/h、降雨継続時間 8 h r である。土砂は砂砂7号(粒径 0.2 mm)で、補遺で使用されたものと同一である。補遺によれば、誘導過程の式(12)が成立するのは、 $\beta = 1.53$ であるので β をこの値に設定した。

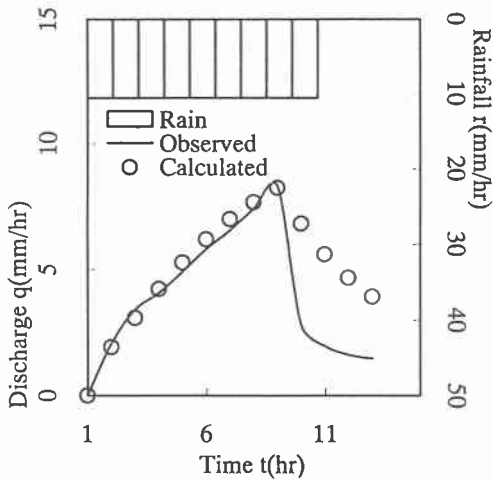


図-2 実験によるハイドログラフ

図-2の計算では、飽和透水係数 k_s のみ実験と異なる値を用いた。およそ1オーダー大きな値である。

又、この実験値でS~Qカーブを描くと左回りとなり、右回りを仮定した式(17)と異なるので k_s を出来るだけ小さなものとした。

式(18)~(20)からわかる様に、星モデルの各パラメータは k_s と β により大きく変動する。実流域では、 k_s がどの程度なのか知る事は不可能であるので、 β の違いによる流出を調べるために実流域での流出計算を行った。図-5と図-6にその結果の一部を示す。図中のEは、計算値と観測値の誤差を示している。図-5は北川口(南川口排水)で流域面積1.85 km²、図-6は幌岡で2.36 km²の小さな流域である。同定方法は感度係数を用いたニュートン法によった。

マニング則を仮定した $p_1=0.6$ 、 $p_2=0.4648$ でも十分再現性は良いと思われるが、 β の違い(p_1 、 p_2 の大きさ)によって、更に実測値と計算値の誤差を小さくする事ができる。

参考文献

- 1) 星、山岡：雨水流法と貯留関数法の相互関係、第26回水理講演会論文集、1985
- 2) 平澤、馬場、星：損失を考慮した貯留関数のパラメータ総合化、道支部論文報告集、第54号(B)、1998
- 3) 山田、小林：不飽和浸透の基本的特性とヒステリシスを考慮した新しい不飽和浸透理論、水理講演会論文集、vol. 32、1988
- 4) 八田、藤田、山梨：損失を考慮した不飽和浸透理論の集中化、土木学会論文集、vol. 600、1998
- 5) 市川、藤田、清水、他2名：地下水流を考慮した流出モデルに関する研究、道支部論文報告集、第49号、1993

補遺

$$\bar{k} = k_s \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \text{ の仮定}$$

上式を実験データで検証する。実験は著者らが平成4年度に開発土木研究所で行ったものである。図-3と図-4は $\theta \sim \psi$ 関係、 $k \sim \psi$ 関係を示したものであり、試料は硅砂7号である。

この実験値で式(12)が成立するのは、 $\beta = 1.53$ である。

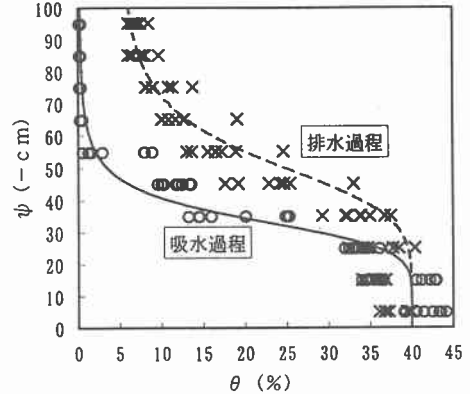


図-3 $\theta \sim \psi$ 関係

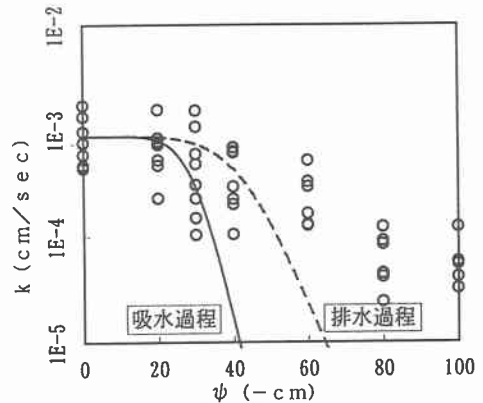
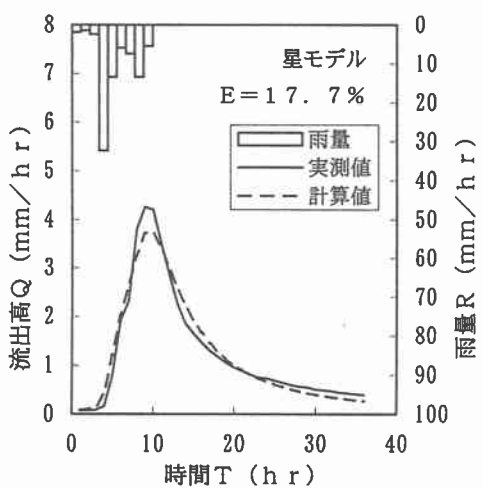
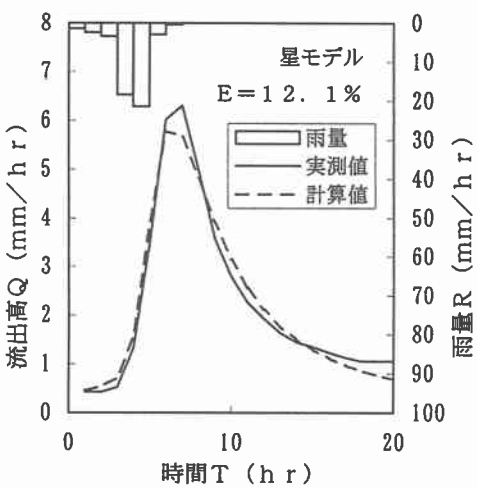
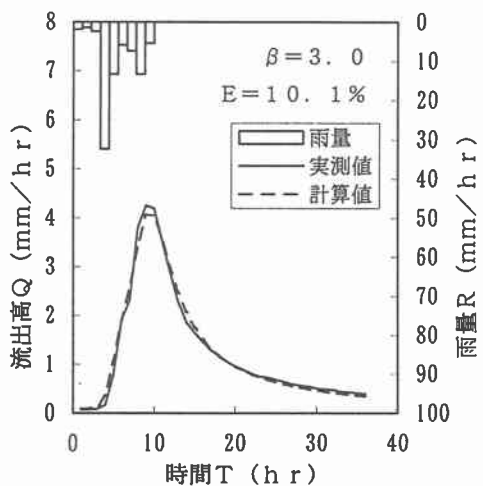
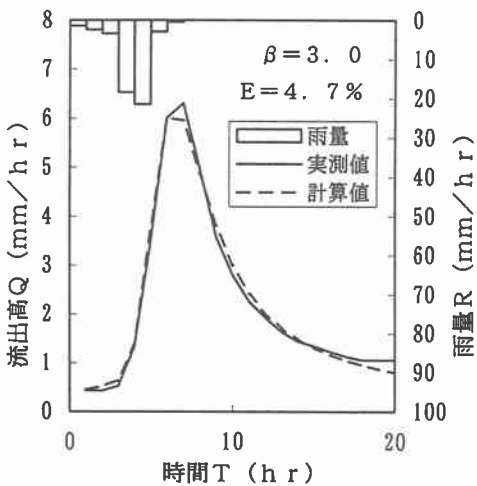
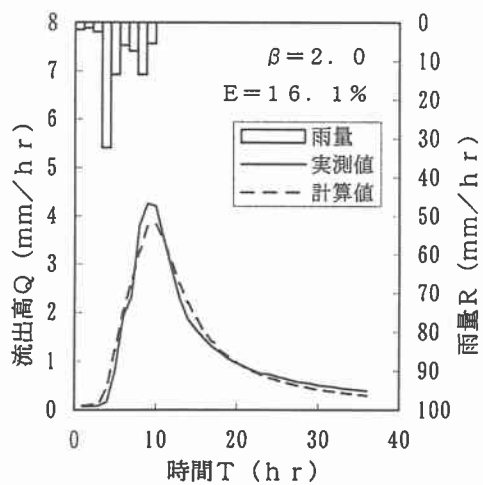
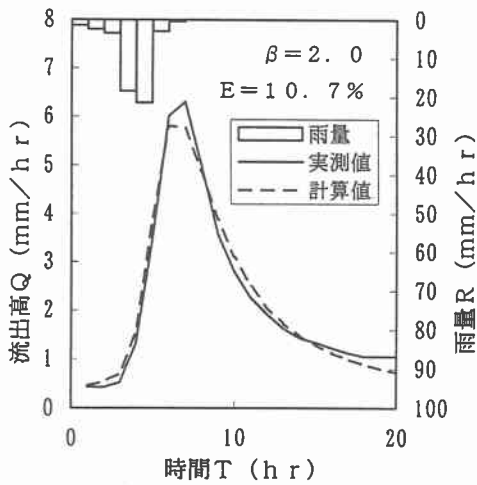


図-4 $k \sim \psi$ 関係

謝辞

本研究は、(財)北海道河川防災センターの研究助成を受けた。記して謝意を表します。



南川口排水 (流域面積: 1.85 (km²))
 図-5 流出計算結果

幌岡 (流域面積: 2.36 (km²))
 図-6 流出計算結果