

II-4

河道追跡のための貯留関数法

北海道開発局開発土木研究所 正会員 宮原 雅幸  
 (財)北海道河川防災研究センター フェロー会員 星 清  
 北海道工業大学 フェロー会員 橋本 誠秀

1. はじめに

現在、流出解析に用いられている流出モデルは、分布定数系モデルと集中定数系モデルに大別される。それぞれのモデルの代表的なものとして Kinematic wave 法と貯留関数法があげられる。Kinematic wave 法は、流出現象の水理学的特性をモデル自身に反映させることができる特徴をもっている。このモデルにおいては、流域の地形量(斜面長や勾配)と地質特性に関する量(たとえば、Manning 型の表面流モデルを用いれば等価粗度)がパラメータや境界条件に explicit に含まれる。一方、貯留関数法は、流出過程の非線形性を比較的単純な構造式で表現でき、しかも、洪水予報や洪水時のダム操作のための流出逐次予測(operational forecast)に要求される計算の簡便さと迅速さを兼ね備えもっている。

Kinematic wave 法は、斜面・河道流出系の双方に適用できるが、斜面流出における Kinematic wave 法の貯留関数法への変換は、過去の報告でそのパラメータ相互の関係式及びパラメータ実用推定式の有効性が実績洪水資料を用いて検証されている。本報告では、河道流出における Kinematic wave 法の貯留関数法への変換を試み、Kinematic wave パラメータと貯留関数パラメータ間の近似式を決定し、実流域での適用例を示す。

2. Kinematic wave 法

2.1 斜面流出

図-1に示す一定勾配斜面上の流出現象を物理モデルによって表現する方法として Kinematic wave 法がある。Kinematic wave 法は、水理量(斜面上の水深と流量)を時間的にも場所的にも算定できるという点で分布定数系モデルであり、計算が複雑となる。その基本方程式は次式で与えられる。

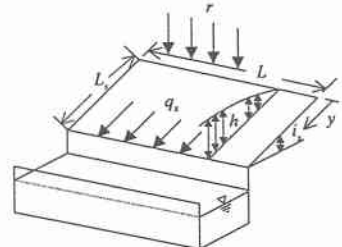


図-1 一定勾配上の斜面流モデル

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial y} = r \quad \dots (1)$$

$$q_s = \beta h^\gamma \quad \dots (2)$$

$$s_s = \int_0^{L_s} h(y,t) dy \quad \dots (3)$$

$$h(y,0) = 0, \quad h(0,t) = 0 \quad \dots (4)$$

ここで、 $t$ :時間、 $y$ :斜面上流端からの距離、 $h$ :水深、 $q_s$ :斜面単位幅流量、 $s_s$ :斜面単位幅貯留量、 $r$ :有効雨量強度、 $L_s$ :斜面長、 $\beta, \gamma$ :斜面流定数

(4)式はそれぞれ、水深に関する初期条件と境界条件である。

A Storage Function Model for Channel Routing

By Masayuki MIYAHARA, Kiyoshi HOSHI and Norihide HASHIMOTO

## 2. 2 河道流出（横流入がない時）

図-2に示す河道流における Kinematic wave 法の基本方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad \dots (5)$$

$$a = \alpha q^m \quad \dots (6)$$

$$s = \int_0^L a(x,t) dx \quad \dots (7)$$

$$q(x,0) = 0, \quad q(0,t) = q_0(t) \quad \dots (8)$$

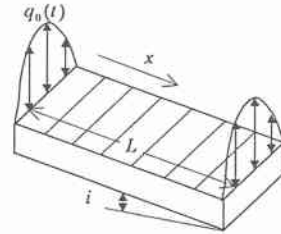


図-2 河道流モデル

ここで、 $t$ :時間、 $x$ :河道距離、 $q$ :河道流量、 $a$ :横断面積、 $\alpha, m$ :河道流定数  
(8)式はそれぞれ、流量に関する初期条件と上流端境界条件である。

## 3. 貯留関数法への変換<sup>1)</sup>

星・山岡<sup>2)</sup>は斜面流出における(1)式と(2)式の Kinematic wave モデルを(9)式に示す同型式の貯留関数モデルに集中化し、両モデルのパラメータ相互の関係式を提案している。

流出解析と同様に、本報告では、河道流出における(5)式と(6)式の Kinematic wave モデルを(9)式の貯留関数モデルに集中化する手法を述べる。この時、連続方程式は(10)式で与えられる。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \quad \dots (9)$$

$$\frac{ds}{dt} = q_0 - q \quad \dots (10)$$

ここで、 $s$ :貯留量( $m^3$ )、 $q$ :流出量( $m^3/s$ )、 $q_0$ :流量の上流端境界条件、 $k_1, k_2, p_1, p_2$ :パラメータ

河道流における Kinematic wave 法を貯留関数法に変換するためには、両モデルのパラメータ間の総合関係を定量化する必要がある。そこで、実用解析上、モデルパラメータの算定近似式を提案するために、(5)式~(8)式を無次元化して対象変数の数を減らす方策を考える。

変数  $x, a, t, s, q$  の基準化演算子  $x_*, a_*, t_*, s_*, q_*$  を用いて、次式のように無次元化する。

$$x = x_* X, \quad a = a_* A, \quad t = t_* T, \quad s = s_* S, \quad q = q_* Q \quad \dots (11)$$

ここで、 $X, A, T, S, Q$  はそれぞれ、距離、横断面積、時間、貯留量、流量の無次元量である。

(11)式を(5)式~(7)式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{q_* t_*}{a_* x_*} \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \quad (0 \leq X \leq 1) \quad \dots (12)$$

$$A = \frac{\alpha q_*^m}{a_*} Q^m \quad \dots (13)$$

$$S = \frac{a_* x_*}{s_*} \int_0^1 A dx \quad \dots (14)$$

よって、基準化演算子に関する係数を 1 とすれば次式が得られる。

$$t_s = a \cdot x_s / q_s, \quad a_s = \alpha q_s^m, \quad s_s = a_s \cdot x_s, \quad \dots (15)$$

ここで、 $x_s = L$  (対象河道長),  $q_s = \bar{q}_0$  (上流端流入量平均値) とすれば、(15)式の基準化演算子は次式で定義される。

$$t_s = \alpha L (\bar{q}_0)^{m-1}, \quad a_s = \alpha (\bar{q}_0)^m, \quad s_s = \alpha L (\bar{q}_0)^m \quad \dots (16)$$

よって、(12)式~(14)式は次式で示される無次元 Kinematic wave 方程式で表される。

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \quad (0 \leq X \leq 1) \quad \dots (17)$$

$$A = Q^m \quad \dots (18)$$

$$S = \int_0^1 A dx \quad \dots (19)$$

ただし、上流端境界条件と初期条件はそれぞれ、以下の式で与えられる。

$$Q(0, T) = Q_0(T), \quad Q(X, 0) = 0 \quad \dots (20)$$

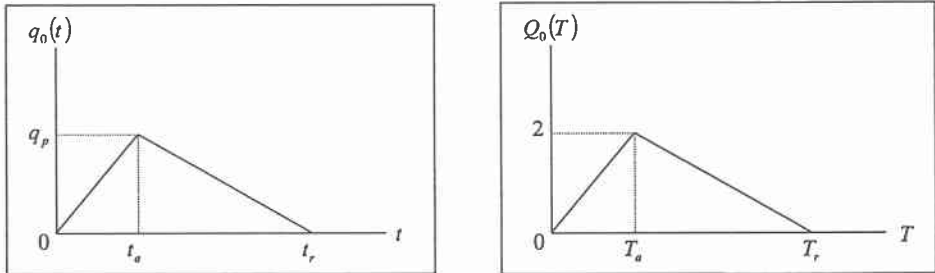


図-3 流入三角形ハイドログラフの変換

図-3の左側は次元を有する流入三角形ハイドログラフであり、右側はその無次元ハイドログラフであり、 $Q_0(T)$ のピーク値は2となる。

また、無次元貯留関数方程式は次式で与えられる。

$$S = K_1 Q^{p_1} + K_2 \frac{d}{dT} (Q^{p_2}) \quad \dots (21)$$

$$\frac{dS}{dt} = Q_0 - Q \quad \dots (22)$$

ここで、 $K_1, K_2$ : 無次元貯留係数

#### 4. 数値解法

図-3の右側に示される三角形ハイドログラフを考える場合、無次元領域での変数は $m, T_a, T_r$ だけとなる。

従って、(17)式~(19)式の無次元 Kinematic wave モデルを数値解法<sup>9)</sup>する場合、 $T_r = 4$ と固定し、ピーク流量生起時刻 $T_a = 0.5(0.5)3.0$ の6通り、指数 $m = 0.5(0.05)0.95$ の10通りとして、合計60ケースを選定

した。

下流末端  $L = 1$  における流出量と(19)式の貯留量の数値解に無次元貯留関数モデル(21)式と(22)式にあてはめ、4個のモデルパラメータ  $K_1, K_2, p_1, p_2$  をニュートン法を用いて同定した。また、実用推定式を提案するため、4個のパラメータをそれぞれ、 $m, T_a/T_r$  の関数で表す近似式を作成した<sup>1)</sup>。

図-4に  $m = 0.8, T_a/T_r = 0.5$  の場合の Kinematic wave 法と貯留関数法による流出量ハイドログラフを比較して示した。

その結果、貯留関数法による解は、十分な精度で Kinematic wave 法の解を再現していると考えられる。

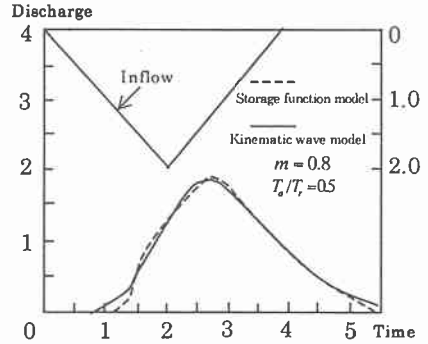


図-4 Kinematic wave 法と貯留関数法による流出ハイドログラフ比較例

### 5. 実領域での貯留関数法

実領域での貯留関数モデルは(9)式と(10)式で与えられ、無次元貯留関数モデルは(21)式と(22)式で表現される。ここで、 $s = s.S, q = q.Q$  及び  $t = t.T$  の関係式を(21)式に代入すると、次式が得られる。

$$s = K_1 \frac{s_*}{q_*^{p_1}} q_*^{p_1} + K_2 \frac{s_* t_*}{q_*^{p_2}} \frac{d}{dt} (q_*^{p_2}) \quad \dots (23)$$

すなわち、(9)式の貯留係数は次式で計算される。

$$k_1 = K_1 \frac{s_*}{q_*^{p_1}} \quad \dots (24) \quad k_2 = K_2 \frac{s_* t_*}{q_*^{p_2}} \quad \dots (25)$$

(16)式の諸量を上式に代入すれば、次式が得られる。

$$k_1 = K_1 \alpha L (\bar{q}_0)^{m-p_1} \quad \dots (26) \quad k_2 = K_2 \alpha^2 L^2 (\bar{q}_0)^{2m-p_2-1} \quad \dots (27)$$

今、広矩形断面を仮定し、平均流速公式としてマンシング則を採用すれば、(6)式の定数  $\alpha$  と  $m$  は次式で与えられる。

$$\alpha = \left( \frac{n}{\sqrt{i}} \right)^m b^{1-m} \quad \dots (28) \quad m = \frac{3}{5} \quad \dots (29)$$

ここで、 $n$ : マニングの粗度係数,  $i$ : 河道勾配,  $b$ : 河道幅

一例として、 $t_a/t_r = T_a/T_r = 0.5$  とし、 $m = 3/5$  とすれば、近似式<sup>1)</sup>を用いて、次の貯留関数モデルパラメータの値が得られる。

$$K_1 = 0.9145, K_2 = 0.5635, p_1 = 0.7453, p_2 = 0.2200 \quad \dots (30)$$

これらの値を(26)式と(27)式に代入すれば、次式が得られる。

$$k_1 = 0.9145 \left( \frac{n}{\sqrt{i}} \right)^{0.6} b^{0.4} L \bar{q}_0^{-0.1453} \quad \dots (31)$$

$$k_2 = 0.5635 \left( \frac{n}{\sqrt{i}} \right)^{1.2} b^{0.8} L^2 \bar{q}_0^{-0.02} \quad \dots (32)$$

図-5には(5)式と(6)式のKinematic wave法による解と(9)式と(10)式による貯留関数法の解を比較して示した。このとき、(28)式と(29)式の数値は $n = 0.035$ 、 $i = 1/200$ 、 $b = 100$  m、 $m = 3/5$ とした。なお、対象河道長は $L = 20$  kmである。また、貯留関数法では、 $t_a/t_r = T_a/T_r = 0.5$ 及び $m = 3/5$ として、(30)式の $p_1$ と $p_2$ の値及び(31)式と(32)式の $k_1$ と $k_2$ の値を用いた。

## 6. 実流域への適用

### (Kinematic wave モデルと星モデルの比較)

前節までは、Kinematic wave モデルを貯留関数モデルに集中化する手法を述べた。ここでは、両河道追跡モデルのパラメータ間の関係式を利用して、実河道における河道追跡計算による結果を比較検討する。

対象流域は、石狩川水系雨竜川流域(流域面積 1713km<sup>2</sup>)の多度志及び雨竜橋地点における昭和63年8月洪水を選定した。表-1に両地点における計算緒元を示す。

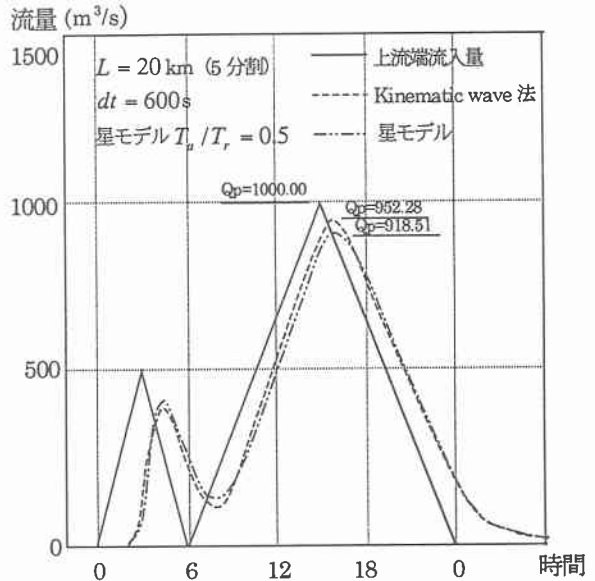


図-5 モデル河道における比較検証

表-1 雨竜川流域における計算諸元

地点	流域面積 (km <sup>2</sup> )	河道長 (km)	分割流域数	分割河道数
多度志	996.0	95.2	7	4
雨竜橋	1661.0	120.8	14	7

計算は次の2通りで行った。

- (1) Kinematic wave モデルでは表-1に示す分割流域毎に貯留関数法を用い、河道追跡に Kinematic wave 法を用いた。
- (2) 星モデルでは、分割流域の流出解析と河道追跡ともに本報告で述べた貯留関数法を用いた。

図-6と図-7には、それぞれ、多度志と雨竜橋地点における両モデルによる計算結果の比較を示した。これらの図に示した結果から、計算が容易な星モデルは複雑な Kinematic wave 法の計算結果を十分な精度で再現していると言える。

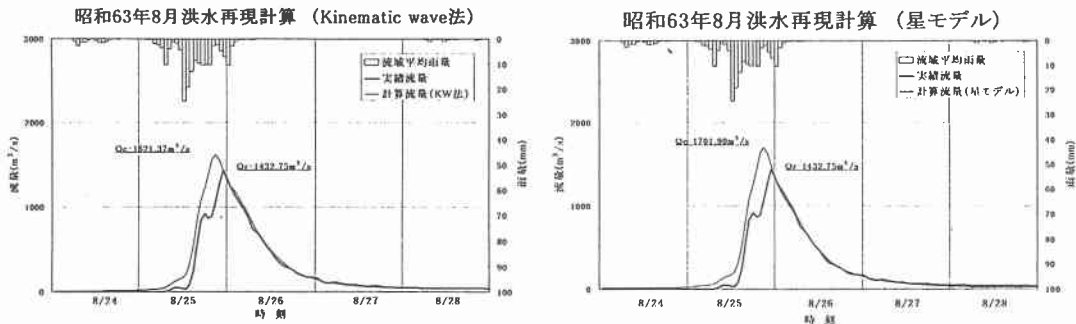


図-6 多度志地点におけるハイドログラフ

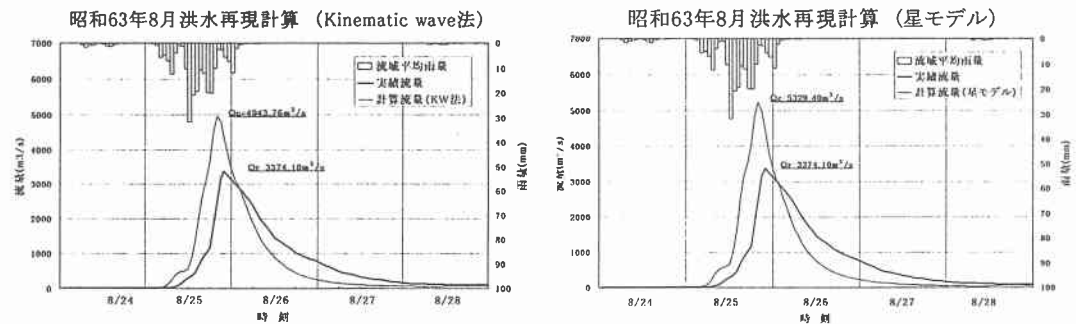


図-7 雨竜橋地点におけるハイドログラフ

## 7. おわりに

本報告では、洪水河道追跡における Kinematic wave 法と貯留関数法のパラメータの相互の関係式を提案し、併せてパラメータ実用推定式の有効性を実績洪水資料を用いて検証した。Kinematic wave 法では、単位流域数が多くなると計算のはん雑さと計算量の増大がまぬがれ得ない。本報告で提案した貯留関数法は、Kinematic wave 法と当価なモデルに集中されているので、単位流域が多くても流出計算を迅速に行うことができる。

## 8. 謝辞

第二著者(星 清)がアジア工科大学に日本人教官として派遣された折、1983年に大学院生 Mr. Devarajan の修士論文を指導した研究成果の一部を本報告に引用した。ここに記して謝意を表する。

## 参考文献

- 1) Devarajan, S. T.: Storage Function Model for Kinematic Channel Routing without Lateral Inflow, Master Thesis. 49p., Asian Institute of Technology, Bangkok. Thailand, 1983.
- 2) 星 清・山岡 勲: 雨水流出法と貯留関数法との相互関係, 第26回水理講演会論文集, pp.273-278, 土木学会水理委員会, 1982.
- 3) Li, R.M, Simons, D.B. and Stevens, M.A.: Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing, Water Resources Research, Vol.11, No. 2, pp. 245-252, 1975.