

II-2 流出モデルと降雨量の最適離散化過程

北海道大学 学生員 ○岸 滋
 北海道大学大学院工学研究科 学生員 田中 岳
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー会員 藤田 睦博

1 はじめに

一般に流出量の計算過程を図-1のように表示できる。また離散化された降雨量 $r_d(t)$ は、連続降雨量 $r(t)$ より式(1)を介して計算される。

$$r_d(t) = \sum_{i=1}^n r_i \{u(t-(i-1)\Delta t) - u(t-i\Delta t)\} \quad u(t): \text{ステップ関数}$$

$$r_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{(i-1)\Delta t}^{i\Delta t} r(\tau) d\tau \quad i: \text{整数} \quad (1)$$

即ち、離散的降雨量に相当する観測降雨量は、図-2に示すように、ステップ高を r_i とするステップ関数で表示できる。一般に解析の対象としている流域面積が小さくなると離散化時間 Δt を短くする必要があるが、合理的な Δt の決定方法に関しては、必ずしも十分に研究されていない。田中¹⁾らは、斜面域にKinematic Wave式を適用し、最適の Δt を決定するために周波数応答法の応用を提案している。一方、流域は、斜面と河道の2要素から構成されており、実際の流出解析を考えるとこの2要素を同時に考慮する必要がある。本研究は、最小単位の流出場として、図-3に示す左右岸の斜面と河道から成る流域を解析の対象とする。

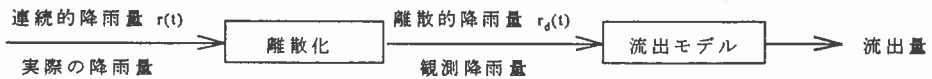


図-1 流出量の計算過程

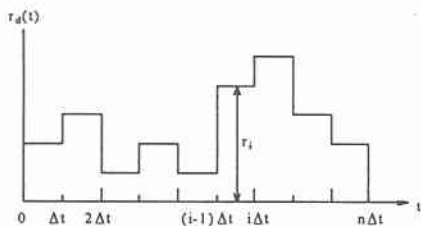


図-2 離散化降雨量 $r_d(t)$

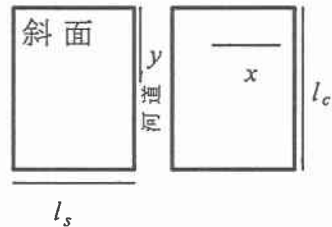


図-3 最小単位の流出量

次に、採用する斜面域の流出モデルであるが、本論文では次の様な考えのもとにKinematic Wave式を採用している。最近、斜面域の物理的な流出モデルとして不飽和浸透流式を用いて、この式より集中定数系のモデルである貯留型流出モデルを提案している^{2),3),4)}。又、藤田⁵⁾らは、Kinematic Wave式より貯留型の流出モデルを提案している。従って貯留型の流出モデルのパラメータを比較することにより、Kinematic Wave式のパラメータと不飽和浸透流式のパラメータの関係式を得ることができる。

$$\varepsilon_s = (1+P) f \left(\frac{D^{\beta-1} \theta_{s*}^\beta}{K_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (\text{松林}^2) \quad (2) \quad \varepsilon_s = \frac{1}{\gamma^{\frac{1}{\beta}}} \left(\frac{D^{\beta-1} \theta_{s*}^\beta}{K_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (\text{Siamak}^4) \quad (3)$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{D^{\beta-1} \theta_{s*}^\beta}{K_s \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (\text{八田}^4) \quad (4) \quad P = \frac{1}{\beta} = p_1, \quad \theta_{s*} = \theta_s - \theta_r$$

K_s : 飽和透水係数, α : 斜面勾配, θ_s : 飽和含水率, θ_r : 気乾含水率, ε_s , P , β , p_1 : 定数, D : 土層厚式(2)~(4)において、 ε_s は後に示す式(5)の斜面域のKinematic Wave式の定数に相当している。

2 基礎式

今回用いた流出モデルとしては、Kinematic Wave式を解析の対象とした。ここでは、2枚の斜面と1本の河道を模式的に考える。対象となる基本方程式を下に示す。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = r(t) \quad h = \varepsilon_s q_s^{P_s} \quad 0 \leq x \leq l_s \quad (5)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q_c}{\partial y} = q_s \quad a = \varepsilon_c q_c^{P_c} \quad 0 \leq y \leq l_c \quad (6)$$

h : 水深 q_s : 単位幅流量 x : 斜面に沿った距離 y : 河道に沿った距離 $r(t)$: 降雨量

a : 通水断面 q_c : 流出量 l_s : 斜面長 l_c : 河道長 ε_c, P_s, P_c : 定数 t : 時間

ここで、計算を簡略化するために、式(5),(6)を無次元化する。無次元化基準量として式(8)を用いた。大文字の変数(H, Q_s, R, T, X, Q_c, A)が小文字の次元のある変数に対応した無次元変数である。

$$h = h_* H, \quad q_s = q_{s*} Q_s, \quad r = r_* R, \quad t = t_* T, \quad x = x_* X, \quad a = a_* A, \quad q_c = q_{c*} Q_c \quad (7)$$

$$h_* = r_* t_*, \quad q_{s*} = r_* x_*, \quad r_* = \bar{r}, \quad t_* = \varepsilon_s r_*^{P_s-1} x_*^{P_s}, \quad x_* = l_s, \quad q_{c*} = q_{s*} x_*, \quad a_* = q_{s*} t_*, \quad q_{c*} = q_{s*} x_* \quad (8)$$

その結果、上で示した基本方程式は、次のように簡略化される。

$$\cdot \text{斜面} \quad \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial Q_s}{\partial X} = R \quad H = Q_s^{P_s} \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (9)$$

$$\cdot \text{河道} \quad \frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial Q_c}{\partial Y} = Q_s \quad A = \beta Q_c^{P_c} \quad \beta = 2^{\frac{P_c-1}{\varepsilon_s}} \frac{\varepsilon_c}{r_*^{P_c}} x_*^{2P_c-P_s-1} \quad 0 \leq Y \leq l_c/x_* \quad (10)$$

3 斜面と河道のゲイン特性

式(9),(10)において $P_s, P_c=1$ 以外の場合は、理論的にゲインを求めることは困難である。近似的なゲイン特性は、式(11),(12)で与えられる。誘導過程に付いては、参考文献(1)を参照されたし。以下に結果のみを示す。ここで、 $G_s(F), G_c(F)$ は、それぞれ斜面、河道のゲイン特性である。

$$G_s(F) = \frac{1}{\pi X \bar{R}^{P_s-1} F} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2(2\pi e_{s,i} F)}{A_{s,i}^2} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\sin(2\pi e_{s,i} F) \sin(2\pi e_{s,j} F) \cos(2\pi(f_{s,i} - f_{s,j}) F)}{A_{s,i} A_{s,j}} \right\}^{0.5} \quad (11)$$

$$A_{s,i} = (i^{P_s} - (i-1)) \left(\frac{X}{n} \right)^{P_s-1}, \quad B_{s,i} = (A_{s,i-1} - A_{s,i}) \frac{(i-1)X}{n} + B_{s,i-1}, \quad B_{s,1} = 0$$

$$e_{s,i} = \frac{A_{s,i} X}{2n} \bar{R}^{P_s-1}, \quad f_{s,i} = \left(\frac{A_{s,i} X}{n} + B_{s,i} - X^{P_s} \right) \bar{R}^{P_s-1} - e_{s,i}$$

$$G_c(F) = \frac{1}{\pi \beta Y \bar{Q}_s^{P_c-1} F} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2(2\pi e_{c,i} F)}{A_{c,i}^2} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\sin(2\pi e_{c,i} F) \sin(2\pi e_{c,j} F) \cos(2\pi(f_{c,i} - f_{c,j}) F)}{A_{c,i} A_{c,j}} \right\}^{0.5} \quad (12)$$

$$A_{c,i} = (i^{P_c} - (i-1)) \left(\frac{Y}{n} \right)^{P_c-1}, \quad B_{c,i} = (A_{c,i-1} - A_{c,i}) \frac{(i-1)Y}{n} + B_{c,i-1}, \quad B_{c,1} = 0$$

$$e_{c,i} = \frac{A_{c,i} X}{2n} \beta \bar{R}^{P_c-1}, \quad f_{c,i} = \left(\frac{A_{c,i} X}{n} + B_{c,i} - X^{P_c} \right) \beta \bar{R}^{P_c-1} - e_{c,i}$$

斜面域と河道域を同時に考慮したとき、そのゲイン特性 $G(F)$ (以後、トータル・システムのゲイン特性と呼ぶ。) は式(13)で定義できる。

$$G(F) = G_s(F) \times G_c(F) \quad (13)$$

4 最適離散間隔 ΔT の決定法

図-4は、式(10),(11)で求められたゲイン特性を図示したものである。ただし、ゲインの計算にあたっては、式(14)のパラメータを採用した。

$$P_s = 0.6, \quad P_c = 0.75, \quad \beta = 5.7 \quad (14)$$

式(14)のパラメータは、斜面においてはManning則を想定し、河道においてはManning則と三角形断面を想定して得たものである。図-4の例では、トータル・システムのゲイン特性は、ほとんど斜面域のゲイン特性によって規定されている。図-5は、パラメータ β と河道のゲイン特性を示している。 β の値によって $G_c(F)$ が大きく変化する事がわかる。 ΔT の決定法としては、図-4の限界ゲイン G_{cr} を定めると、これに対応するトータル・システムのカット・オフ周波数 F_{cr} が定まる。 F_{cr} と ΔT の関係式は、次式で与えられる。

$$\Delta T = \frac{1}{2F_{cr}} \quad (15)$$

図-6は、無次元降雨量のスペクトルとトータル・システム $G(F)$ の関係を模式的に示したものである。(A)の例は、 $G_c(F)$ の減衰が無次元降雨量のスペクトルよりも速い場合である。この場合のカット・オフ周波数は $G_c(F)$ より決定される。(B)は、(A)とは逆の場合であるが、カット・オフ周波数は降雨量によって規定されてい

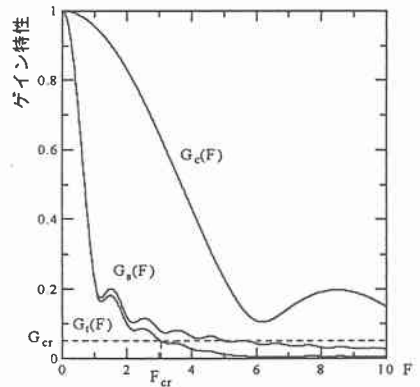


図-4 斜面、河道、トータル・システムのゲイン特性

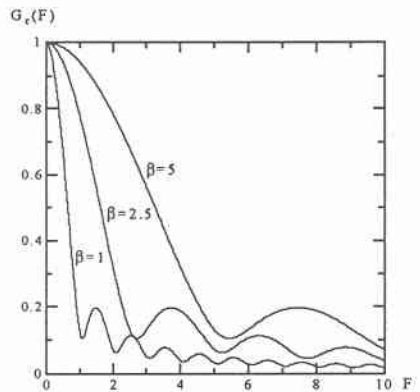


図-5 パラメータ β と河道のゲイン特性

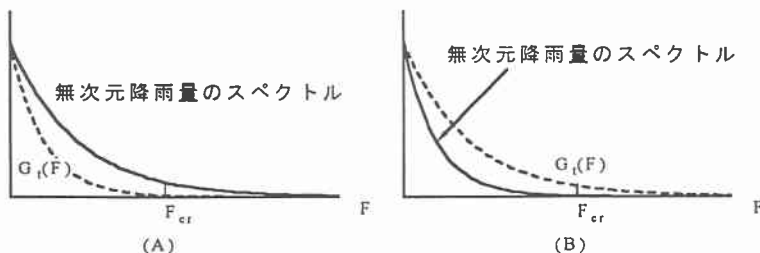


図-6 無次元降雨量のスペクトルと $G_u(F)$ の模式的な関係

る。ここでは、(A)の場合を想定している。 F_{cr} を決定するのに G_{cr} を0.05とした。 G_{cr} を0.05としたことが、妥当であるかを、式(16)を用いて検討した。

$$R(T) = \bar{R} + 0.5 \sin(\pi T) + 0.4 \sin\left(4\pi T + \frac{\pi}{4}\right) \quad (16)$$

式(16)の無次元連続降雨量 $R(T)$ として、式(9),(10)に代入し河道末端における $Q_c(l_d/x_w, T)$ を求めた。これを改めて $Q_c(T)$ とおく。一方、式(14)を用いて $\Delta T=0.15$ が得られる。したがって、式(16)と $\Delta T=0.15$ を用いて無次元離散化雨量は式(17)で計算できる。

$$R_d(t) = \sum_{i=1}^n R_i \{u(t-(i-1)\Delta T) - u(t-i\Delta T)\} \quad (17)$$

$$R_i = \frac{1}{\Delta T} \int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} r(\tau) d\tau$$

式(17)の $R_d(T)$ を式(9)の $R(T)$ に代入し、河道末端における $Q_c(l_d/x_w, T)$ を求めた。これを改めて $Q_d(T)$ とおく。図-7は、 $Q_c(T)$ と $Q_d(T)$ の比較を示している。 ΔT の違いによる計算結果の差が現れている。

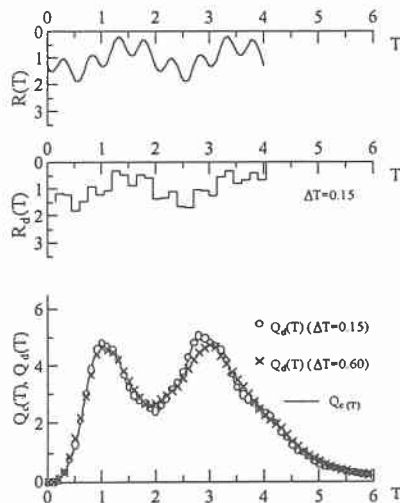


図-7 $Q_c(T)$ と $Q_d(T)$ の比較

6 まとめ

本論文では、Kinematic Wave式を基礎とした斜面と河道からなるトータル・システムのゲイン特性を明らかにし、それにより観測降雨量の最適離散化間隔 ΔT の決定が可能となった。

参考文献

- 1) 田中岳, 藤田睦博, Luai Hamouda, 工藤睦信 拡張された周波数応答法システムへの応用 水工学論文集, 第42巻, pp. 181-186 (1998)
- 2) 松林宇一郎, 高木不折, 古田直 不飽和浸透理論に基づく斜面流出モデルの集中化について 土木学会論文集 No. 497 II-28 11-20(1994)
- 3) LUMPING PROCESS BASED ON UNSATURATED INFILTRATION THEORY Siamac Bodaghpour, Mutsuhiro Fujita, Yasuyuki Shimizu Annual Journal of Hydraulic Engineering JSCE VOL.39 (1995)
- 4) 八田茂美, 藤田睦博, 山梨光訓 損失を考慮した不飽和浸透理論の集中化 土木学会論文集 No. 600 II-44
- 5) 藤田睦博 斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究 土木学会論文報告集 第314号 75-86 (1981)