

I-90

曲線箱桁橋の静的立体挙動解析

北海道大学大学院工学研究科	正 員	平沢秀之
北海道大学工学部	○学生員	金城一太
北海道大学大学院工学研究科	フェロー	林川俊郎
北海道大学大学院工学研究科	フェロー	佐藤浩一

1. はじめに

近年我が国では橋梁建設の工期短縮, 低コスト化の要求が高まっており, 橋梁の製作, 架設の合理化, 省力化が重要な課題となってきた。また現在計画, 建設が進められている第二東名・名神高速道路プロジェクト等の大規模な道路整備事業においては, 少数主桁橋等の合理化, 省力化を念頭に置いた構造形式が積極的に採用される傾向にある。このような状況の中で経済性の向上を目指した橋梁に関する研究, 開発が各関連機関で行われ, 橋建協においてもトータルコストの縮減が期待できる各種合理化橋梁形式の提案がなされている¹⁾。その中の一つの形式である開断面箱桁橋は, 上フランジ部材をI桁と同様な構成とし, 鋼断面は上側がオープンであり, 床版完成時に箱断面を形成するという橋梁形式である。この橋梁は対傾構形式のダイヤフラムの採用, 水平補剛材の省略, 垂直補剛材の削減, 床組構造, 上横構の省略等の省力化設計がなされており, またパワースラブと呼ばれる型枠兼支保工として機能する鋼パネルの使用により, 床版施工における工期短縮が可能となっている。

本研究はこのような特徴を有する開断面箱桁に注目し, 比較的大きな曲率を有する曲線桁を対象として, 架設時における立体挙動特性を把握することを目的としている。橋梁完成時は床版コンクリートが硬化して鋼桁上フランジにジベルを介して結合され, 合成箱断面として十分なねじり剛性を発揮するが, 架設時の構造系ではパワースラブが主桁上フランジと剛に結合されていないため, 十分なねじり剛性を有していないと考えられる。そこで, 本研究ではこのねじり剛性の影響を調べるために, パワースラブのデッキプレート厚をパラメータとした解析を行うこととする。計算にははり要素による有限要素法を用いているが, 解析モデルが変断面桁であることから図心軸, セン断中心軸が変化していることを考慮できる要素剛性マトリックスを適用している。

2. 断面内の任意点を節点とするはり要素

鋼橋は一般に薄肉変断面桁構造であり, セン断中心軸や図心軸は一定ではない。このような構造をはり要素を用いて解析するときは, 通常いくつかの等断面直線部材に分割したモデルを用いるのが一般的である。しかしこのように直線部材で要素分割すると, 図-1のように隣り合う要素間で, 断面の図心軸とセン断中心軸は階段状になり, 必ずしも一致しない。そのためセン断中心あるいは図心に関する要素剛性マトリックスを単純に重ね合わせることができない。ここではこのような変断面部材を扱えるような要素剛性マトリックスを

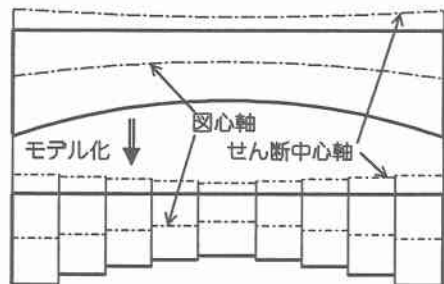


図-1 変断面部材のモデル化

Analysis of static three-dimensional behavior of curved box-girder bridge
by Hideyuki HIRASAWA, Ichita KINJO, Toshiro HAYASHIKAWA and Koichi SATO.

誘導する。せん断中心や図心以外の断面内の任意の点を節点にすることができれば、隣り合う要素間で同一の節点に選ぶことができ、重ね合わせの適用が可能となる。また任意点を支承の位置に取れば、この支承部を節点とすることもできる。

2.1 図心・せん断中心及び任意点における変位の関係式

図-2に示すような薄肉変断面部材を考え、点 O, S をそれぞれ図心、せん断中心とし O を原点とする x, y, z 座標系を設定する。点 P, Q はそれぞれ部材両端部に設けられた任意点である。部材断面は変形後も断面変化をせず、かつ平面保持の仮定が成り立つものとする。この仮定の下で点 P に関する変位関数を導くと次式が得られる。

$$\begin{aligned} u_p &= u_o - y_p \theta_{zo} + z_p \theta_{yo} + \omega_{xs}(y_p, z_p) \cdot \theta'_{xs} \\ v_p &= v_s - (z_p - z_s) \theta_{xs} \\ w_p &= w_s + (y_p - y_s) \theta_{zs} \end{aligned} \quad (1a-c)$$

ここで $\omega_{xs}(y_p, z_p)$ は点 P の S に関するそり関数である。また $()'$ は x に関する1階微分である。式(1b, c)を x で微分して、それぞれの軸回りの回転変位を求めると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \theta_{yp} &= \theta_{ys} - (y_p - y_s) \theta'_{zs} \quad (\because \theta_{yp} = -\frac{dw_p}{dx}) \\ \theta_{zp} &= \theta_{zs} - (z_p - z_s) \theta'_{ys} \end{aligned} \quad (2a, b)$$

また x 軸回りの回転変位は次式が成り立つ。

$$\theta_{xp} = \theta_{xs}, \quad \theta'_{xp} = \theta'_{xs} \quad (3a, b)$$

これら式(1)～(3)の右辺に現れる O 又は S に関する変位は、互いに連成しない独立な変数である。式(1)～(3)を S に関する式に置き換えて、マトリックス表示すると次式となる。

$$\begin{aligned} \{u_i\} &= [A_p] \{u_p\}, \quad \{u_i\} = \{u_o, v_s, w_s, \theta_{xs}, \theta_{ys}, \theta_{zs}, \theta'_{xs}\}^T, \quad \{u_p\} = \{u_p, v_p, w_p, \theta_{xp}, \theta_{yp}, \theta_{zp}, \theta'_{xp}\}^T, \\ [A_p] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_p & -y_p & a \\ 0 & 1 & 0 & z_p - z_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -(y_p - y_s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_p - y_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & z_p - z_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4a-d)$$

ここで、 $a = -(\omega_{xs}(y_p, z_p) + y_p z_s - z_p y_s)$ である。

これらの関係は他端($x=l$)の断面での図心、せん断中心、任意点 $Q(y_q, z_q)$ の変位についても同様に成り立つので、式(4)をまとめて次式のようにして表すことができる。

$$\{u_{ij}\} = [A_{pq}] \{u_{pq}\} \quad (5)$$

ここで、

$$\{u_{ij}\} = \{u_i, u_j\}^T, \quad \{u_{pq}\} = \{u_p, u_q\}^T, \quad [A_{pq}] = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & A_q \end{bmatrix} \quad (6a-c)$$

である。

2.2 図心・せん断中心及び任意点における力の関係式

任意点と図心及びせん断中心に関する軸方向力(X, Y, Z)、モーメント(M_x, M_y, M_z)の関係式は、図-2を参照して次式のように導くことができる。

$$\begin{aligned} X_p &= X_o, \quad Y_p = Y_s, \quad Z_p = Z_s, \\ M_{xp} &= M_{xo} + (z_p - z_s) Y_s - (y_p - y_s) Z_s, \quad M_{yp} = M_{yo} - z_p X_o, \quad M_{zp} = M_{zo} + y_p X_o \end{aligned} \quad (7a-f)$$

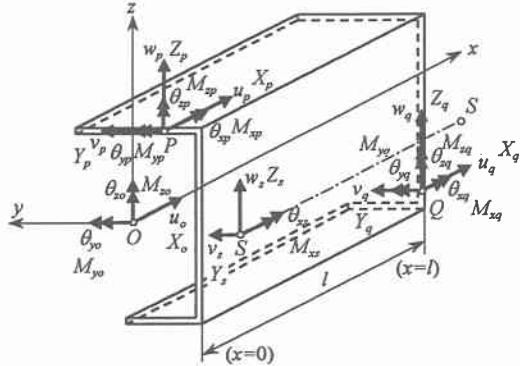


図-2 薄肉断面部材

2.1と同様にマトリックス表示すると、次式となる。

$$\{X_{ij}\} = [B_{pq}] \{X_{pq}\} \quad (8)$$

ここで、 $\{X_{ij}\}$ 、 $\{X_{pq}\}$ はそれぞれ O 、 S に関する節点力、任意点 P 、 Q に関する節点力である。また $[B_{pq}]$ は式(7)より得られるマトリックスで、 P 、 Q に関する節点力から O 、 S に関する節点力へ変換するマトリックスである。

2.3 任意点を節点とする要素剛性マトリックス

図心及びせん断中心における節点変位、節点力を用いた通常のはり要素の剛性方程式は要素剛性マトリックス $[K]$ を用いて次式で与えられる。

$$\{X_{ij}\} = [K] \{u_{ij}\} \quad (9)$$

この式に式(5)、(8)を代入すると次式が得られる。

$$\{X_{pq}\} = [B_{pq}]^{-1} [K] [A_{pq}] \{u_{pq}\} \quad (10)$$

ここで、 $[B_{pq}]^{-1} = [A_{pq}]^T$ が成り立つので、結局次式となる。

$$\{X_{pq}\} = [A_{pq}]^T [K] [A_{pq}] \{u_{pq}\} = [K_{pq}] \{u_{pq}\} \quad (11)$$

式(11)の要素剛性方程式を用いることにより、断面内の任意点 P 、 Q に関する解析を行うことができる。

3. 解析モデル

本研究で用いる解析モデルは、図-3(a)のような平面線形を有する曲線桁で橋軸方向に断面寸法が変化する変断面桁である。支点は架設時を想定しているため、図-3(b)のように、前方及び後方で左右2点ずつ設置されているものとする。図中の曲率半径、支点の位置等は表-1にまとめられている。曲線桁の断面は図-4のような薄肉箱形断面であり、断面寸法は表-2の通りである。荷重は床版コンクリート打設前の鋼桁（デッキプレートを含む）のみの死荷重 w_d （平均で $w_d = 3.975 \text{ kN/m}$ ）を載荷するものとする。

数値計算におけるモデル化に際しては、1節点7自由度（そりねじりを無視するときは6自由度）を有する直線はり要素を用い、曲率、縦断勾配を有するため節点を3次元座標で与え、立体骨組構造として扱った。また、前方及び後方支点ではそれぞれ左右2点で支持されるため、これらの支持点に節点を設け、この節点と主桁との間に剛な仮想横桁を配置することとした。

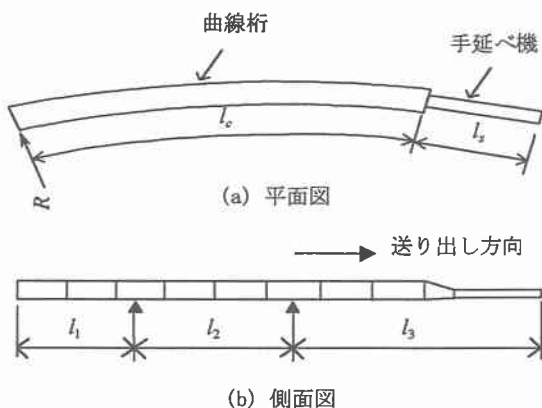


図-3 架設時の曲線桁

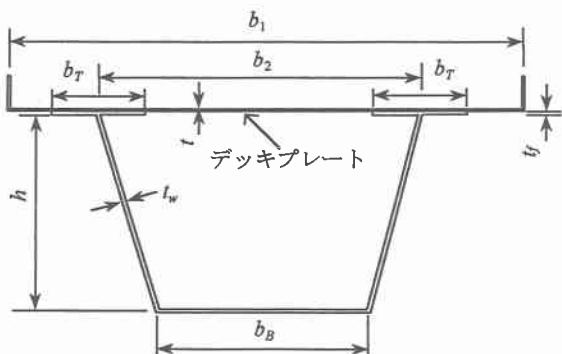


図-4 曲線桁の断面図

表-1 曲率半径等の諸元 (m)

R	$R=450.0 \sim A=200 \sim R=260.0$
l_c	111.710
l_s	36.075
l_1	23.425
l_2	54.220
l_3	70.140

表-2 断面寸法 (mm)

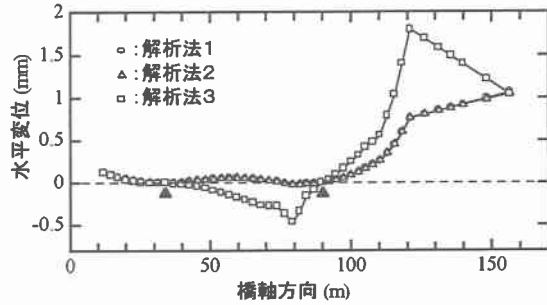
b_1	8000~9900
b_2	5200
b_r	600
h	2500
b_B	3200
t_f	19~37
t_w	17~21
t	6 (4, 2, 0)

4. 曲線橋モデルの解析結果

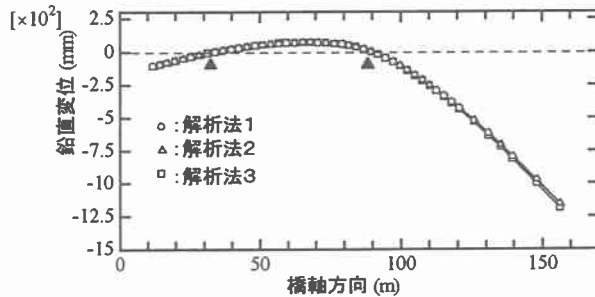
曲線橋の立体挙動を調べるに当たってここでは解析方法の違いによる比較検討、及びデッキプレートと板厚の結合の程度をデッキプレート厚を変化させることで解析を行いその影響について検討する。解析方法は、そりねじりを無視した1節点6自由度のはり要素を用いた場合(解析法1)、そりねじりを考慮したはり要素を用いた場合(解析法2)、解析法2に加えて2.で誘導した図心、せん断中心軸のずれを考慮したはり要素を用いた場合(解析法3)の3種類である。解析法1, 2, 3の順に厳密な方法である。

4. 1水平・鉛直変位及びねじり角

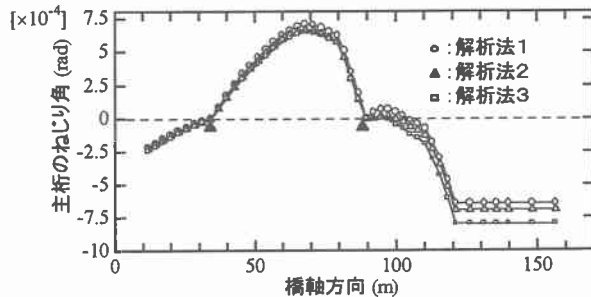
図-5(a)は曲線橋本体及び手延べ機の水平、鉛直変位及びねじり角を解析法別に表したものである。水平変位においては、解析法3の解析結果においてのみ異なった挙動を示すのは、これら3つの解析法のなかで唯一節点を下フランジ中央にとることで、ねじりが生じたとき節点を図心とするときと比べ大きな水平変位がみられたものと思われる。図-5(b)の鉛直変位については、解析法による結果の違いはほとんど見られない。図-5(c)に示すねじり角については、いずれの解析法においても張り出し部の右端でねじり角が一定の値を示している。これは、この位置に直線状の手延べ機が存在するためである。



(a) 水平変位



(b) 鉛直変位



(c) 主桁のねじり角

図-5 主桁の挙動

表-3 支点における反力

(a) 水平反力 (kN)

支点		解析法 1	解析法 2	解析法 3
前方台車	曲率外側	0.476295	0.426029	-1.38302
	曲率内側	0.476295	0.426029	-1.38302
後方台車	曲率外側	-0.468724	-0.419257	1.36103
	曲率内側	-0.469760	-0.420184	1.36404

(b) 鉛直反力 (kN)

支点		解析法 1	解析法 2	解析法 3
前方台車	曲率外側	0.573835×10^3	0.567402×10^3	0.580826×10^3
	曲率内側	0.259493×10^4	0.260142×10^4	0.258807×10^4
後方台車	曲率外側	0.441597×10^3	0.448009×10^3	0.464778×10^3
	曲率内側	0.101524×10^4	0.100877×10^4	0.991930×10^3

4.2 支点反力

表-3(a)に示すように水平反力は曲率の外側と内側でほぼ等しい数値が得られた。解析法による違いという観点から見ると解析法3では他と比較し大きな値をとっている。これは解析点(節点)の違いによるもので、解析法3では節点が下フランジ中央にあるため、同じねじり角に対して水平変位が大きな値となり、水平反力も増加するためである。鉛直反力については、表-3(b)が示すように曲率の内側の支点の値が外側の支点の値に比べ大きな値をとっている。縦横断勾配を持った曲線桁においては曲率の内側と外側の支点における反力の差がみられるがその傾向が現れている。

4.3 デッキプレート厚の影響

以下に、解析法3による解析結果を示す。デッキプレートの板厚が薄くなるにつれいずれも大きな変位を示している。図-6(a)の水平変位について見ると、中央支間部分でデッ

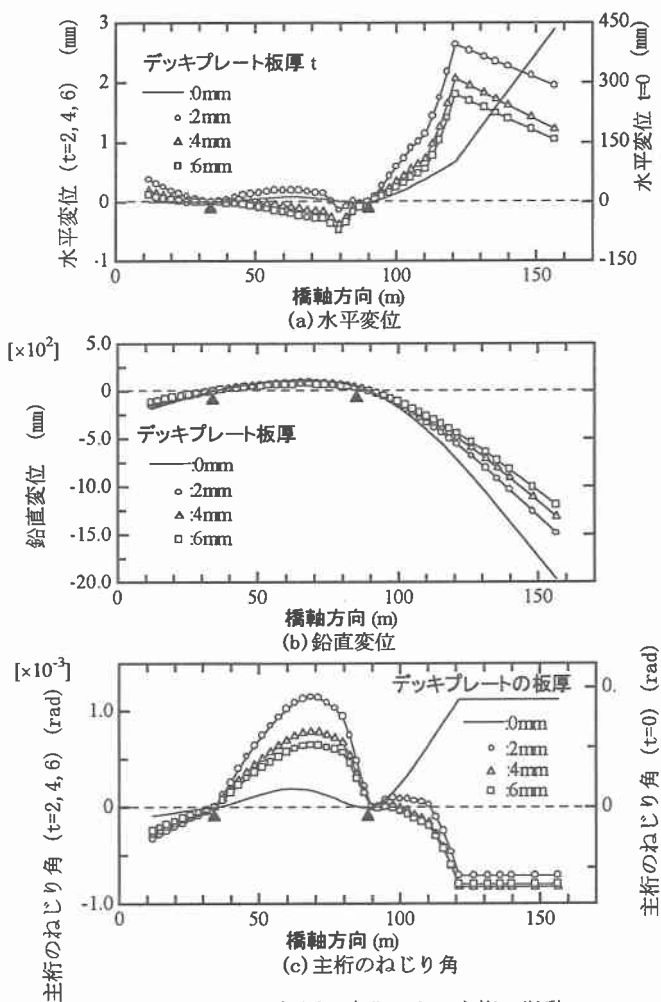


図-6 板厚の変化による主桁の挙動

表-4 板厚の変化による支点における反力

(a) 水平反力 (kN)

支点		$t=0$ mm	$t=2$ mm	$t=4$ mm	$t=6$ mm
前方台車	曲率外側	0.301781×10^2	-0.783039×10^{-1}	-0.962521	-1.38302
	曲率内側	0.301781×10^2	-0.783039×10^{-1}	-0.962521	-1.38302
後方台車	曲率外側	-0.296984×10^2	0.770592×10^{-1}	0.947221	1.36103
	曲率内側	-0.297641×10^2	0.772296×10^{-1}	0.949316	1.36404

(b) 鉛直反力 (kN)

支点		$t=0$ mm	$t=2$ mm	$t=4$ mm	$t=6$ mm
前方台車	曲率外側	0.504754×10^3	0.570914×10^3	0.577536×10^3	0.580826×10^3
	曲率内側	0.266500×10^4	0.259811×10^4	0.259140×10^4	0.258807×10^4
後方台車	曲率外側	0.553612×10^3	0.479119×10^3	0.470099×10^3	0.464778×10^3
	曲率内側	0.902235×10^3	0.977458×10^3	0.986561×10^3	0.991930×10^3

キプレートの板厚が減少するにつれて、値が負から正へ変化している。これは、せん断中心が徐々に下方へと移動し、ついには下フランジよりも下方へと移動したため水平変位が変化したことによる。また、送り出し部で水平変位の減少がみられる箇所が存在するが、これは手延べ機が曲率や縦断勾配をともに持たないことによるものである。仮に手延べ機の縦断勾配を持たせるとすると、勾配が増加するにつれこの部分での手延べ機の水平変位の減少度は小さくなる。図-6(b), (c)で分かるようにやはり板厚が薄くなるにつれ大きな変位を示す。表-4はデッキプレートの板厚の変化による主桁の挙動を表しているが、鉛直反力で板厚による顕著な違いは見られない。水平反力からはデッキプレートの板厚が大きな影響を及ぼすことが分かる。これは、解析法3での節点である下フランジ中央とせん断中心の距離が増加するにつれ、ねじりによる水平変位が増加することによって、水平反力が受け持つ割合が増加したと考えられる。

5. おわりに

比較的曲率の大きい曲線桁では、直線桁ではみられないような様々な挙動を示す。本研究では送り出し時のある時点における静的立体挙動解析を行った。曲線桁ということから、ねじりについての問題が重要になってくるのであるが、鉛直変位との関係を考察してみると主桁が正に変位しているとき、ねじり角は正の値をもっている。これは、曲率を持った主桁が上向きにたわむとそれ自体が曲率の内側へ傾くことによって、結局主桁がねじり角を持つ結果となることを表している。反力の解析結果の違いで節点を下フランジ中央にとったもののほうが節点を図心にとったものの3倍の値を示した。安全側をとるという意味では前者が妥当な結果といえる。また、主桁の剛性度の評価をデッキプレートの板厚の変化という形をとって行ったが、デッキプレートの板厚が増加するにつれ主桁のねじりに対する剛性度もやはり増加している。そして、デッキプレートをできるかぎり薄くした2mmでも開断面に比べかなりのねじり剛性が確保されている。

参考文献

- 1) (社)日本橋梁建設協会：新しい鋼橋の誕生，資料編，1998.
- 2) 川畑 治，磯江 暁，山本晃久，大垣賀津雄，他4名：2主桁橋の送り出し架設及び床版施工時における鋼桁安定性照査，土木学会第53回年講概要集，第1部(A)，pp.132-133，1998.
- 3) 鷲津久一郎，宮本博，山田嘉昭，山本善之，川井忠彦共編：有限要素法ハンドブック I 基礎編，培風館，1981.
- 4) 藤谷義信：薄肉はり構造解析，培風館，1990.