

I-88

減衰自由振動データに基づいた鋼構造物の
損傷同定に関する基礎的研究

北海道大学大学院工学研究科 正 員 小幡 卓司
 北海道大学大学院工学研究科○学 生 員 深井 隆史
 北海道大学大学院工学研究科 学 生 員 水草 浩一
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 林川 俊郎
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 佐藤 浩一

1. ま え が き

近年、我が国においても、社会資本の充実に伴って供用後 30 年程度以上経過した土木構造物が増加しつつある。中でも橋梁構造物は、今日の交通状況の増大や車両そのものの大型化等の影響により、設計当時の荷重を大きく超過している場合も少なくなく、この活荷重の増加による損傷も数多く発生している可能性が十分に推定し得る。従来は上記の 30 年程度の供用期間で新橋への架け替えを行うケースが数多く見受けられたが、今後の我が国における経済状態、あるいは旧橋取り壊しの際の産業廃棄物の処理に関する環境への配慮等を考慮すると、維持管理を強化してその必要性に応じ補修等を行うことにより既存の橋梁の長寿命化を目指すことが非常に重要な課題になると考えられる。これらの背景から、対象となる橋梁の損傷度あるいは健全度に対する現状把握が極めて重要視されるであろうことは自明と思われるが、現行の損傷度等の調査方法は目視にたよる場合が大半であり、これらの増加に伴う専門技術者の不足あるいは費用等を考慮すると、より簡便かつ安価な損傷調査・判定手法を早期に確立することが望まれる。

一方、橋梁の減衰自由振動特性を測定することによって、その健全度評価あるいは何らかの損傷を同定しようとする研究は、損傷に伴って橋梁の剛性が低下し、固有振動数が小さくなる、あるいは減衰定数が変化する等の可能性が力学的な観点から十分に推定し得るため、比較的古くから提案されている¹⁾²⁾³⁾。しかしながら、鋼橋の損傷を例に考えれば、その主な発生箇所は、ガセットプレート・垂直補剛材等のいわゆる 2 次部材の溶接部に発生するが多い。上記のような部材にかなり大きな破損等がみられる場合においても、構造物全体としての剛性低下は微小であるため、卓越しやすい低次の固有振動数にはほとんど影響を及ぼさず、比較的高次の振動モードにおける変化が大きいことが推定できる。

そこで本研究では、主に鋼橋を対象とした鋼構造物において、上記のような 2 次部材に生じる損傷に起因すると思われる比較的高次の振動数帯における振動特性の変化に着目し、減衰自由振動の測定結果から損傷を同定するための基礎的検討を行うことを目的とする⁴⁾⁵⁾。すなわち、従来着目されてきた低次の卓越振動数はフィルターを適用してこれを除去し、残留した高次の振動数成分を含む波形の分散値を求めることにより、その変化を捉えて損傷の影響についての評価を試みるものである。具体的には、2 主桁プレートガーダー橋をモデルとして、横構の拘束状態を変化させることにより仮想的な健全・損傷状態を解析的に表現し、固有振動解析をよび時刻歴応答解析を行なって所定のデータを得た。これらの解析結果に対して、FFT と FIR 型デジタルフィルタ⁶⁾を適用することにより低次の固有振動数を削除して分散値の計算を行い、これらの結果の比較検討を通じて橋梁構造物の損傷同定における有効性、適用性等に関して考察を加えるものである。

2. 解析手法

2. 1 固有振動解析および時刻歴応答解析

前述のように、本研究では写真-1 に示すような 2 主桁プレートガーダー橋をモデルとした実験供試体を作成し、その断面諸元、支間長等のデータを用いて固有振動解析ならびに時刻歴応答解析解析を

Fundamental Study on Damage Identification of Steel Structures Based on Damped Free Vibration Data

by Takashi Obata, Takashi Fukai, Koichi Mizukusa, Toshiro Hayashikawa and Koichi Sato

行った。供試体の主な諸元は、支間長 11m、幅員 0.85m の横構を有する骨組モデルである。

一般に固有振動解析においては、構造物の自由振動に関する運動方程式は以下の式によって表すことができる。⁷⁾

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $\mathbf{x}$ は変位ベクトル、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ はそれぞれ整合質量マトリックス、レーレー減衰マトリックスおよび剛性マトリックスである。この式(1)において、減衰項を無視した場合の変位ベクトル $\mathbf{x}$ が固有振動数 ω で調和振動すると仮定すると、一般解はそのときの振動モード $\mathbf{X}$ として、

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}\exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

で示される。このことから以下の振動方程式が与えられる。

$$\det[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

本研究においては、主桁と横構の部材間の拘束条件を剛結あるいはピン結合に変化させることにより健全・損傷状態を仮定していることから、剛性・質量マトリックスの双方の作成に際してそれら節点の拘束条件を十分考慮に入れるような工夫を要した。すなわち、剛性マトリックス $\mathbf{K}$ および質量マトリックス $\mathbf{M}$ に関して、1 節点当たりの自由度はそれぞれの軸方向における並進および、回転変位に加えて、そりねじりを考慮した合計 7 自由度とし、上記の健全・損傷状態に解析的に対応するために、それぞれの自由度ごとに拘束条件を与えられるように配慮を加えた。⁸⁾

具体的には、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{x}$ を荷重、変位ベクトル、 $\mathbf{K}$ を剛性マトリックスとした場合の一般的な剛性方程式は、 $\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{x}$ で与えられ、この際に仮想的な損傷により荷重が伝達されない項を $\mathbf{f}_0$ において並べ替えを行えば、以下の式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_c \\ \mathbf{f}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで $\mathbf{f}_c$ 、 $\mathbf{x}_c$ は仮想的な損傷の影響を受けない項を表している。式(4)を展開すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_c &= \mathbf{k}_{11}\mathbf{x}_c + \mathbf{k}_{12}\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{f}_0 &= \mathbf{k}_{21}\mathbf{x}_c + \mathbf{k}_{22}\mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathbf{x}_0 = -\mathbf{k}_{22}^{-1}\mathbf{k}_{21}\mathbf{x}_c \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\mathbf{f}_c = \mathbf{k}_{11}\mathbf{x}_c - \mathbf{k}_{12}\mathbf{k}_{22}^{-1}\mathbf{k}_{21}\mathbf{x}_c = (\mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{12}\mathbf{k}_{22}^{-1}\mathbf{k}_{21})\mathbf{x}_c \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、これをマトリックス表示すると、次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_c \\ \mathbf{f}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{12}\mathbf{k}_{22}^{-1}\mathbf{k}_{21} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)に関して再度並べ替えを行うことにより、任意の節点において各自由度の拘束条件を変化させることが可能になる。また質量マトリックスについても同様の操作を行うこととした。

次に時刻歴応答解析に関しては、式(1)の多自由度系の運動方程式の右辺に外力項 $\mathbf{f}(t)$ を加えることに



写真-1 実験供試体

より、解析が可能となる。レーレー減衰マトリックスにおける1次および2次の減衰定数は後述の自由減衰振動実験における実測値を用いている。時刻歴応答解析の手法には種々の方法が知られているが、本研究ではニューマークβ法を採用することとした。また、加振方法は実験に準じて、初期変位（支間中央で10mm）を与え、これを急速解放する方法を用いている。なお、時間刻みΔ*t*は0.001sec、係数βは0.25とし、4秒間解析を行なった。

なお、本研究においては複雑なマトリックス演算を極めて簡便に取り扱うことのできるMATLAB⁹⁾を用いてプログラミングを行い解析を実施した。

2. 2 FIR 型デジタルフィルタ

一般に、ノイズ等を含んだ信号を処理し必要な情報を取り出す手法の一つとして、フィルタリングが有効であることが知られている。本研究においてはフーリエ級数に基づいたFIR型バンドパスフィルタを用いて応答波形における低次の卓越振動の消去を行った^{5),6)}。

FIR型フィルタの入出力関係は次のように表される。

$$Y(n) = \sum_{i=0}^k h_i X(n-i) \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

ここで*Y*(*n*)、*X*(*n*)、*h_i*、*k*はそれぞれフィルタ出力、入力、フィルタ係数、フィルタ次数を表している。パスバンドのエッジ周波数を*f_l*、*f_u*とし、サンプリング周波数を*f_s*とすると、サンプリング周波数で正規化されたパスバンドエッジの各周波数は、

$$\begin{aligned} \omega_u &= 2\pi f_u / f_s \\ \omega_l &= 2\pi f_l / f_s \end{aligned} \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

となり、ここで、

$$\begin{aligned} \omega_c &= (\omega_u - \omega_l) / 2 \\ \omega_0 &= (\omega_u + \omega_l) / 2 \end{aligned} \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

とおくとバンドパスフィルタは、 ω_c をカットオフ周波数とするローパスフィルタを左右に ω_0 だけ平行移動したものとなる。

次に、フーリエ級数を利用したローパスフィルタのフィルタ係数*h_L*(*i*)は、以下の式で与えられる。

$$h_L(i) = (1/\pi i) \sin(i\omega_c) \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

ここで、*i*は*i*=±1, ±2, ⋯, ±*k* (*k*:フィルタ次数)である。したがってフィルタ係数*h_{BP}*(*n*)は、以下の式により得ることができる。

$$h_{BP}(i) = 2 \cos(i\omega_0) h_L(i) \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

以上のようにして得られたフィルタ係数は、パスバンド中のゲインが振動的に変化する特性を有することになる。そこでこれらに適当な窓関数を適用することにより、パスバンド中のゲインを一定に保持することが可能となる。以下にその式を示す。

$$G(i) = h_{BP}(i) w(i) \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

ここで*w*(*i*)は*i*次の窓関数であり、*G*(*i*)はバンドパスフィルタのゲインである。

以上の手法を用いてパスバンドを150～500Hzに設定し、時刻歴応答解析から得られた応答加速度に含まれる低次の固有振動数成分を除外した。

2. 3 分散値の算定

前述のとおり、本研究ではフィルタリング後の応答波形に対して分散値を算定することにより損傷の有無を検討するものである。振動波形に対する分散値は以下の式で与えられる。¹⁰⁾

$$\sigma^2_{\text{Var}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{x})^2 \dots\dots\dots (15)$$

式(15)における $x(i)$ は応答波形の各離散時間における加速度データ、 i は離散時間のステップ数である。したがって、損傷により比較的高次の振動数領域において応答に変化が生じた場合、フィルタリングによって低次の卓越した応答を除去して分散値を求めれば、その変化によって橋梁の損傷度等に関する検討が行える可能性を有するものと考えられる。

3. 解析結果およびその考察

以上のような手法を用いて、本研究では解析による加速度応答値からフィルタリング後の分散値を算出し、構造物の損傷同定を試みた。まず解析に先立ち、実験供試体に対する減衰自由振動実験を行い振動特性の把握を行った。その結果を表-1 に示す。また、図-1 および図-2 は実験で得られた加速度応答波形とそのフーリエスペクトルである。以上のような手法より、本研究では解析による加速度応答値からフィルタリング後の分散値を算出し、構造物の損傷同定を試みた。まず解析に先立ち、実験供試体に対する減衰自由振動実験を行い振動特性の把握を行った。その結果を表-1 に示す。また、図-1 および図-2 は実験で得られた加速度応答波形とそのフーリエスペクトルである。

解析モデルに関しては、図-3 のような 32 節点 51 部材の骨組モデルを用いて解析を行うこととした。解析ケースは、横構を剛結した健全状態から横構の添接部すべてをヒンジ接合した損傷状態までを想定した場合について解析を実施した。その設定を表-2 に示す。一例として case3 の主桁片側とは、図-3 の支間中央横桁に対し、移動支承側における主桁—横構間の添接部をヒンジ接合とするという意味である。

まず固有振動解析の結果を表-3 に示す。実験結果と比較を行えば、解析値は実測値とある程度よく一致し、本研究における解析モデルはほぼ妥当であると考えられる。各振動モードの解析結果からは、鉛直振動モードについては健全状態でも損傷状態でも固有振動数に変化は見受けられないが、水平振動モードに関しては損傷状態になると長周期化する傾向があるといえる。これは横構の連結部分の拘束を弛めたことにより、水平方向の剛性が低下するためと思われる。

次に、時刻歴応答解析結果に関しては、解析結果の一例として図-4,5 に健全時の加速度応答

表-1 実験供試体の振動特性

	固有振動数 (Hz)	減衰定数 (%)
鉛直 1 次モード	4.88	5.0
鉛直 2 次モード	18.80	1.6
鉛直 3 次モード	48.34	2.2

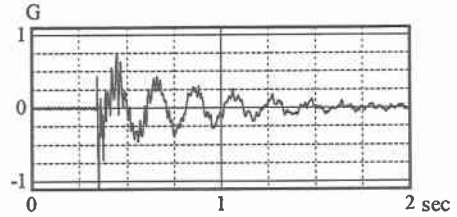


図-1 減衰自由振動波形 (実験時)

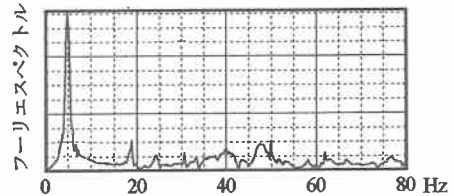


図-2 フーリエスペクトル (実験時)

表-2 解析 ケース

case No.	拘 束 条 件
case1	全ての横構を剛結 (健全状態)
case2	ある 1 本の横構をヒンジ接合
case3	支間中央から可動支承側の横構をヒンジ接合
case4	全ての横構をヒンジ接合

表-3 固有振動解析結果一覧表

振動モード	固有振動数 (Hz)	
	case 1	case 2
鉛直 1 次モード	4.92	4.92
鉛直 2 次モード	20.33	20.33
鉛直 3 次モード	44.12	44.12
水平 1 次モード	17.50	17.14
水平 2 次モード	34.31	33.95
水平 3 次モード	80.69	80.49

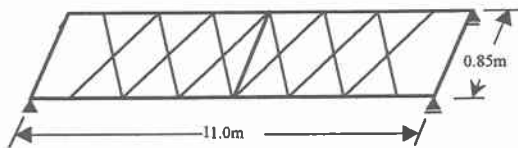


図-3 骨組みモデル

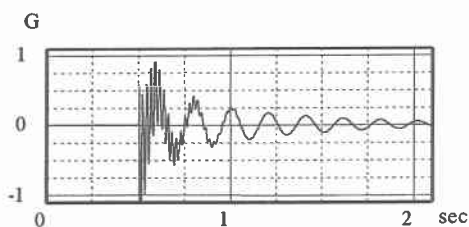


図-4 解析応答波形 (健全時)

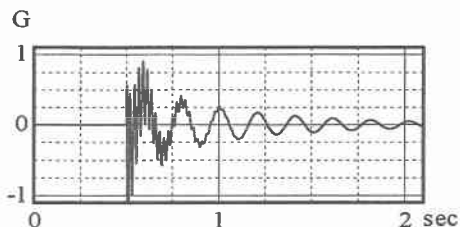


図-6 解析応答波形 (損傷時)

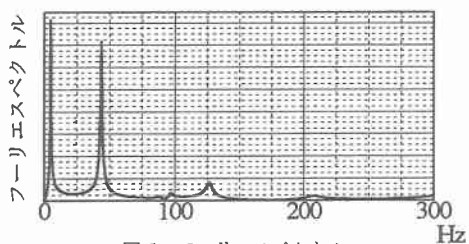


図-5 フーリエスペクトル

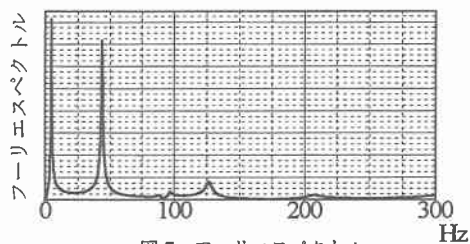


図-7 フーリエスペクトル

波形とフーリエスペクトルを、図-6,7 に case4 のそれらを示す。まず、図-5 における健全時の結果から、解析値は固有振動解析解析と同様に、実験をよく再現しているものと思われる。図-5,6 および、図-6,7 の健全時と損傷時の比較からは、両者とも 1 次固有振動数が大きく卓越し、従来から指摘されているとおり波形あるいはスペクトル図を見る限りにおいては損傷の発生等を判断することは極めて困難であることがわかる。

さらに、損傷を付加した case2～case4 について、解析モデルの各節点においてフィルタリング後の波形に対し分散値を求め、健全時の case1 における分散値との比を求めた。これらの結果を図-8,9,10 に示す。なお、図中の○の面積が損傷／健全の比の大小関係を表し、★マークが仮想的な損傷位置（ヒンジ結合）を意味している。図-8～10 と順番に着目すると、損傷が大きくなるにしたがって分散値の比も増大する現象が認められ、損傷の大小に伴って分散値も有意な変化が生じているものと思われる。また、case2 に関しては、損傷を付加した格点部とその周辺の節点における損傷／健全の分散値比が、若干ではあるが周辺部の方がやや大きくなる傾向を有することが確認された。したがって、以上のような手法を用いることにより、減衰自由振動の測定結果から比較的簡単に橋梁をはじめとする鋼構造物の損傷度を定量的に判定できる可能性を有するものと推定される。

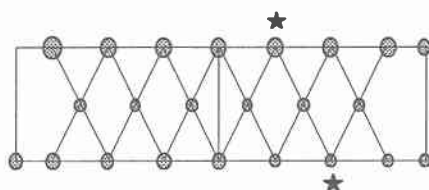


図-8 分散値の分布図 (case2)

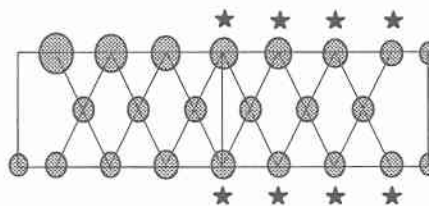


図-9 分散値の分布図 (case3)

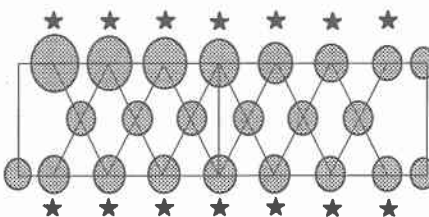


図-10 分散値の分布図 (case4)

4. あ と が き

以上のように、本研究は主に鋼橋を対象とした鋼構造物における損傷を、減衰自由振動データから推定するための基礎的検討を目的として、FIR 型バンドパスフィルタを用いて時刻歴応答解析結果から

低次の卓越振動数を除去し、残留した高次の振動数成分を含む波形の分散値を求めることにより、その変化を捉えて損傷の影響についての評価を試みたものである。

健全時と損傷時の応答波形からは、両者とも1次固有振動数が大きく卓越し、従来から指摘されているとおり波形あるいはスペクトル図を見る限りにおいては損傷の発生等を判断することは極めて困難であるが、フィルタリング後の波形に対して求められた両者の分散値の比較から、損傷が大きくなるにしたがって分散値の比も増大することが判明し、損傷の大小に伴って分散値も有意な変化が生じていることが推定される結果が得られた。また、部分的な損傷を受ける場合においても、損傷部とその周辺における損傷／健全の分散値比が若干ではあるが変化する傾向を有することが確認された。したがって、本研究でのような手法を用いることにより、減衰自由振動の測定結果から比較的簡便に鋼構造物の損傷度をある程度定量的に判定できる可能性を有するものと考えられる。

【参考文献】

- 1) 山崎智之，三上修一，大島俊之，本間美樹治，斉藤隆行：老朽 RC 橋の損傷付加振動実験，土木学会北海道支部論文報告集，第 52 号(A)，pp.490-493，1996.
- 2) 宗像康一，三好敏晴，濱本卓司：2 軸偏心を有する多層建築物の鉛直・水平 2 段階損傷検出～その 2 振動台実験による損傷検出法の検証～，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.403-404，1998.
- 3) 近藤一平，濱本卓司：振動台実験のランダム応答データを用いた多層建築物の損傷検出，日本建築学会構造系論文集，第 473 号，pp.67-74，1995.
- 4) 小幡卓司，深井隆史，水草浩一，林川俊郎，佐藤浩一：振動ノイズの分析に基づいた橋梁構造物の損傷推定について，土木学会北海道支部論文報告集，第 54 号(A)，pp.280-283，1998.
- 5) 小幡卓司，深井隆史，水草浩一，林川俊郎，佐藤浩一：振動測定データに基づいた橋梁構造物の損傷同定に関する一考察，鋼構造年次論文報告集，第 6 巻，pp.457-462，1998.
- 6) 中村尚五：ピギナーズデジタルフィルタ，東京電機大学出版局，1989.
- 7) 橋梁振動研究会：橋梁振動の計測と解析，技報堂出版，1993.
- 8) Toshiro HAYASIKAWA：Dynamic Response Analysis of Multispan Bridge Structures by Means of Continuous Mass Method，北海道大学学位論文，1983.
- 9) The Math Works Inc.：Using MATLAB，サイバネットシステム株式会社，1997.
- 10) 星谷勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974.