

## I-86

## ファジィ数量化理論Ⅱ類の橋梁健全度診断評価への応用

北見工業大学○学生員 丹波 郁恵 北見工業大学 フェロー 大島 俊之  
 北見工業大学 正 員 三上 修一 北見工業大学 正 員 山崎 智之  
 (株)中神設計事務所 正 員 本間 美樹治 北見工業大学 学生員 平 成晴

## 1. はじめに

橋梁を含む既存の構造物は、多種多様な要因により機能が低下したり老朽化されることで健全度の低下が懸念される。橋梁は道路構造物の一環として重要なライフラインの役割を果たしているため、倒壊等の事故が発生すると、社会的又は経済的損害となって私達の生活に大きなダメージを与える。このような事を未然に防止するためには、維持管理の徹底化、更に合理的な健全度診断を行うことが必然的である。

これまでの研究で各部材の損傷度から構造物全体に対する総合的な健全度を診断する手法として数量化理論Ⅱ類の適用を提案しているが、結果として数量化理論の確定的な性質上、判定に不十分な点が見られた。そこで本研究ではファジィ化の効用に着目して、ファジィ数量化理論Ⅱ類による解析でこれまでの研究を補うことについて検討した。

2. ファジィ数量化理論Ⅱ類<sup>1),2)</sup>

ファジィ数量化理論はファジィ集合論的に数量化理論を拡張したものである。質的なデータが数量化理論ではカテゴリカルであるのに対し、ファジィ数量化理論ではファジィ集合として取扱う。ここでいうファジィ集合とは定義域が曖昧で集合の境界がぼやけている集合である。本研究ではファジィ数量化理論のうち第Ⅱ類に注目する。このファジィ数量化理論Ⅱ類はいくつかのファジィ群を $[0,1]$ 上の値をとる質的な説明変数によって表現するもので、ここで扱うデータ形式を表1に示す。外的基準はファジィ群 $B_1, \dots, B_M$ で与えられ、 $\mu_B(\omega)$ は標本 $\omega$ のとり目的変量、 $\mu_i(\omega)$ はメンバシップ関数で標本の質的カテゴリ $i$  ( $i=1, \dots, K$ )に反応した程度を $[0,1]$ 上の値で表したものである。各カテゴリ $A_i$ のカテゴリウェイト $a_i$  ( $i=1, \dots, K$ )の線形式を以下に示す。

表1 ファジィ数量化理論Ⅱ類で扱うデータ

| 番号<br>$\omega$ | ファジィ外的基準<br>$B_1 \dots B_M$                 | カテゴリ<br>$A_1 \dots A_i \dots A_K$                       |
|----------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1.             | $\mu_{B_1}(1) \dots \mu_{B_M}(1)$           | $\mu_1(1) \dots \mu_i(1) \dots \mu_K(1)$                |
| 2.             | $\mu_{B_1}(2) \dots \mu_{B_M}(2)$           | $\mu_1(2) \dots \mu_i(2) \dots \mu_K(2)$                |
| $\vdots$       | $\vdots$                                    | $\vdots$                                                |
| $\omega$       | $\mu_{B_1}(\omega) \dots \mu_{B_M}(\omega)$ | $\mu_1(\omega) \dots \mu_i(\omega) \dots \mu_K(\omega)$ |
| $\vdots$       | $\vdots$                                    | $\vdots$                                                |
| $n$            | $\mu_{B_1}(n) \dots \mu_{B_M}(n)$           | $\mu_1(n) \dots \mu_i(n) \dots \mu_K(n)$                |

$$y(\omega) = \sum_{i=1}^K a_i \mu_i(\omega) \quad ; \quad \omega = 1, \dots, n \quad \dots \cdot (1)$$

これによって実軸上で外的基準のファジィ群が最もよく分離されるように $a_i$ を決める。

ファジィ群の分離の程度を示すファジィ分散比 $\eta^2$ は全変動 $T$ とファジィ群間変動 $B$ との比で式(2)のように定義され、式中の全変動 $T$ 及びファジィ群間変動 $B$ を式(3)、式(4)に示す。

$$\eta^2 = \frac{B}{T} \quad \dots \cdot (2)$$

$$T = \sum_{\omega=1}^n \sum_{r=1}^M (y(\omega) - \bar{y}(\omega))^2 \quad \mu_{B_r}(\omega) = \sum_{\omega=1}^n \sum_{r=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^K (\mu_i(\omega) - \bar{\mu}_i(\omega)) \mu_i \right\}^2 \mu_{B_r}(\omega) \quad \dots \cdot (3)$$

Application of Fuzzy Quantification Theory of Second Kind to Diagnostic Evaluation of Bridge Integrity  
 by Ikue TAMBA, Toshiyuki OSHIMA, Syuichi MIKAMI, Tomoyuki YAMAZAKI, Mikiji HONMA, Shigeharu TAIRA

$$B = \sum_{\omega=1}^n \sum_{r=1}^M (\bar{y}_{B_r}(\omega) - \bar{y}(\omega))^2 \mu_{B_r}(\omega) = \sum_{\omega=1}^n \sum_{r=1}^M \left\{ \sum_{i=1}^K (\bar{\mu}'_i(\omega) - \bar{\mu}_i(\omega)) \mu_i \right\}^2 \mu_{B_r}(\omega) \quad \cdots (4)$$

ここに、 $\bar{y}$  は線形式の値の全体ファジィ平均、 $\bar{y}_{B_r}$  は線形式の値のファジィ群内ファジィ平均、 $\bar{\mu}_i$  はカテゴリのメンバシップ値の全体ファジィ平均、 $\bar{\mu}'_i$  はカテゴリのメンバシップ値のファジィ群内ファジィ平均である。ここで行列表記すると式(3)、式(4)は以下になる。

$$T = \mathbf{a}'(\mathbf{A} - \bar{\mathbf{A}})' \mathbf{G}(\mathbf{A} - \bar{\mathbf{A}}) \mathbf{a} \quad \cdots (5) \quad \mathbf{B} = \mathbf{a}'(\bar{\mathbf{A}}_G - \bar{\mathbf{A}})' \mathbf{G}(\bar{\mathbf{A}}_G - \bar{\mathbf{A}}) \mathbf{a} \quad \cdots (6)$$

また行列 $\mathbf{S}_G$ 、 $\mathbf{s}$ を式(7)、式(8)と定義すると、式(2)は式(9)のようになり固有値問題に帰着する。

$$\mathbf{S}_G = \left\{ \mathbf{G}^{1/2}(\bar{\mathbf{A}}_G - \bar{\mathbf{A}}) \right\} \left\{ \mathbf{G}^{1/2}(\bar{\mathbf{A}}_G - \bar{\mathbf{A}}) \right\}' \quad \cdots (7) \quad \mathbf{s} = \left\{ \mathbf{G}^{1/2}(\mathbf{A} - \bar{\mathbf{A}}) \right\} \left\{ \mathbf{G}^{1/2}(\mathbf{A} - \bar{\mathbf{A}}) \right\}' \quad \cdots (8)$$

$$\left[ (\Delta')^{-1} \mathbf{S}_G \Delta^{-1} \right] \Delta \mathbf{a} = \eta^2 \Delta \mathbf{a} \quad \cdots (9)$$

従って式(9)の固有値 $\eta^2$ を最大にする線形式(1)の $a_i$ を決定する。詳細について参考文献<sup>1), 2)</sup>を参照されたい。

### 3. 健全度診断評価の方法

#### 3. 1 外的基準及びアイテム

健全度診断評価の点検対象となる部材項目は、建設省土木研究所の「橋梁点検要領(案)」<sup>4)</sup>を参考としている。ここに示されている 20 項目のうち健全度に関与する重要度により項目の細分類化または削除、更に類次項目の統合等の操作を行い表 2 に示すように 14 項目とした。

この 14 項目が解析上のアイテムとなる。

点検結果は建設省土木研究所の「損傷度判定基準(案)」を基に OK～Ⅰの 5 段階に判定されるが、Ⅰについては点検結果からは機械的に判定せず道路管理者ならびに点検者が周囲状況から総合的に判定することから除外し、表 3 に示すように OK～Ⅱの 4 段階に設定した。この 4 段階の判定が解析上の外的基準となる。

表 3 損傷度判定基準 (外的基準)

|    |             |
|----|-------------|
| OK | 現状維持        |
| Ⅳ  | 軽い補修を要する    |
| Ⅲ  | 大がかりな補修を要する |
| Ⅱ  | 補修より架替を勧める  |

表 2 部材項目 (アイテム)

|      |                                   |
|------|-----------------------------------|
| 上部構造 | ・主 1<br>主部材・主 2<br>・主 3           |
|      | ・補剛材 (2 次部材)                      |
| 下部構造 | ・床 1<br>床版・床 2<br>・床 3            |
|      | ・躯体<br>・基礎                        |
| その他  | ・支承<br>・高欄<br>・地覆<br>・舗装<br>・伸縮装置 |

#### 3. 2 解析方法

実際に橋梁維持管理業務に携わっている専門技術者に多種の損傷を受けている想定橋梁の健全度診断を依頼し、このアンケート調査データをファジィ数量化理論Ⅱ類により解析する。その結果定量的な評価判定基準を得ることができ、これを実在橋梁の健全度診断を行う場合の基準値とする。表 4 にアンケート調査データの一部を示す。

表 4 アンケート調査結果

| No. | 主1 | 主2 | 主3 | 補  | 床1 | 床2 | 床3 | 基礎 | 地覆 | 舗装 | 橋脚 | 基礎 | 支承 | 伸縮 | A.R. | B.R. | C.R. | D.R. | E.R. |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|------|------|------|------|
| 1   | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | Ⅳ  | Ⅲ  | OK   | OK   | Ⅳ    | OK   | OK   |
| 5   | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | Ⅳ  | Ⅳ  | OK | Ⅳ  | OK | OK   | OK   | OK   | OK   | OK   |
| 140 | Ⅱ  | OK | Ⅲ  | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | Ⅳ  | Ⅱ    | Ⅳ    | Ⅳ    | Ⅲ    | Ⅲ    |
| 171 | OK | OK | OK | Ⅱ  | OK | OK | Ⅱ  | OK | Ⅳ  | Ⅱ  | OK | Ⅳ  | OK | OK | Ⅳ    | Ⅳ    | Ⅳ    | Ⅳ    | Ⅳ    |
| 180 | OK | Ⅱ  | OK | OK | OK | OK | OK | OK | OK | Ⅲ  | OK | Ⅲ  | OK | Ⅱ  | Ⅲ    | Ⅲ    | Ⅲ    | Ⅱ    | Ⅲ    |

次にファジィ数量化理論Ⅱ類における外的基準及び帰属度の決定を行う。外的基準は前述のように4段階判定 OK、Ⅳ、Ⅲ、Ⅱの4つの群とする。アイテムの各カテゴリにおけるメンバシップ値(帰属度)と外的基準(判定)に帰属する程度を示すメンバシップ値は以下のように考える。アイテムでは各カテゴリに反応するか否かについて{0,1}の値を用い、例えば部材の損傷度がOKであればOKのカテゴリに1を、その他(Ⅳ、Ⅲ、Ⅱ)のカテゴリには0を与える。一方外的基準では各判定における人数の全体人数に対する割合で[0,1]上の値を用いる。例えば表4においてNo1 橋梁は5人の判定者の内4人がOK判定を下していることからOKのメンバシップ値は4/5となる。このことによりアンケート調査における判定者個人の思考を有効的に尊重することが可能となると考えられる。なお表4のアンケート調査データを表1を参考にファジィ数量化理論Ⅱ類に適用するデータ形式に書換えると表5のようになる。

表5 ファジィ数量化理論Ⅱ類でのアンケート調査データ

| No. | 外的基準 |     |     |     | アイテム |   |   |   |    |   |   |   |     |   |   |     |      |   |   |   |
|-----|------|-----|-----|-----|------|---|---|---|----|---|---|---|-----|---|---|-----|------|---|---|---|
|     |      |     |     |     | 主1   |   |   |   | 主2 |   |   |   | ... |   |   |     | 伸縮装置 |   |   |   |
|     | OK   | Ⅳ   | Ⅲ   | Ⅱ   | OK   | Ⅳ | Ⅲ | Ⅱ | OK | Ⅳ | Ⅲ | Ⅱ | OK  | Ⅳ | Ⅲ | Ⅱ   | OK   | Ⅳ | Ⅲ | Ⅱ |
| 1   | 4/5  | 1/5 | 0   | 0   | 1    | 0 | 0 | 0 | 1  | 0 | 0 | 0 | ... |   |   | ... | 0    | 0 | 1 | 0 |
| 140 | 0    | 2/5 | 2/5 | 1/5 | 0    | 0 | 0 | 1 | 1  | 0 | 0 | 0 | ... |   |   | ... | 0    | 1 | 0 | 0 |
| 180 | 0    | 0   | 4/5 | 1/5 | 1    | 0 | 0 | 0 | 0  | 0 | 0 | 1 | ... |   |   | ... | 0    | 0 | 0 | 1 |

#### 4. 解析結果及び考察

##### 4. 1 ファジィ数量化理論によるアンケート調査データの解析結果

アンケート調査データの解析結果得られるカテゴリスコアについては多数あるため表示は省略し表6に相関比のみを示す。ここにおける1軸、2軸、3軸とは解析した結果得られる軸のことである。また図1は横軸に式(1)から得られた各橋梁のサンプル値、縦軸に外的基準のメンバシップ値(帰属度)を図示したものである。ここで外的基準のメンバシップ値に偏りが見られ、全てのサンプルを布置して曲線近似することが困難であるため、サンプル値の最大値から最小値を30等分してサンプル値及び帰属度の平均値を布置している。更にそれらの点に4次多項式を用いて近似曲線を適合させた。近似曲線は実在橋梁を判定する際の基準線となるため、判定への影響が大きく慎重に検討する必要がある。その結果4次多項式によるものが最もよく点に適合し妥当であると考えられ

表6 各軸のファジィ相関比

|    | ファジィ相関比        |
|----|----------------|
| 1軸 | 0. 6 1 6 5 2 1 |
| 2軸 | 0. 2 9 6 2 0 0 |
| 3軸 | 0. 1 2 5 9 7 0 |

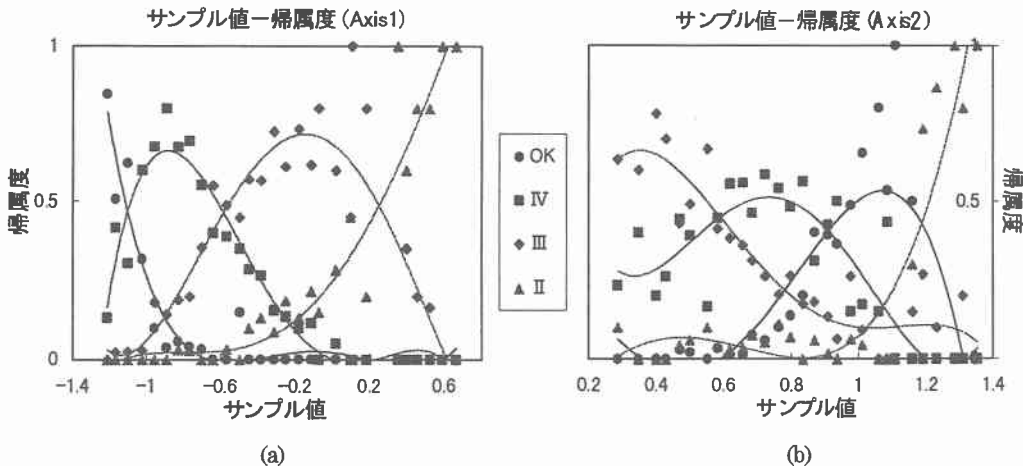


図1 ファジィ数量化理論Ⅱ類によるアンケート調査データの解析結果

た。この近似曲線の信頼性について更なる検討を重ねれば高精度の判定が期待できると考えられる。図1(a)は相関比が最大となる1軸のグラフ、図1(b)は2軸のグラフを示している。なお図1(b)は見やすいように横軸の縮尺を大きくしている。ここから相関比が大きい1軸の方はそれぞれの群がよく分離され外的基準の構造形状がよく表現されていることがわかる。この解析では相関比が最も大きい1軸のみで十分判定が可能であり、比較的高精度の判定結果が期待できると考えられる。また近似曲線の交点にあたるサンプル値を有する標本については2軸を用いて再検討することができる。以上の分析結果を用いることによって実在橋梁の健全度を判定することが可能となる。

#### 4. 2 数量化理論Ⅱ類によるアンケート調査データの解析結果

同じアンケート調査データを数量化理論Ⅱ類により解析した。その結果から得られた相関比を表7にサンプル値の散布図を図2に示す。ここに1軸、2軸、3軸とは数量化理論Ⅱ類と同様、解析した結果得られる軸のことである。図2の(a)は1軸と2軸、(b)は1軸と3軸のサンプル値の散布状況を表している。ここで破線はそれぞれの軸の境界線を示しており点線は1軸の境界線、2点鎖線は2軸の境界線また1点鎖線は3軸の境界線を示す。数量化理論Ⅱ類ではこの各軸の境界値を基準値として実在橋梁を判定する。表7からわかるように2軸、3軸と相関比が小さくなり、それに伴って分離状況は不明確となり判定精度は低くなると考えられる。また数量化理論による解析結果は通常、外的基準の各群が完全に分離することは稀で図2に示すように群が互いに重なる形状を示すと考えられる。しかし数量化理論Ⅱ類を用いて判定する場合、群をカテゴリ化するため群相互の境界値を決定する必要がある。この境界値の数量化理論Ⅱ類では標本の各外的基準(評価)を確定的に決定できるが、前述のように群が分離せず重なっている部分に属する標本の判定は信頼性が低くなると考えられた。

表7 各軸の相関比

|    | 相関比      |
|----|----------|
| 1軸 | 0.852791 |
| 2軸 | 0.585662 |
| 3軸 | 0.253095 |

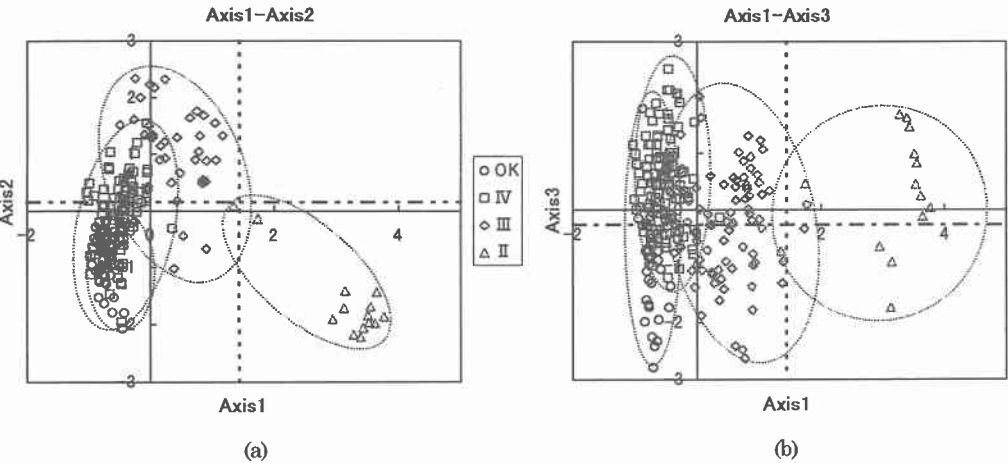


図2 数量化理論Ⅱ類によるアンケート調査データの散布図

#### 4. 3 実在橋梁の判定結果によるファジィ数量化理論Ⅱ類と数量化理論Ⅱ類の比較検討

実在橋梁の数量化理論Ⅱ類による判定結果とファジィ数量化理論Ⅱ類による判定結果とを比較検討する。これまでの研究において前述するように数量化理論Ⅱ類による判定結果では境界値付近に布置する橋梁の判定に不明瞭な点が見られる。そのため本研究では図3に示すように各軸の境界値付近の橋梁にのみ着目した。図3は図2と同様に(a)は1軸と2軸、(b)は1軸と3軸のサンプル値の散布図である。これらの橋梁のうち表

8に示す6橋を例に比較検討する。なお各橋梁における境界値付近のサンプル値について網掛けで表示する。まず図3(a)のグラフに示すようにNo.9及びNo.179は1軸の境界値付近にNo.186及びNo.139は2軸の境界値付近に位置する。また図3(b)に示すようにNo.177、No.181及びNo.179は3軸の橋梁値付近に位置する。ここで数量化理論Ⅱ類では1軸でⅢとⅣ、Ⅳ、OK、2軸でⅢとⅣ、OK、3軸によりⅣとOKを判別する。従ってNo.9はⅢと判定されているが極めてⅡの判定に近く、一方No.186は同じⅢの判定ではあるがⅣの判定に近いと考えられる。その他の境界値付近に属する橋梁についても同様なことが言えると考えられる。

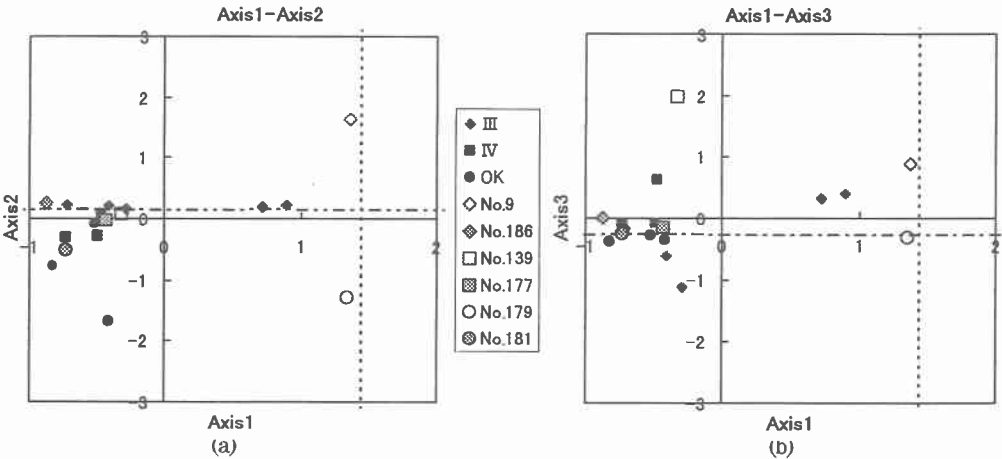


図3 数量化理論Ⅱ類による実在橋梁の判定結果 (境界値付近データのみ抽出)

表8 数量化理論Ⅱ類における各軸の境界値及びサンプル値

| 判定  | No. | サンプル値     |           |           |
|-----|-----|-----------|-----------|-----------|
|     |     | 1軸        | 2軸        | 3軸        |
| Ⅲ   | 9   | 1. 3 7 2  | 1. 6 4 1  | 0. 8 5 9  |
|     | 186 | -0. 8 7 6 | 0. 2 2 1  | -0. 0 0 6 |
| Ⅳ   | 139 | -0. 3 2 3 | 0. 0 8 7  | 1. 9 7 4  |
|     | 177 | -0. 4 3 2 | -0. 0 3 0 | -0. 1 4 8 |
| OK  | 179 | 1. 3 5 0  | -1. 2 8 0 | -0. 3 1 2 |
|     | 181 | -0. 7 3 0 | -0. 5 2 0 | -0. 2 5 8 |
| 境界値 |     | 1. 4 3 6  | 0. 1 5 3  | -0. 2 5 5 |

ここで表8に示した橋梁についてファジィ数量化理論Ⅱ類を用いて解析した結果を図4に示す。縦軸に各外的基準の帰属度（判定程度）の割合またその数値をグラフの下に示している。数量化理論Ⅱ類での判定がⅢであったNo.9の橋梁は、図4からファジィ数量化理論Ⅱ類による判定においてもほぼⅢと判定できるが判定Ⅱの帰属度が約3割を占めていることがわかる。一方数量化理論Ⅱ類で同判定ⅢであったNo.186の橋梁については判定Ⅲよりも判定Ⅳの帰属度の方が大きくなっている。そのためもし確定的に判定するならばⅢと判定するよりもむしろⅣと判定する方が妥当であると考えられる。また図3において数量化理論Ⅱ類でOKと判定されたNo.179の橋梁は、1軸及び3軸の境界値付近でかつOKの外的基準群から離れて位置している。しかし図4からファジィ数量化理論Ⅱ類ではOKと判定する帰属度は無くなり代わってⅢとⅣの帰属度が大きくなりOKと判定し難いと考えられる。以上のことから明瞭な確定的判定が困難である標本（橋梁）即ち数量化理論Ⅱ類において各外的基準群が分離せず重なる領域に属する標本や群から離れた標本に対する判定に関してファジィ数量化理論Ⅱ類の適用は有効であると考えられる。更に判定の程度を帰属度として数値化することにより具体的な判定の表現が可能となると考えられる。

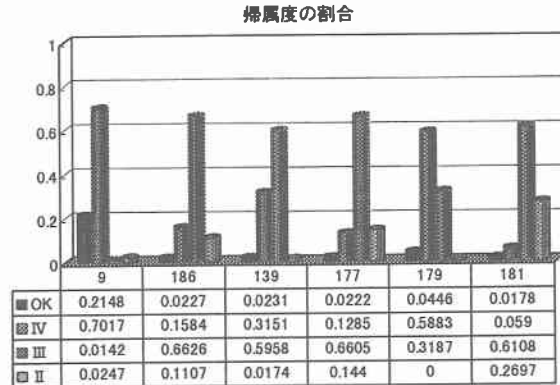


図4 ファジィ数量化理論Ⅱ類による実在橋梁の判定結果

## 5. まとめ

本研究ではこれまでの研究の数量化理論Ⅱ類を用いて行う橋梁健全度診断評価における不明瞭性に対する検討にファジィ数量化理論Ⅱ類を適用した。その結果、以下のことが得られた。

- ① ファジィ数量化理論Ⅱ類を適用することで数量化理論Ⅱ類では判定不十分であった橋梁の健全度診断評価を明確にし、かつ判定が帰属度として数値で得られるため判定結果を具体的に数値表現することが可能である。
- ② 外的基準をファジィ的にとらえることでアンケート調査結果における判定者の思考を有効的にデータとして解析に取り込むことができる。
- ③ ファジィ数量化理論Ⅱ類ではアンケート調査から得られる基準値を基に実在橋梁の判定をする際、1軸のみで十分な判定が可能であるため高精度の判定が期待できる。
- ④ これまでの数量化理論Ⅱ類による判定結果を更にファジィ数量化理論Ⅱ類による判定結果で補うことで明瞭な判定結果が得られる。

## 6. 今後の課題

- ① ファジィ数量化理論Ⅱ類による実在橋梁の判定結果はアンケート調査結果を解析し得られるサンプル値—帰属度の関係を示すグラフ上の近似曲線に左右されるため、適応性について再検討すると更なる高精度の判定が期待できる。
- ② 本研究ではアンケート調査のファジィデータにおいて外的基準のみファジィ化したが、工学上より本質的な判定基準を得るためにはアイテムについても各部材毎の損傷程度を示す判定基準の帰属度を与える必要がある。

本研究は平成10年度文部省科学研究費（代表者 山崎智之）の補助を受けて行われました。

## 参考文献

- 1) 寺野寿郎・浅居喜代治・菅野道夫：ファジィシステム入門、オーム社、1987
- 2) 和多田淳三・田中英夫・浅居寿郎：ファジィ数量化理論Ⅱ類、行動計量学、9,2,pp.24-32、1982
- 3) 森弘・大島俊之・三上修一他：コンピューター・グラフィックスと数量化理論を応用した橋梁の維持点検評価法、土木学会論文集、No.501/I-29、pp.113-121、1994.10
- 4) 建設省土木研究所：橋梁点検要領(案)、土木研究所資料、第2651号、1988