

I-52

橋梁構造物のアクティブ制御系設計における MATLAB の適用性について

北海道大学大学院工学研究科 正 員 小幡 卓司
 北海道大学工学部○学生員 福田 一郎
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 林川 俊郎
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 佐藤 浩一

1. まえがき

我が国における土木構造物の振動制御は、1980年代から盛んに研究が行われ、近年においては、計算技術の発達あるいは制振デバイスの性能向上等にもなって次第に実用化の域に達しつつある。中でもアクティブ振動制御は、パッシブ方式に比して複数のモードへの対応が可能であり、最近のパソコンの発達によって比較的安価に高速な制御が実現できることから、主に吊橋等のタワーにおける水平振動の制振をはじめとして、数多くの実施例が報告されている¹⁾。一般に土木構造物においてアクティブ制振を適用する場合、制御対象が大規模であることから、構造物のモデル化あるいは振動性状の把握、さらには採用すべき制御理論等、十分な検討を要する項目は多岐にわたるものと考えられる。しかしながら、従来の FORTRAN 等を用いた解析では、プログラミングにおける制御設計に伴う専門知識の必要性やその規模を考慮すればこれらを統一的に取り扱うことは困難であり、一般の橋梁設計者が制御系設計を簡便に行うことは極めて困難であると思われる²⁾。

一方、制御工学の分野では 1960 年代から航空機や車両あるいは電気・電子機器の制御を中心として実用化がなされている³⁾。これに伴い、一般の技術者が特別な専門知識を必要とすることなく、容易に設計を行うためのコンピュータ支援システム(制御用 CAD)の開発が精力的に行われた。その代表例として、MATLAB が知られている⁴⁾。この MATLAB においては、制御に伴う解析手法のみならず通常の時刻歴応答等に関しても組み込み関数的なコマンドで解析が可能であり、また、ブロック線図を記述することによって簡単にシミュレーションが行える Simulink⁵⁾と呼ばれる Tool も用意されていることから、極めて容易に制御系設計が実現できるようになってきた。

以上を踏まえて、本研究では土木構造物の振動制御系設計における MATLAB ならびに Simulink の適用性を検討するために、吊橋あるいは斜張橋等のタワーを想定した塔状構造物を対象として制御系設計を試みたものである。具体的には、3 層の塔状構造物を制御対象として 3 質点系にモデル化し、最適制御理論を用いて MATLAB および Simulink によって制御ゲインの算定、制振シミュレーション等を実施した。これらの結果から、土木構造物の制御系設計における MATLAB の適用性、有効性等に関して検討を行ったものである。

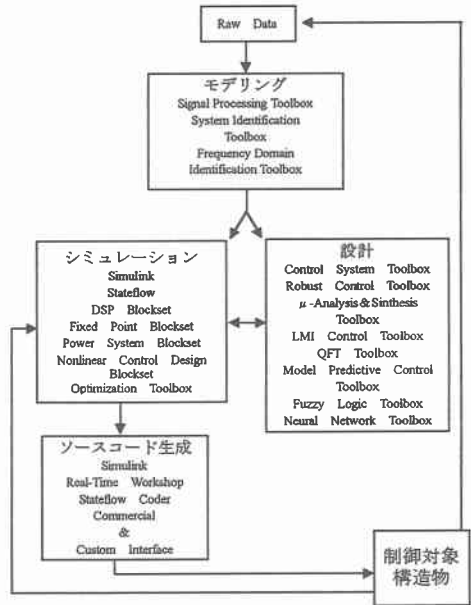


図-1 制御系設計フロー

2. MATLAB の概要

MATLAB は、数値解析、信号処理およびグラフィックスの機能を統合した基本モジュールと、制御、Fuzzy 演算等の解析法をまとめた Tool Box および Simulink (ダイナミックシステムシミュレータ) や Sptool (フィルタリング) に代表されるような特定の解析を簡便に実施するための Tool

表-1 主なブロックダイアグラム

カテゴリ	ブロック	機能
Sources	From Workspace Sine Wave	ワークスペースに定義した行列からデータを読み込む 正弦波の発生
Sinks	Scope To File	応答履歴の表示 計算結果のファイル出力
Linear	State-Space Matrix Gain	線形状態空間システムを実現 入力と行列の乗算を実行
Nonlinear	S-Function	S-ファンクションにアクセスする
Connections	Mux Demux Subsystem	複数の入力ラインを一つのベクトルラインにまとめる ベクトル信号を複数の出力信号に分離 あるシステムを別のシステム内で表現

Study on Applicability of Active Vibration Control Design System for Bridge Structures by Using MATLAB
 by Takashi OBATA, Ichiro FUKUDA, Toshiro HAYASHIKAWA, Koichi SATO

によって構成される。これらの Tool Box 等を組み合わせることにより、制御対象のモデリングからシステムへのソフトウェア実装まで一貫して行うことが可能になる。図-1 に MATLAB による制御系設計フローを示す。MATLAB は会話型のシステムで、基本的なデータ変数はマトリックスとなっている。通常のプログラミングは、M-file と呼ばれるテキストファイルに必要なコマンド等を記述することにより行われ、複雑なマトリックス演算あるいは制御ゲインの最適化等の解析を極めて容易に行うことが可能である。MATLAB のシステム本体は C 言語によって作成されていることから、m-file の記述方法も C 言語に準じたものとなっている。また、Simulink は動的システムのモデリングと非線形シミュレーションを行うためのブロックダイアグラムシミュレータであり、様々なシステムの制御系設計をブロック線図を記述するだけで容易に行うことが可能であり、ライブラリには状態方程式あるいは伝達関数等のブロックダイアグラムが用意されている。解析は、必要なブロックを結合させて変数を設定すれば、直ちに結果を得ることができ、視覚的にも極めて理解しやすいものとなっている。表-1 に Simulink における主なブロックダイアグラムを示す。本研究では、以上のような MATLAB および Simulink の特徴を生かして、構造物の制御系設計が可能となるプログラム開発環境を整備することとした。

3. 解析理論

3-1. 構造物のモデル化

前述の通り、本研究で用いた制御対象は著者らが従来から研究を行ってきた 3 層の実験供試体であり、これを 3 質点系にモデル化することにより解析を行った。図-2 に実験供試体の一般図を、図-3 に解析に用いた 3 質点系モデルを示す。また、実験供試体の振動特性を把握するために減衰自由振動実験を行って、固有振動数、減衰定数等の測定を実施した。表-2 は、これらの実測値である。表-2 より、本供試体は比較的長周期であり、極めて小さい減衰を有する構造物であることがわかる。

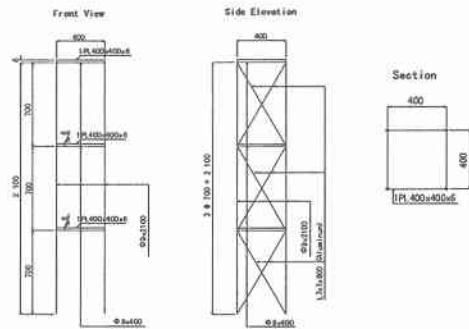


図-2 実験供試体一般図

3-2. 最適制御理論

最適制御理論は、多入力・多出力の制御系を扱う現代制御理論の中で最も一般的な理論である^{3),7)}。その特徴は、数学的モデルに基づいた状態方程式で構成されること、線形の比例型制御であること、重み行列の設定によって制御効果の調整が可能であること、また、ある程度のロバスト安定性を有すること等が挙げられる。

一般に、制御装置の重錘を駆動してその反作用により構造物の動的応答に応じた制御力を得る、いわゆる制御力型システムは以下のような運動方程式で表現することができる⁷⁾。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) + \mathbf{u}(t) \dots\dots\dots(1)$$

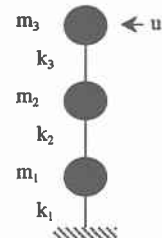


図-3 解析モデル

ここで $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ はそれぞれ質量、減衰、剛性マトリックスであり $\mathbf{x}(t), \mathbf{f}(t), \mathbf{u}(t)$ は、変位、外力、制御力ベクトルを表している。本研究では質量マトリックスに集中質量法を、減衰マトリックスにはレーレー減衰を用いている。ここで、状態ベクトルを $\mathbf{x}_s(t) = \{\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)\}^T$ とおいて式(1)を状態空間表示すると、

表-2 振動特性一覧表

	1 次モード	2 次モード	3 次モード
ω (rad/sec)	8.943	26.026	37.997
F(Hz)	1.423	4.242	6.047
T(sec)	0.703	0.241	0.165
ξ (%)	0.360	0.250	

$$\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_s(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_s(t) \dots\dots\dots(2)$$

$$\mathbf{y}_s(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_s(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}_s(t) \dots\dots\dots(3)$$

となる。ここで、 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ はシステム、制御、出力、伝達の各マトリックスである。また、制御力ベクトル $\mathbf{u}_s(t)$ は、以下の式のように状態ベクトル $\mathbf{x}_s(t)$ とフィードバックゲイン $\mathbf{F}_s$ の積で表される。

$$\mathbf{u}_s(t) = -\mathbf{F}_s\mathbf{x}_s(t) \dots\dots\dots(4)$$

一般に最適制御理論によるレギュレータの設計法では、式(4)のフィードバックゲイン $F_r(t)$ は式(5)に示すような評価関数が最小になるように求められる。

$$J = \sum_{t=0}^{\infty} \{ \mathbf{x}_s(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{u}_s(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}_s(t) \} \quad (\mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{R} > 0) \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ は状態・制御力の各ベクトルに対する重みマトリックスであり、最適制御による制振効果はこれらの設定によって大きく左右される。通常の制御系の設計手順としては、 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ を仮定してシミュレーションを繰り返し、制振装置の性能等を考慮した上で目標とする制御効果が得られるような重みマトリックスの設定を行うものである。本研究では、式(5)の右辺第1項を構造系のエネルギー状態を表現するものとみなし、 $\mathbf{Q}$ に構造物モデルにおける各質点の質量および剛性を用いて、これを定数倍することによりフィードバックゲイン F_r を求めている。なお、状態量については各層の応答変位および応答速度を、また、制御力の作用位置は上層のみに入力することとした。

本研究における具体的な解析手法は、システム、制御力等のマトリックスを求めた後、Simulink の State-Space ブロックを用いて構造物モデルの状態方程式を定義する。重みマトリックスの設定は Sub-system を介して行い、フィードバックゲイン F_r の算定は m-file をリンクさせることにより、これを求めるコマンド lqry を使用する。制御力の計算は Matrix Gain ブロックで行われ、上記のゲイン F_r と応答量に応じて求められる。解析結果は、Scope ブロックにリアルタイムで表示され、制御効果の確認が極めて容易に行うことができる。基本的な解析の流れは、Simulink におけるブロック線図のベクトルラインにそって行われ、視覚的に非常に理解しやすいものとなっている。

図-4 に Simulink を用いたプログラミングの一例を示す。図-4 に着目すると、Sub-system 1 ブロックは重み $\mathbf{Q}$ の設定を、また Sub-system 2 ブロックがフィードバックゲイン F_r の再計算を行うものとなっており、これらを変更することにより他の制御理論による解析も容易に可能となるものと判断できる。

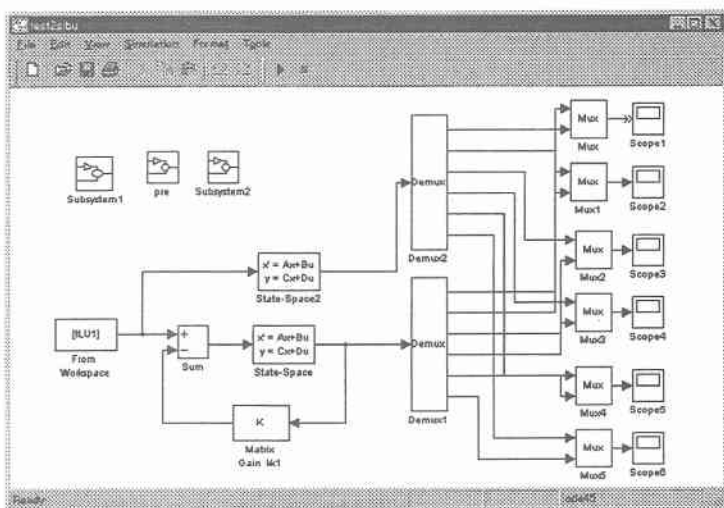


図-4 Simulink のプログラム

4. 解析結果とその考察

前述のとおり、本研究では MATLAB および Simulink を用いて振動制御シミュレーションを実施した。入力波としては、1～3 次の固有振動数を持つ正弦波を各層に 20 秒間入力し、同時に制振を行うこととした。解析結果の一例として、図-5 ～ 7 に 1～3 次の入力に対する制御時と非制御時の上層における応答変位を、図-8 に周波数応答特性を示す。図-5～7 より、本解析結果においては低次のモードほど大きな制振効果が得られていることがわかる。すなわち解析終了時付近において、1 次については非制御時の応答に対しておよそ 19%程度まで振動が抑制されているのに対し、2 次では約 35%、3 次では 74%程度となっており、高次振動になるほど明らかに振動抑制効果が低下していることが認められる。これは、制御力の作用点为上層のみであることから、この層の変位応答が高次になるに

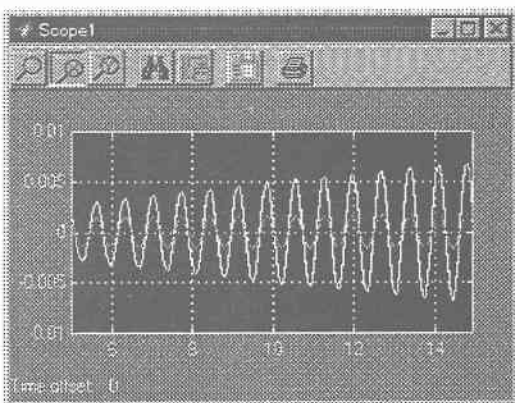


図-5 1 次の入力波に対する応答変位

したがって減少し、これに伴い付加した制御力の効果も次第に減少するものと考えられる。図-8 においても、同様にマグニチュードのピーク値の低減率が高次になるほど減少していることが確認できる。よって、これらの結果から Simulink による解析結果はほぼ妥当であると考えられる。本研究で用いた解析システムでは、前述のとおり重みマトリックスの変更とフィードバックゲインの再計算が即座に実行可能なため、必要な制振効果が得られるまでのシミュレーションが非常に容易に実現できることが判明した。さらに、地震力等の不規則な動的外力が作用した場合の振動抑制効果の確認も、入力波の変更で自在に行えることから、土木構造物のアクティブ制御系設計における MATLAB および Simulink の適用は極めて有効であると思われる。

5. あとがき

以上のように本研究は、土木構造物のアクティブ制御系設計における MATLAB および Simulink の適用性について検討を行なうために、吊橋等のタワーを想定した塔状構造物を制御対象として振動制御シミュレーションを試みたものである。

その結果、MATLAB および Simulink による解析はほぼ妥当であると考えられる。本研究で用いた解析システムは、前述のとおり重みマトリックスの変更、フィードバックゲインの再計算等が容易に実行可能であり、必要な制振効果が得られるまでのシミュレーションが極めて短時間で実施できることが判明した。したがって、実務設計においても簡便に制御系の検討が行えるものと推定され、本手法は土木構造物の振動制御に十分適用が可能であると考えられる。また、一般に FORTRAN 等の言語を用いて制御系設計を実現するためには、制御工学ならびに関連する数学的手法の知識が必要とされるが、このような CAD においては各種のコマンドを利用することにより実務設計の知識の応用で十分対応が可能であると思われる。特に Simulink を適用すれば、構造物モデルが同一であれば基本的なシミュレーションシステムは変更することなく、フィードバックゲインの計算過程のみの変更で各種の制御理論の比較検討等が極めて簡便に行えることが確認された。よって、今後ますます増加するものと思われる実構造物の振動制御において、MATLAB 等の制御用 CAD の設計業務への適用は非常に有効であると思われる。

【参考文献】

- 1) 岡林隆敏：橋梁振動の制振・制御－振動制御の理論とその実用化－，橋梁振動コロキウム'97 論文集，pp77-85，1997.
- 2) 小幡卓司，玉垣達也，林川俊郎，佐藤浩一：MATLAB による塔状構造物の制御系設計について，土木学会北海道支部論文報告集，第 54 号(A)，pp202-205，1997.
- 3) 特集 制御理論の考え方とモータ制御への応用，インターフェース 9 月号，CQ 出版社，pp75-179，1993.
- 4) 岡林隆敏，馬渡あかね，加賀利明：MATLAB ソフトウェアによる吊床版歩道橋の歩行者励起振動の解析と制御設計，構造工学論文集，Vol43A，pp693-702，1997.
- 5) The Math Works Inc.: Using MATLAB，サイバネットシステム株式会社，1997.
- 6) The Math Works Inc.: Simulink User's Guide，サイバネットシステム株式会社，1998.
- 7) 白石昌武：入門現代制御理論，啓学出版，1987.

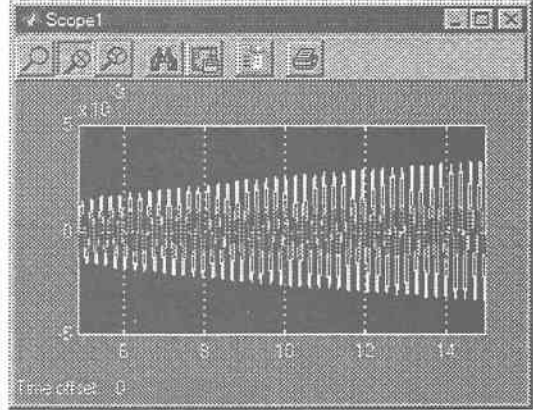


図-6 2 次の入力波に対する応答変位

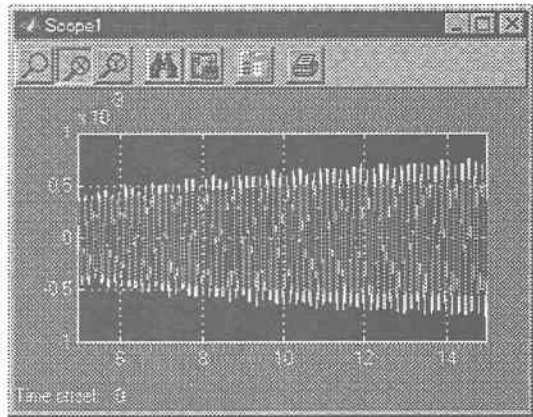


図-7 3 次の入力波に対する応答変位

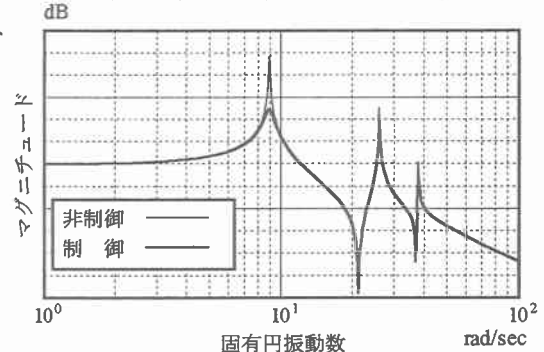


図-8 周波数応答特性