

II-44

風を外力として生ずる定山溪ダム貯水池の水面変動特性

北海道大学大学院工学研究科 学生員 鈴木 洋之  
 北海道大学大学院 正員 長谷川和義  
 北海道開発局豊平川ダム統合管理事務所 正員 石田 享平

緒言

本邦のダムの多くでは、貯水池に対する流入量推定が一箇所に設置された水位計の時間変動計測に頼っておこなわれている。一般に湖水面積が大きいため、計測値のわずかな変化が推定流入量に大きく響くことになり、真の静水面を見いだすことが技術上の大きな課題となっている。このため、1994年以来、北海道開発局・定山溪ダムにおいて5箇所の圧力式水位計が設置され、静水面を乱す要因に関して注意深い解析がおこなわれてきた<sup>1)2)3)</sup>。これらの成果を整理すると、貯水池水面における擾乱は以下のようなものである。

- (1) 周期20秒以下の周波数スペクトルが-5乗則にしたがう風波
- (2) 固有振動周期が650秒前後、350秒前後、210秒前後、130秒前後、80秒前後、30秒前後などのセイシュ波（最頻周期は210秒前後で、上流側観測点ほど長周期振動の卓越する傾向を示す）
- (3) 周期210秒、181秒、156秒など、非常に近い周期のセイシュが合成されて起こる「うなり」（1995年11月3日など）
- (4) 2～3時間におよぶ風による水面の吹き寄せ

以上のうち、(1)に関しては水位時系列データの単純移動平均によって除去が可能であり、(2)、(3)についても対応するセイシュ周期を考慮した重み付き移動平均によって影響の除去が可能である。問題は、周期性をもたずまた長時間にわたって発生する(4)であり、一箇所の水位データのみからこの影響を除去することは不可能である。この問題に対処するためには、複数の水位計を適切な位置に設置して水位データの空間的平均をおこなうか、あるいは湖面上の風速・風向の正確な計測をおこない、これを外力として起こる水面傾斜を解析的に推定する以外に方法はない。いずれも長所と短所があり、また現状では正式運用にするには難しいものといえる。

本研究は、昨年度新たに湖面上に取り付けられた風速計データの利用を念頭に置いて、後者の方法の定山溪ダムへの適用可能性を検討するものである。貯水池平面形を長三角形で近似することにより、比較的良好な解析結果を得ることができた。

風による水面吹き寄せ現象の実際

図-1は、定山溪ダム貯水池の平面形状を示すものであり、No. 1, 3, 4, 5, 6で示す位置に水位計が設置されている。風向風速計は、No. 4の位置に水面からおよそ2mの高さに設けられた。図-3は、1996年10月30日に観測された湖面上時間平均風速の変化と、各点における水位時間変化である。ただし、風速は貯水池の長軸方向

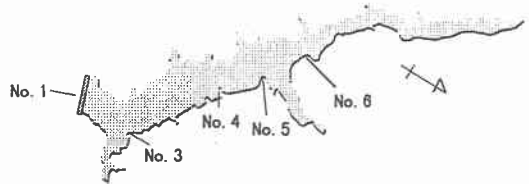


図-1 定山溪ダム貯水池平面図と水位計設置位置

Theoretical Analysis of Water Surface Oscillations in The Jozankei Dam Reservoir Caused by Wind Forces, by H. Suzuki, K. Hasegawa and K. Ishida.

成分（上流向きを正）と短軸方向成分（左岸向き正）に分けて描いており、水位変化についてはそれぞれトレンド成分を除去し、900秒の移動平均をおこなっている。図-4は、これらのデータの同時水位から水面の吹き寄せ状態を描いたものであり、風上に向かって水面の傾斜する状態が30分から1時間程度でくり返し起こっている。このような見かけの振動は、風の変動に対応したものと考えられる。

### 風による水面変動の解析

定山溪ダム貯水池の平面形状は、図-1に示すようにほぼ三角形形によって近似することができる。今、図-2のように堤体側を原点として上流に向かってx軸をとり、これに直交して貯水池幅B(x)を定義する。風の水面におよぼす力がせん断力のみであるとして、貯水池水塊に対して1次元の運動量方程式を適用すると、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\beta U^2}{2g} \right) + (1 - \beta) \frac{U}{gA} \frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_0}{\rho g (h + \eta)} \quad (1)$$

ここで、U=横断面平均のx軸方向流速、A=横断面積、h=横断面平均水深、g=重力加速度、η=平均水位からの水面変位、β=運動量係数、τ<sub>0</sub>=貯水池水面に働く風のせん断力、ρ=水の密度、t=時間である。連続式は、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (UA) = 0 \quad (2)$$

風のせん断力は、風速U<sub>a</sub>、空気の密度ρ<sub>a</sub>、抵抗係数C<sub>r</sub>を用いることによって、

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \rho_a C_r U_a^2 \quad (3)$$

のように表すことができる。

さて、貯水池の横断面形を矩形近似してA=B(h+η)とするとともに、β≒1とみなし、また∂U<sup>2</sup>/∂xの項を無視する（長波近似）。このとき、式(1)、(2)は式(4)、(5)となる。

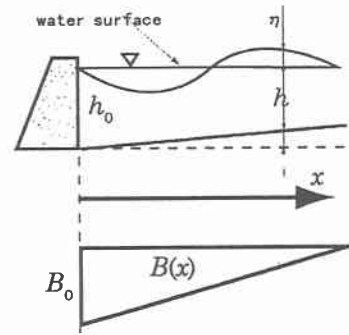


図-2 軸と記号の定義

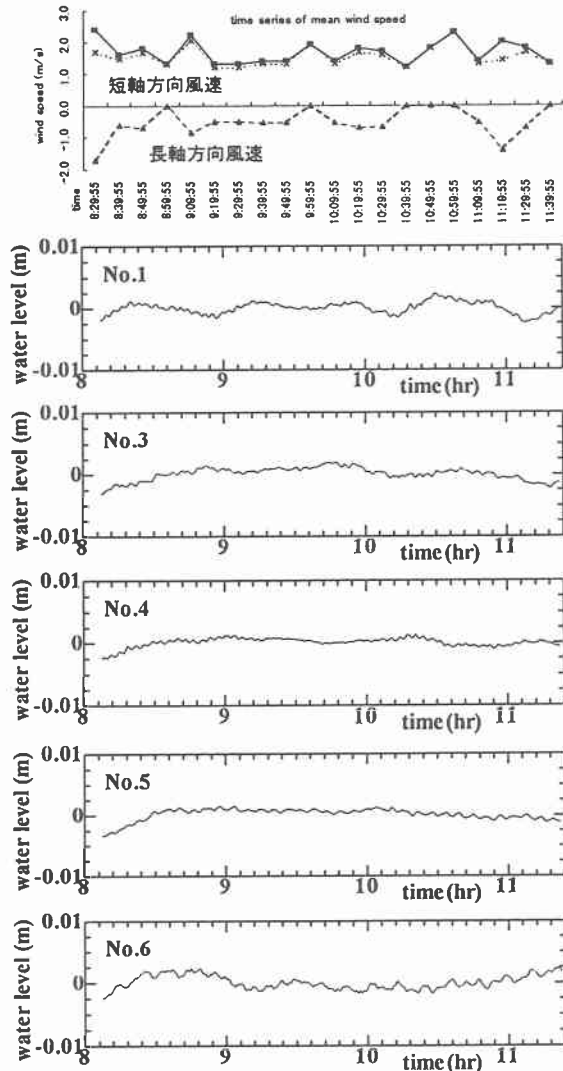


図-3 1996年10月30日8-11時における風速変化と各点水位の変動

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_0}{\rho(h+\eta)} \quad (4)$$

$$B \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{UB(h+\eta)\} \quad (5)$$

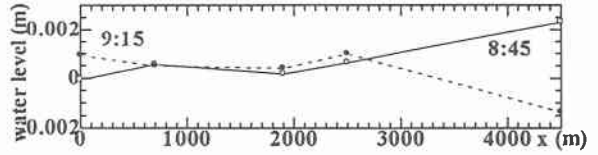


図-4 図-3の同時水位データによる水面形状

式(4)をxで式(5)をtでそれぞれ微分してUに関する2階微分の項を消去し、さらにUの1階微分の項に式(4)、(5)を代入すると、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - h \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \left( -\frac{h}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{gB} \frac{\rho_a C_f U_a^2}{2\rho} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (6)$$

というηに関する基礎方程式を得る。式形から明らかなように、この式は風のせん断力を外力とするηの波動方程式である。貯水池幅が一定の場合には、右边がゼロとなりせん断力が働かなくなることが注目される。定山溪ダムの場合、幅とともに水深も堤体から離れるにしたがって直線的に浅くなるので、

$$B = B_0 \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \quad (7) \quad h = h_0 \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \quad (8)$$

とにおいて、式(6)に代入する。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh_0 \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{2gh_0}{L} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\rho_a C_f U_a^2}{2\rho(L-x)} \quad (9)$$

この式が、定山溪ダム貯水池に対するモデル式であり、空間部分に適当な変数変換をおこなうことによってベッセル型の微分方程式に帰することができる。初期条件、境界条件はそれぞれ以下のようにあたえる。

$$t=0 \rightarrow \eta=0 \quad (10) \quad x=0, L \rightarrow \frac{\partial \eta}{\partial x}=0 \quad (11)$$

セイシュのような重複波が起こることを想定すれば、式(11)の条件は妥当であろう。さて、はじめに式(9)の右边をゼロとおいた斉次解を求めると式(12)になる。

$$\eta = C \frac{J_1 \left( 2k \sqrt{1-x/L} \right)}{\sqrt{1-x/L}} \sin \left( k \frac{\sqrt{gh_0}}{L} t \right) \quad (12)$$

ただし、 $J_1$  = 1次ベッセル関数、 $C$  = 未定数、 $h_0$  = 堤体 ( $x=0$ ) における水深であり、対数無限大を伴うノイマン関数は、上流端 ( $x=L$ ) にて  $\partial \eta / \partial x = 0$  の条件によって落としてある。式(12)に対して境界条件  $x=0$  にて  $\partial \eta / \partial x = 0$  を用いると、

$$Ck J_2(2k) = 0 \quad \therefore J_2(2k) = 0 \quad (13)$$

が満たすべき条件となる。このことが起こるのは、パラメータ  $2k$  が2次ベッセル関数のゼロ点(固有値)を取るときのみであり、小さい方から順に  $i$  番目の固有値を  $j_{2,i}$  と表しておく。このとき斉次解は、固有関数の和として次式のようにあたえられる。

$$\eta = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \frac{J_1 \left( j_{2,i} \sqrt{1-x/L} \right)}{\sqrt{1-x/L}} \sin \left( \frac{\sqrt{gh_0}}{2L} j_{2,i} t \right) \quad (14)$$

上記解は、強制力が働かない場合の水面の自由振動を表すものであり、セイシュそのものと考えることができる。これらの固有値から得られるモデル貯水池の固有周期については、後に検討

をおこなう。

次に、斉次解を利用して式(9)の非斉次解を求める。 $C_i$ をフーリエ・ベッセル係数として確定させるわけであるが、紙数の都合上最終結果のみを記せば、以下になる。

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{gh_0}} \frac{\rho_a}{\rho} C_f \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1-J_0(j_{2,i})}{j_{2,i}^2 \{J_1(j_{2,i})\}^2} \frac{J_1(j_{2,i}\sqrt{1-x/L})}{\sqrt{1-x/L}} \int_0^t \{U_a(\tau)\}^2 \sin\left\{j_{2,i} \frac{\sqrt{gh_0}}{2L}(t-\tau)\right\} d\tau \quad (15)$$

上式によって風の時系列データ  $U_a(\tau)$  があたえられれば、対応する変位が求まることになる。

### 固有周期の検証

式(14)の時間関数(正弦波)部分から明らかなように、自由振動の固有周期  $T_i$  は

$$T_i = \frac{4\pi L}{j_{2,i} \sqrt{gh_0}} \quad (16)$$

である。 $L=4200\text{m}$ 、 $h_0=93\text{m}$ とし、 $j_{2,i}$ に順次値を入れると表-1の結果になる。実測結果との対応は非常によいものといえる。しかし、実測にかかる650秒程度の長周期の波はこの理論では現れておらず、自由振動とは異なる性質の波のように考えられる。これについては後に触れる。また、実測結果では、各種モード波のうち、第2モード(周期208秒)のセイシュが第1位のスペクトルピークをとる頻度が最も高く、つづいて第1モード(周期340秒)となっている。なぜ第2モードのセイシュが起こりやすかつ卓越するのかについては、本解析からは説明できない。

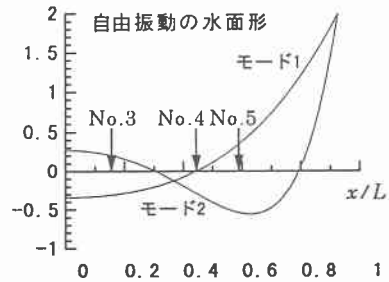


図-5 モード1, 2の自由振動形状

表-1 モード1-7の理論振動周期と実測周期

i	1	2	3	4	5	6	7
$j_{2,i}$	5.136	8.417	11.620	14.796	17.960	21.117	24.270
$T_i(\text{sec})$	340	208	150	118	97	83	72
観測値(sec)	350前後	210前後	130前後	130前後	80前後	80前後	80前後

第1モード(周期340秒)および第2モード(周期208秒)のセイシュの空間形状を示すと、図-5のようになる。図中には、水位計測点の位置も一緒に記入されている。この図は、最も頻繁に現れる周期210秒程度のセイシュが、No. 3とNo. 4の間に節をもつという観測事実をうまく説明している。

### 風による水面変動

実測風データによる水面応答をじかに見ても複雑すぎて理解しにくいので、風速が周期変化した場合に関する式(15)のふるまいを調べることにする。すなわち、 $U_a(\tau) = a \cdot \sin(\omega_a \tau) + b$ のように風があたえられたときの様子を調べる。ただし、 $a, b =$ 定数、 $\omega_a =$ 風速変化の角周波数。式(15)に入れて積分を実行すると、

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{gh_0}} \frac{\rho_a}{\rho} C_f \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1-J_0(j_{2,i})}{j_{2,i}^2 \{J_1(j_{2,i})\}^2} \frac{J_1(j_{2,i}\sqrt{1-x/L})}{\sqrt{1-x/L}} \times$$

$$\left[ \frac{a^2 + 2b^2}{2\omega_i} + \frac{a^2\omega_i}{2(4\omega_a^2 - \omega_i^2)} \cos(2\omega_a t) - \frac{2(a^2 + 2b^2)\omega_a^2 - b^2\omega_i^2}{\omega_i(4\omega_a^2 - \omega_i^2)} \cos(\omega_i t) - \frac{2ab\omega_i}{\omega_a^2 - \omega_i^2} \sin(\omega_a t) + \frac{2ab\omega_a}{\omega_a^2 - \omega_i^2} \sin(\omega_i t) \right] \quad (17)$$

となる。まず、一様風 (a=0) の場では、直流成分と自由振動周期の波のみが残ることがわかる。i を 10 項までとって空間形状の概略を見ると、ちょうど図-4 のような吹き寄せ形になる。時間的には自由振動周期をもって、水平面にもどったり吹き寄せ形になったりをくり返す。

次に風速が周期的に変化する場合について考えると、式(17)から明らかなように水面波の時間応答は、風のもつ周期と同一の周期波、その半分の周期波、および自由振動周期波の合成されたものになっている。注目されることは、風の周期が自由振動の周期に一致する場合、および自由振動周期の 2 倍になるときであり、共振状態が発生するものとみられる。しかし、風の周期が自由振動周期に一致する場合には式(17)右辺の角括弧内の第 4 項と第 5 項が打ち消される形になり、また風の周期が自由振動周期の 2 倍になるときは第 2 項と第 3 項が打ち消される形になるので、いずれも極限操作による判断が必要である。これらの 2 項をまとめた結果は、それぞれ、

$$\left[ -\frac{2ab\omega_i}{\omega_a^2 - \omega_i^2} \sin(\omega_a t) + \frac{2ab\omega_a}{\omega_a^2 - \omega_i^2} \sin(\omega_i t) \right] \rightarrow ab \left\{ -t \cos(\omega_i t) + \frac{\sin(\omega_i t)}{\omega_i} \right\} \quad (18)$$

$$\left[ +\frac{a^2\omega_i}{2(4\omega_a^2 - \omega_i^2)} \cos(2\omega_a t) - \frac{2(a^2 + 2b^2)\omega_a^2 - b^2\omega_i^2}{\omega_i(4\omega_a^2 - \omega_i^2)} \cos(\omega_i t) \right] \rightarrow -\frac{a^2}{4} t \sin(\omega_i t) - \frac{a^2 + 2b^2}{2\omega_i} \cos(\omega_i t) \quad (19)$$

となる。いずれも自由振動周期において時間とともに発散する形になることから、共振の発生が確認される。

風速の乱れの中に自由振動周期と同一ないし 2 倍の周期の成分が含まれている場合、その自由振動周期のセイシュがすみやかに発達することになる。

ところで、風の周期が自由振動周期の 2 倍になる場合については、第 4 項と第 5 項の和が

$$\left[ -\frac{2ab\omega_i}{\omega_a^2 - \omega_i^2} \sin(\omega_a t) + \frac{2ab\omega_a}{\omega_a^2 - \omega_i^2} \sin(\omega_i t) \right] = \frac{8ab}{3\omega_i} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\omega_i t}{2}\right) \right\} \sin\left(\frac{\omega_i t}{2}\right) \quad (20)$$

となって、自由振動周期の 2 倍の周期の水面波が残る。しかも、その振幅は周期の長いものほど大きくなる。自由振動周期の最も長いものは 340 秒なので 2 倍を考えると 680 秒 (11 分ほど) であり、風速の乱れの中にこの周期成分が含まれていれば、上述の効果が発揮される可能性がある。実測の 650 秒程度のセイシュ波は、このようにして発生したものかも知れない。

図-6 は、最大 5m/s、周期 30 分の風速をあたえ、式(17)の和を 10 項まで求めて得た水面の時空間変化である。ただし、垂直軸は水面変位を表わし、定性表示にしているため目盛りを入れていない。本ケースは  $\omega_a$  が  $\omega_i$  に

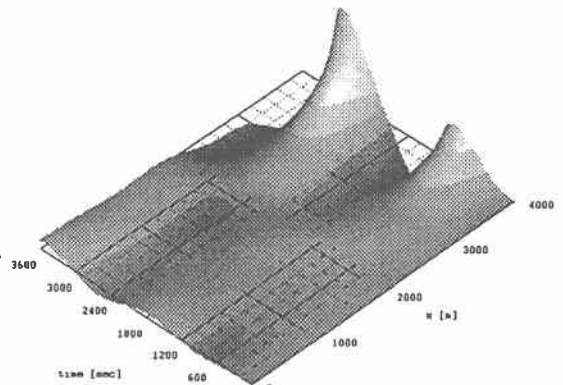


図-6 周期 30 分の風による水面の時空間変化

対して大きく離れているので、すぐ上で述べた効果は起こらない。図によれば、風の周期に対応した水面変化が現れており、このときの水面形は吹き寄せとして示した図-4の形に近いものになっている。

## 結 言

定山溪ダム貯水池の平面形状、ならびに縦断面形状に対していずれも長三角形近似をおこない、長波近似の1次元水面変動方程式を適用するとともに、水面に風によるせん断力が作用する基礎方程式を導いた。この方程式の解析解から次の結果を得た。

- 1) 斉次解は、第2種境界条件を満たす二次ベッセル関数のゼロ点を固有値とする固有関数によってあたえられ、これから決まるセイシュ周期（自由振動周期）は、高次モードにいたるまで実測のセイシュ周期にかなり正確に一致する。
- 2) 外力として一様風が作用するとき、水面は直流成分による吹き寄せ形状に自由振動が重なる形になる。このため、水面は水平面と吹き寄せ形状の間を自由振動周期をもって推移する。
- 3) 外力としての風が周期的に作用するとき、水面の応答は風の周期と同一の周期、その半分の周期、および自由振動周期の波が合成した形になる。
- 4) 風の周期が自由振動周期およびその2倍の周期をとるとき、水面に共振状態が生じ、すみやかにその自由振動周期の波が発達する。
- 5) 自由振動周期の2倍の周期変動を有する風は、共振のほか自身と同一の2倍周期の振動を引き起こすが、その際の振幅は自由振動周期の長いものほど大きくなる。
- 6) 30分周期の風をあたえた場合の解析結果は、風と同一の周期で吹き寄せ形状をとり、実際に近いものとなっている。
- 7) 以上から、風が外力として作用する貯水池水面の振動周期は、多モードの固有振動周期のほか風の周期が反映する。したがって、単純ないし重み付き移動平均のみによる平滑化には限界があり、風入力の評価が重要になる。

## 参考文献

- 1) 長谷川和義・藤田陸博・橋本雄・石田享平・高瀬貞雄：ダム貯水池の水面変動特性の計測と解析、土木学会北海道支部論文報告集、第52号(B)、pp.168～173、1996。
- 2) Ishida, K., K. Hasegawa, H. Suzuki and M. Fujita: Characteristic of Water Surface Oscillation in Jozankei Dam Reservoir, Proceeding of The First Korea-Japan Bilateral Seminar on Water Resource and Environment Research, pp.73-80, 1996.
- 3) 石田享平・長谷川和義・鈴木洋之：多点同時水位計測による貯水池の水面振動解析、水工学論文集、第41巻、pp.1017～1022、1997。