

## 山地溪流の礫列・礫段河床における表層粒度分布特性

北海道大学工学部	学生員	入江 卓
北海道大学大学院	正 員	長谷川和義
水資源公団試験研究所	正 員	竜澤 宏昌
同	上 正 員	林 日出喜

## はじめに

山地溪流の河床にはほぼ例外なく階段状の河床波が発達しており、横一列に礫が並んだ「礫列」や弧形に礫の連なった「礫段」などの形態が認められる<sup>1)</sup>。これらの成因についてはほぼ明らかにされており、創生のための設計法が提案されるまでになっている<sup>1)</sup>。しかし、礫列、礫段の発達した溪流における表層砂礫の粒度分布に関しては、線格子法により採取した砂礫の個数分布が対数正規分布を示すこと<sup>2)</sup>などいくつかの事実が明らかにされているが、強固なステップを構成する砂礫の粒度構成やそのかみ合いに関する具体的な性質が知られておらず、設計上も問題として残っている。礫列(リブ)の系統的な発生実験をおこない、その成因が反砂堆の形成と分級作用にあることを最初に指摘したWhittaker・Jaeggi<sup>3)</sup>は、河床勾配が0.075以上の場合に抵抗係数が最大化するように表層分級(アーミング)が起こること、表層砂礫の残留確率の期待値であるGesslerのアーミング安定係数が、安定化の目安である0.5の値を下回っていることを指摘している。芦田・江頭<sup>4)</sup>は、同様な多数の礫列発生実験をおこない、最大粒径礫が反砂堆の峰部に集中して停止することが礫列安定化の条件であることを指摘するとともに、通水とともに初期状態から流出流砂量が減少し、その粒度構成が次第に細粒化することを見いだしている。高橋<sup>5)</sup>は、土石流堆積物の再浸食実験において見られる段状河床の発生をともなうアーミング過程を解析している。すなわち、河床をいくつかの層に分け上層の細粒分流出後の残留粒子がその下の層に混じり合い、それらが分級を受けた後にさらにその下の層に混じり合うものとして徐々に粒度曲線の変化を求め、変化の起こらなくなる状態を推定する方法を示している。Parker<sup>6)</sup>は、表層の動的粗粒化の概念を提示するとともに、その際の流砂粒度分布が原河床粒度分布(給砂粒度分布)に一致するように変化することを相似仮説から説明している。辻本<sup>7)</sup>は、混合砂礫の非平衡流送式を用いて粗粒化過程を解析し、動的粗粒化のケースで流砂の粒度分布が原河床のそれに近づくことなどを示すとともに、静的粗粒化(アーミング)の形成過程を説明している。

しかし、これらの研究では礫列・礫段の効果が考慮されておらず、また平衡時の粒度分布形状に関する記述がないようである。本研究は、実溪流河床の粒度分布データ、および多数の礫列発生実験における河床粒度分布データにもとづいて、溪流河床の表層粒度分布の性質を明らかにしようとするものである。

## 溪流・実験水路河床における砂礫粒度分布の実験

本研究で用いた粒度分布データは、(1)建設省中部地建局越見山系砂防工事事務所の調査による、揖斐川支川白谷流域(流域面積21km<sup>2</sup>、河川長12km、河床勾配0.03~0.10)の上流部、中流部、下流部にわたる9断面、各2カ所における各辺0.5mの立方体採取資料、(2)長谷川<sup>8)</sup>による豊平川水系薄別川支川小川(流域面積10.8km<sup>2</sup>、河川長7km、河床勾配0.102)の合流点から約1km地点での5カ所(No.0~No.4)における

---

Grain Size Distributions of Surface Bed Materials in Mountain Streams with Step-Pool Systems:

T. Irie, K. Hasegawa, H. Tatsuzawa and H. Hayashi.

1辺1mの平面採取資料、(3)竜澤ら<sup>9)</sup>の礫列発生実験(A、B二種類の河床材料を使用し、各材料につき3種類の勾配×1種類の流量をあたえた6実験)における、礫列形成後の上流部、中流部、下流部での表面採取資料である。いずれも重量分布資料である。

図-1、図-2および図-3は、それぞれ、(1)のデータの砂礫粒度分布を上流、中流および下流に分けて描いたものであり、横軸は各粒径を最大径で除して表している。試料のサイズは、最大径が500mm以下に制限されており、これを超えるサイズの礫の分布を評価し得ないが、少なくとも礫列や礫段スケールの階段状河床を形成し得る出水で移動する砂礫の粒度分布として捉えることは可能と考えられる。各粒度分布は、若干のばらつきがあるものの、片対数紙上でほぼ共通して下に凸形の傾向を示している。このばらつきは下流ほど大きい、それは下流に行くに従って比較的小さい砂礫の占める割合が大きくなっているからだと考えられる。図中の太線は、次式で表されるTalbotの分布曲線である。

$$P = (d/d_{\max})^n \quad (1)$$

ただし、 $d$ =砂礫の粒径、 $d_{\max}$ =最大粒径、 $P=d$ の砂礫の通過重量割合。上式は、コンクリートの粗・細骨材に対する研究分野で扱われている、理想的な締め固まりを与えると考えられる粒度分布である。指数 $n$ が $1/2$ から $1/3$ の場合に最もよく締まると言われている。白谷の砂礫の粒度分布は、指数 $n$ が $1/2$ から $1/3$ のTalbotの分布曲線によく合っており、河床が非常に締め易い状態にあったことが読み取れる。次に図-4は、(2)の小川データについて見たものである。この場合にもほぼ同様な結果が得られ、Talbot曲線は溪流河川における河床砂礫粒度分布の普遍的特性を表わしているかのようである。

一方、竜澤ら<sup>9)</sup>水資源開発公団試験研究所が行った室内実験の結果が、図-5、6、7である。この実験は、河床材料を指数 $n=1/2$ のTalbot粒度分布砂礫(RunA)、および $n=1/4$ の砂礫(RunB)とし、勾配を $1/40$ 、 $1/20$ 、 $1/10$ にした水路に毎秒 $6\sim 15\%$ の範囲で通水して列礫の発生を確認し、通水後の表層粒度分布を測定したものである。これらの粒度分布も白谷・小川同様、片対数紙上で下に凸形を示しており、指数 $n=1/2$ から $3/4$ のTalbotの分布曲線によってよく近似される。図-8は、RunAと、RunBの表層粒度分布をTalbot曲線に近似させたときの指数 $n$ と、河床勾配 $I$ の関係をみたものである。図-8によると、礫列が発達し粗粒化した状態では、いずれの実験も $n=1/2$ のTalbot曲線に近づいており興味深い。また、 $I=0.05$ のときに表層砂礫の最も粗粒化された状態が生じており、 $n$ の値が最大となっている。河床勾配がこれより大きくても小さくても $n$ の値が小さくなる傾向にあり、その傾向は上流・中流で顕著である。下流ではその傾向が認められるものの、どの勾配においても $n$ の値はほぼ一定になっている。

以上のことから、最大径程度の礫を限界掃流力状態にするような安定した流量があった場合、河床砂礫は粗粒化しながらよく締め易い粒度分布に向かい、やがて安定するものと考えられる。そして、その安定した状態の粒度分布の特性をよく表しているのがTalbotの分布曲線であると言える。その際、表層砂礫が最も粗粒化( $n$ の値が最大化)するような河床勾配があるようである。次節では上述した粗粒化が、従来から多用されてきた粒径別の限界掃流力概念によって説明し得るか否かを検討する

### 波状掃流力によって分級を受けた河床砂礫の定常粒度分布

粒径 $d_i$ のクラスの砂礫の表層体積占有割合を $p_i$ としたとき、 $p_i$ の保存則は、

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \frac{1}{a(1-\lambda)} \left[ p_i \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} - \frac{\partial q_{Bxi}}{\partial x} \right] \quad (2)$$

にて表わされる。ただし、 $a$ =交換層厚、 $\lambda$ =交換層における空隙率、 $q_{Bx}$ =流下方向(X軸)における全流砂量、 $q_{Bxi}$ =粒径 $d_i$ の砂粒子の流砂量、 $t$ =時間。

流砂量式として、Meyer Peter・Muller式を用いることにすれば、

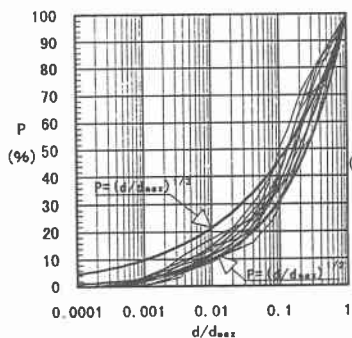


図-1 白谷(上流)表層粒度分布、

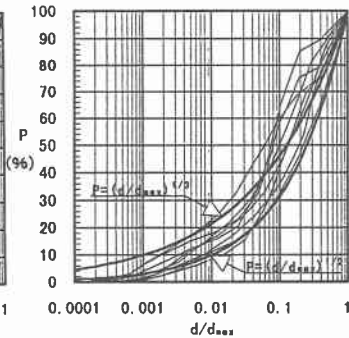


図-2 白谷(中流)表層粒度分布、

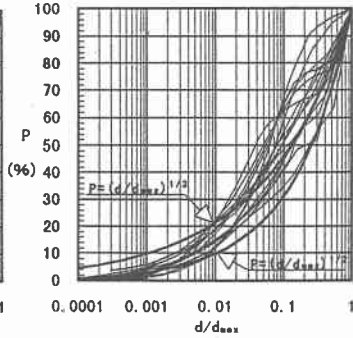


図-3(下流)表層粒度分布、

L=2.5~3.5m(上流)

L=5.7~7.0m(中流)

L=9.2~10.3m(下流)

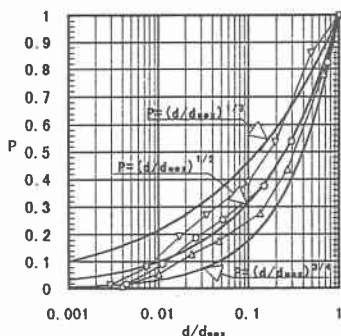


図-4 小川表層粒度分布、

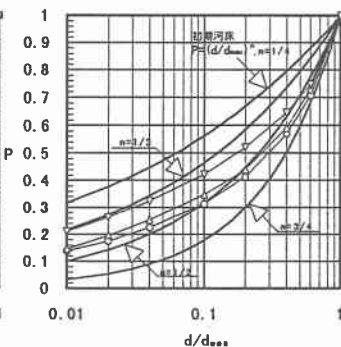


図-5 水路実験(全体)、

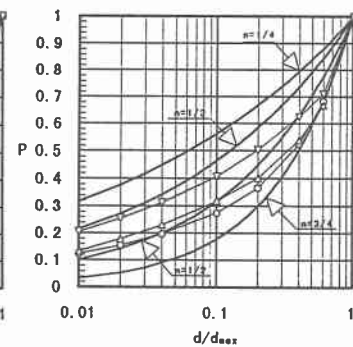


図-6 水路実験(ステップ部)、

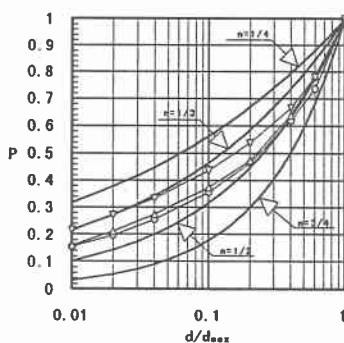


図-7 水路実験(プール部)、

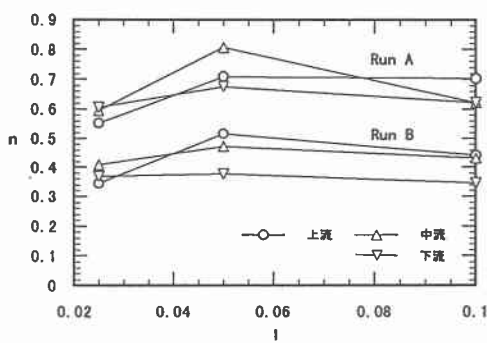


図-8 n値と勾配の関係

$$q_{Bxi} = 8\sqrt{sgd_i^3 (\tau_{*i} - \tau_{*ci})^2} p_i \quad (3)$$

また、全流砂量を平均粒径の流砂量をもって代表させることにすれば、

$$q_{Bx} = 8\sqrt{sgd_m^3 (\tau_{*m} - \tau_{*cm})^2} \quad (4)$$

ただし、 $s$ =砂粒子水中比重、 $g$ =重力加速度、 $(\tau_{*i}, \tau_{*m})=(u_*^2/sgd_i, u_*^2/sgd_m)$ 、 $(\tau_{*ci}, \tau_{*cm})=(u_{*ci}^2/sgd_i, u_{*cm}^2/sgd_m)$ 、 $(u_{*ci}, u_{*cm})$ =それぞれ、 $d_i, d_m$ 粒子の限界摩擦速度、 $u_*$ =流れの摩擦速度。  
式(3)、(4)を式(2)に代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_i}{\partial t} = & -\frac{8}{a(1-\lambda)} \sqrt{sgd_i^3} (\tau_{*i} - \tau_{*ci})^{\frac{3}{2}} \frac{\partial p_i}{\partial x} \\ & + \frac{12}{a(1-\lambda)} \left[ \sqrt{sgd_m^3} (\tau_{*m} - \tau_{*cm})^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{*m}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{*cm}}{\partial x} \right) \right. \\ & \left. - \sqrt{sgd_i^3} (\tau_{*i} - \tau_{*ci})^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{*i}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{*ci}}{\partial x} \right) \right] p_i \end{aligned} \quad (5)$$

$\partial \tau_{*cm} / \partial x = \partial \tau_{*ci} / \partial x = 0$ とみなしてよいだろう。この式は、 $p_i$ の伝播が、 $q_{bx}/a(1-\lambda)$ の速度で起こることをしめしている。

$u_*^2$ は、流れを解くことによって与えられるべきものであるが、いま河床波の存在のために

$$u_*^2 = A \sin(kx - \omega t) + B \quad (6)$$

のように波動性をもっているものとする。ただし、 $A, B$ は定数、 $k$ は波数、 $\omega$ は時間周波数。この関係を $\tau_*$ に変えて式(5)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{8}{a(1-\lambda)} \frac{1}{sg} \left\{ A \sin(kx - \omega t) + B - u_{*cm}^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \frac{\partial p_i}{\partial x} \\ - \frac{12}{a(1-\lambda)} \frac{Ak}{sg} \left[ \left\{ A \sin(kx - \omega t) + B - u_{*cm}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right. \\ \left. - \left\{ A \sin(kx - \omega t) + B - u_{*ci}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \cos(kx - \omega t) p_i = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。さて、上式を解くにあたり、

$$z = \sin(kx - \omega t)$$

の変換をおこなうと、

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{8}{a(1-\lambda)} \frac{Ak}{sg} \left( Az + B - u_{*ci}^2 \right)^{\frac{3}{2}} - \omega \right\} \frac{dp_i}{dz} - \frac{12}{a(1-\lambda)} \frac{Ak}{sg} \left\{ \left( Az + B - u_{*cm}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ \left. - \left( Az + B - u_{*ci}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\} p_i = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

さらに、 $Y = (Az + B - u_{*ci}^2)^{1/2}$ とおくと、

$$\frac{dp_i}{dY} = 3 \frac{\sqrt{Y^2 - v_*^2} Y - Y^2}{Y^3 - \omega/K} p_i \quad (9)$$

となる。ただし、 $K = 8k / [a(1-\lambda)sg]$ 、 $v_*^2 = u_{*cm}^2 - u_{*ci}^2$ である。

上式の積分は簡単には求まらない。ここでは、定常に致った場合を考える。 $\partial p_i / \partial t = 0$ すなわち、 $\omega = 0$ の場合を考えると、

$$\frac{dp_i}{dY} = 3 \frac{\sqrt{Y^2 - v_*^2} - Y}{Y^2} p_i \quad (10)$$

式(10)は、次の解をもつ。

$$\begin{aligned}
 p_i &= \exp\left(-\frac{3\sqrt{Y^2 - v_*^2}}{Y}\right) \left(1 + \frac{\sqrt{Y^2 - v_*^2}}{Y}\right)^3 \\
 &= \exp\left(-3\sqrt{\frac{A \sin kx + B - u_{*cm}^2}{A \sin kx + B - u_{*ci}^2}}\right) \left(1 + \sqrt{\frac{A \sin kx + B - u_{*cm}^2}{A \sin kx + B - u_{*ci}^2}}\right)^3
 \end{aligned} \tag{11}$$

問題は、 $p_i$ の分布がどのようなものかを知ることである。 $X$ の位置を適当に定めることで $A \sin kx = 0$ などとするので、ここではそ場合について考察を進める。 $B = u_{*c}^2$ なので、この流れのもとで $p_i$ の分布は、 $u_{*ci}$ の現われ方によって定まることになる。 $Egiazaroff$ 修正式を採用することにすれば、

$$\frac{u_{*ci}^2}{u_{*cm}^2} = \begin{cases} \left[ \frac{\log 19}{\log(19d_i/d_m)} \right]^2 \frac{d_i}{d_m} & (d_i/d_m > 0.4) \\ 0.85 & (d_i/d_m \leq 0.4) \end{cases} \tag{12}$$

一方、 $u_*^2$ に対しては、最大径の礫が移動限界になる摩擦速度の $\epsilon$ 倍であるとする、

$$u_*^2 = \epsilon \left[ \frac{\log 19}{\log(19d_{max}/d_m)} \right]^2 \frac{d_{max}}{d_m} u_{*cm}^2 = \epsilon E u_{*cm}^2 \tag{13}$$

上2式を式(11)に代入することにより、

$$p_i = \exp(-3R_i) (1 + R_i)^3 \tag{14}$$

ただし、

$$R_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{\epsilon E - 1}{\epsilon E - \left[ \frac{\log 19}{\log(19d_i/d_m)} \right]^2 \frac{d_i}{d_m}}} & (d_i/d_m > 0.4) \\ \sqrt{\frac{\epsilon E - 1}{\epsilon E - 0.85}} & (d_i/d_m \leq 0.4) \end{cases}$$

ところで、 $d_m$ の評価が必要であるが、Talbot分布から、

$$d_m = \frac{n}{n+1} d_{max} \tag{15}$$

が得られるので、これを用いることにする。通過ふるいの値 $F_i$ に直すには、次式による。

$$F_i = \frac{\sum_{i=1}^i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \tag{16}$$

図-9は、 $\epsilon = 1.2$ として $n=1/2$ と $n=3/4$ のときの式(16)を描いたものである。図-9によると、式(16)は片対数紙上で下に凸形を示しており、 $n=3/4$ のときには非常によくTalbot曲線に一致している。このことは、溪流河川に見られる表層砂礫の締め固まり(かみ合わせ)の良い粗粒化現象が、掃流力によ

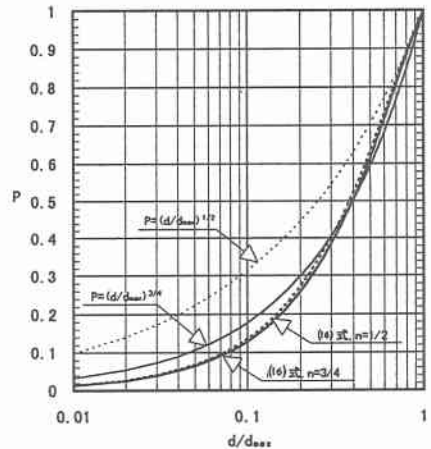


図-9 理論分布とTalbot曲線の比較

る流送としゃ閉効果を本質とする粒径別の移動限界によって一応説明されることを示す。ただし、ここで重要なことは、式(6)を通じて波状の掃流力を与えた後に、定常( $\omega=0$ )、平坦( $A=0$ )の操作を行っていることである。式(5)の段階でこの仮定を与えると、 $p_i=\text{const}$ の平凡な解しか得られない。河床に礫列や礫段が形成され、 $p_i$ の動的な平衡が生ずるときに満たされるべき関係が式(11)であり、式(14)はそれを粒径別限界掃流力によって具体的に表わしたものに他ならない。Talbot曲線が空隙率最小となる粒度構成を意味するという立場からは、何らかの条件付き最小値問題としてこの問題をとらえることができそうであるが、流砂の出入りの差をもとにした考察によっても同様な結果が得られたことは興味深いことである。今後さらに詳しい検討をおこなうつもりである。

## まとめ

溪流河川における河床砂礫の表層粒度分布の特性と、Talbotの分布曲線との関連性について得られた結果を以下にまとめる。

- 1) 溪流河川の白谷・小川における河床表層の粒度分布(重量分布)を解析して、これらが片対数紙上で下に凸形の分布を示すこと、それがコンクリートの粗・細骨材の締め固めに際して最大密度を与える粒度分布の理想型とされるTalbot曲線によって普遍的に表わされることを見出した。
- 2) 水路実験においても礫列形成後に残った河床の粒度分布は、1)と同様の傾向を示す。従って、ある河床砂礫の最大径程度の礫を限界掃流力状態にするような流出があつて河床波が形成されたとき、その表層は粗粒化しながら片対数紙上で下に凸形の粒度分布になり、その粒度分布の特性をTalbot曲線がよく表わすものといえる。
- 3) 粒径別表層体積占有割合の保存式を用いて波状掃流力による分級を受けた河床砂礫の定常粒度分布を理論的に推定し、その式が溪流河川の河床粒度分布に近い分布曲線を描くことを見出した。

## 参考文献

- 1) 長谷川和義：溪流の淵瀬の水理とその応用、1997年度(第33回)水工学に関する夏期研修会講義集、Aコース、土木学会水理委員会・海岸工学委員会、pp.A-9-1~20、1997。
- 2) 長谷川和義・藤田陸博・新野康二：山地河川における流れ・流路形態と砂礫の移動、土木学会北海道支部論文報告集、第41号、pp.247-252、1985。
- 3) Whittaker, J.G. and M.N.R.Jaeggi: Origin of Step-Pool Systems in Mountain Streams, Jour. of Hy. Div., Proc. of ASCE, Vol.108, No.HY6, pp.758-773, 1982。
- 4) 芦田和男・江頭進治・安東尚美：階段状河床形の形成機構と形状特性に関する研究、第28回水理講演会論文集、pp.743-749、1984。
- 5) 高橋保：土石流の停止・堆積機構に関する研究(3)、京大防災研究所年報、第25号B-2、pp.327-348、1982。
- 6) パーカー・ゲイリー：粗粒化について、土木学会論文集、第375号 II-6、pp.17-27、1986。
- 7) 辻本哲郎・本橋健：混合砂礫床の粗粒化について、土木学会論文集、第417号 II-13、pp.91-98、1990。
- 8) 長谷川和義・藤田陸博・山田正・平野直樹：山地河川におけるステップ・プールの構造および土砂流出、土木学会北海道支部論文報告集、第42号、pp.265-270、1986。
- 9) 竜澤宏昌・林日出喜・長谷川和義：溪流河川における河床砂礫の混合特性と階段状河床形の形状特性、水工学論文集、第42巻、1998(投稿中)。