

II-12

不飽和浸透理論に基づく流出解析の実用化に関する研究

苫小牧工業高等専門学校 正会員 八田茂実  
 北海道大学 フェロー会員 藤田睦博  
 専修大学北海道短期大学 正会員 山梨光訓

1 はじめに

流出予測を目的として流出モデルを用いる場合には、計算が容易であること、流域の物理的特性を考慮したものであることその他に、観測雨量を流出モデルに直接利用できるか否かが重要である。一方、河川流出量の形成に寄与する地中水は、その大部分が表層土壌内を不飽和状態で流動しており、この解析には不飽和浸透理論が有用である。

しかし、不飽和浸透理論を実流域に適用する際には、不飽和浸透流の生起する領域をいかに定め、そしてその境界条件をどの様に決定するかといったことが大きな問題となる。筆者らはこれまでに、損失を認める境界条件を有した2次元不飽和浸透理論を試験流域に適用し、観測雨量を直接入力値として利用できることを示している<sup>1)</sup>。本研究では、筆者らが提案している損失を認める境界条件を有した2次元不飽和浸透理論を集中型の流出モデルに変換し、不飽和浸透特性を考慮したモデルの構築を行った。

2 損失を考慮した不飽和浸透理論とその集中化

(1) 損失を考慮した不飽和浸透理論

2次元の飽和-不飽和流れの基礎式はRichardsの式で、図-1のような座標系のもとで次式のように表わされる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (1)$$

ここで、 $\theta$ は体積含水率、 $\psi$ は圧力水頭、 $v_x, v_z$ はそれぞれ $x, z$ 方向の流速、 $k(\psi)$ は不飽和透水係数である。

一方、 $k - \theta, \theta - \psi$ の関係式として、次式を用いる<sup>3)</sup>。

$$k(\psi) = k_{s1} \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\beta_1} \quad (2)$$

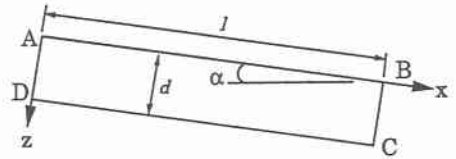


図-1: 不飽和浸透理論の計算斜面

$$\theta = \frac{1}{1 + (a|\psi|)^n} (\theta_s - \theta_r) + \theta_r \quad (3)$$

ここで、 $k_{s1}$ は飽和透水係数、 $\theta$ は体積含水率、 $\theta_s, \theta_r$ は飽和含水率、気乾含水率、 $a, \beta_1, n$ は定数である。

境界条件は、次式を用いる。

$$x = 0 : v_x = 0 \quad (4)$$

$$z = 0 : v_z = r \cos \alpha \quad (5)$$

$$x = l : \begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \sin \alpha & (\psi < 0) \\ \psi = 0 & (\psi \geq 0) \end{cases} \quad (6)$$

$$z = d : \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

上式中の $z = d$ における境界条件が<sup>2)</sup>、浸透領域から深層へ認める境界条件となり<sup>2)</sup>、流域の損失量はこの境界から底部への浸透量 $p_x$ として次式のように表わすこととした。

$$\begin{aligned} p_x &= k_{s2} \left( \frac{1}{1 + (a|\psi_{x,z=d}|)^n} \right)^{\beta_2} \cos \alpha \\ &= k_{s2} \left( \frac{\theta_{x,z=d}^n}{\theta_s^n} \right)^{\beta_2} \cos \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $k_{s2}, \beta_2$ は境界上の飽和透水係数および土壌の定数で、これ以外の土壌の定数は浸透領域のものと同じとする。

Study on the unsaturated flow model for practical runoff analysis  
 by Shigemi HATTA, Mutsuhiro FUJITA and Mitsunori YAMANASHI

## (2) 損失量を含めた不飽和浸透理論の集中化

### a) 流出量と貯留量の関係

2次元不飽和浸透理論の連続式(1)を $z$ 方向に積分し、 $q_x, P_x$ をそれぞれ任意の $x$ 地点における単位面積当たりの斜面流下方向の流量、損失高とすると、式(9)が得られる<sup>4,5)</sup>。

$$d \frac{\partial \bar{\theta}_x}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} = r \cos \alpha - P_x \quad (9)$$

一方、流下方向の流速 $v_x$ は、次のように表わされる。

$$v_x = k_{s1} \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\beta_1} \left( \sin \alpha - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (10)$$

ここで、位置水頭勾配が圧力水頭勾配に比べて大きいものとし、更に、 $\theta_s^* = \theta_s - \theta_r, \theta^* = \theta - \theta_r$ として式(10)を $z$ 方向に積分すると、式(11)が得られる。

$$q_x = \frac{k_{s1} d \sin \alpha}{\theta_s^{\beta_1}} \bar{\theta}_x^{-\beta_1} \quad (11)$$

いま、式(9)において、損失量が小さい定常状態を仮定すると、式(11)より次式が得られる。

$$\bar{\theta}_x^* = \left( \frac{\theta_s^{\beta_1} r \cos \alpha}{k_{s1} d \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} x^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (12)$$

式(12)を更に $x$ 方向に積分し、貯留高 $S$ を用いると式(13)が得られる。

$$S = \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \left( \frac{l d^{\beta_1 - 1} \theta_s^{\beta_1}}{k_{s1} \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} (r \cos \alpha)^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (13)$$

$\beta_1$ が3以上で $P/Q$ が $1/3$ 程度以下であれば、次式のように近似することができる。

$$S \simeq \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \left( \frac{l d^{\beta_1 - 1} \theta_s^{\beta_1}}{k_{s1} \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} Q^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (14)$$

### b) 損失量の組み込み

$x$ における浸透領域底部からの損失量は、式(8)のように表わされ、底部境界上の圧力水頭 $\psi_{x,z=d}$ を推定することにより、計算することが可能である。ここでは、浸透領域底部の圧力水頭を次式のように表わすこととする。

$$\psi_{x,z=d} = \bar{\psi}_x + \Psi_0 \quad (15)$$

今、 $\theta - \psi$ の関係を式(2)のかわりに、係数 $\zeta$ を用いて

$$\theta = e^{\zeta \psi} \quad (16)$$

のように表わすと、浸透層底部の体積含水率 $\theta_{x,z=d}^*$ は、式(15)を式(16)に代入して、若干の整理を行うと

$$\frac{\theta_{x,z=d}^*}{\theta_s^*} = \exp \left[ \ln(Ax^{\frac{1}{\beta_1}}) + \zeta \Psi_0 \right] \quad (17)$$

ただし、

$$A = \left( \frac{\theta_s^{\beta_1} Q}{k_{s1} d \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (18)$$

が得られる。式(17)において、 $\theta_{x,z=d}^*/\theta_s^* \leq 1$ であるので、この成立範囲は

$$x \leq X_0, \quad X_0 = \left( \frac{1}{A} \right)^{\beta_1} \exp(-\zeta \beta_1 \Psi_0) \quad (19)$$

ようになる。ここで、 $X_0$ は流域界(図-1;AB)から測った浸透層底部の不飽和区間の長さを表わしており、 $l < X_0$ では飽和域が発生しないことになる。最終的に浸透層底部の体積含水率 $\theta_{x,z=d}^*$ は、次式のように表わされる。

$$\frac{\theta_{x,z=d}^*}{\theta_s^*} = \begin{cases} \exp \left[ \ln(Ax^{\frac{1}{\beta_1}}) + \zeta \Psi_0 \right] & : x \leq X_0 \\ 1 & : x > X_0 \end{cases} \quad (20)$$

式(20)を式(8)に代入し、 $x$ 方向に積分した後、損失量を損失高 $P$ として表わせば次式が得られる。

$l \leq X_0$ :

$$P = k_{s2} \cos \alpha \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} A^{\beta_2} \exp(\zeta \beta_2 \Psi_0) l^{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \quad (21)$$

$l > X_0$ :

$$P = k_{s2} \cos \alpha \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} A^{\beta_2} \exp(\zeta \beta_2 \Psi_0) X_0^{\frac{\beta_1 + \beta_2}{\beta_1}} + l - X_0 \right] / l \quad (22)$$

### (3) 損失を考慮した貯留型流出モデルの適用結果

以上のように、損失を加えた2次元不飽和浸透理論は、貯留関数の形式にすることが可能である。これらの式をまとめると、以下のようである。

$$\frac{dS}{dt} = R - Q - P \quad (23)$$

$$S = K_1 Q^{p1} \quad (24)$$

$$P = \begin{cases} K_2 Q^{p2} & (l \leq X_0) \\ K_3(1 - K_4 Q^{-1}) & (l > X_0) \end{cases} \quad (25)$$

表- 1: シミュレーションで用いた土壌パラメータ

	No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.6
$\alpha$ (rad)	0.5					
$l$ (m)	40				20	
$d$ (m)	0.5			0.8		0.5
$\theta^*$	0.3	0.4	0.3			
$k_{s1}\dagger$	5.0					
$\beta_1$	5.0					
$k_{s2}\dagger$	0.01	0.10		0.01		
$\beta_2$	3.0		1.0		3.0	

†: 単位は ( $\times 10^{-3}$  cm/s)

ただし,

$$p_1 = 1/\beta_1$$

$$p_2 = \beta_2/\beta_1$$

$$K_1 = \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \left( \frac{ld\beta_1^{-1}\theta_s\beta_1}{k_{s1}\sin\alpha} \right)^{p_1}$$

$$K_2 = k_{s2}\cos\alpha \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} \left( \frac{l}{k_{s1}d\sin\alpha} \right)^{p_2} \exp(\zeta\beta_2\Psi_0)$$

$$K_3 = k_{s2}\cos\alpha$$

$$K_4 = \frac{d}{l} k_{s1}\sin\alpha \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \exp(-\zeta\beta_1\Psi_0)$$

$$X_0 = k_{s1}d\sin\alpha \exp(-\zeta\beta_1\Psi_0)Q^{-1}$$

図-2は土壌の各条件を表-1のように仮定して2次元不飽和浸透理論により計算した流出量・損失量と損失を考慮した貯留型流出モデルによる流出量・損失量の計算結果を比較したものである。尚、初期条件としては全層が湿潤した状態から36時間自然排水を行った状態を用いた。両手法による計算値は良く一致しており、本研究で提案した方法により、2次元不飽和浸透理論を集中化することが可能であることが示された。

### 3 試験流域への適用

提案した貯留型流出モデルの適合性を検証するため、試験流域への適用を行った。対象とした流域は、美唄市光珠内に位置する上中の沢上流域で流域面積0.0486km<sup>2</sup>、平均斜面長69m、斜面の平均勾配が0.4rad(約22度)の小流域である。流域内は砂れき分を多く含んだA層が地表面下30~65cm程度の範囲で分布しており、それ以深はシルト分・粘土分を多く含んだB層によって構成されている。また、本研究では流域内の土壌を採取し、土壌水分特性曲線、飽和・不飽和透水係数の測定を行っ

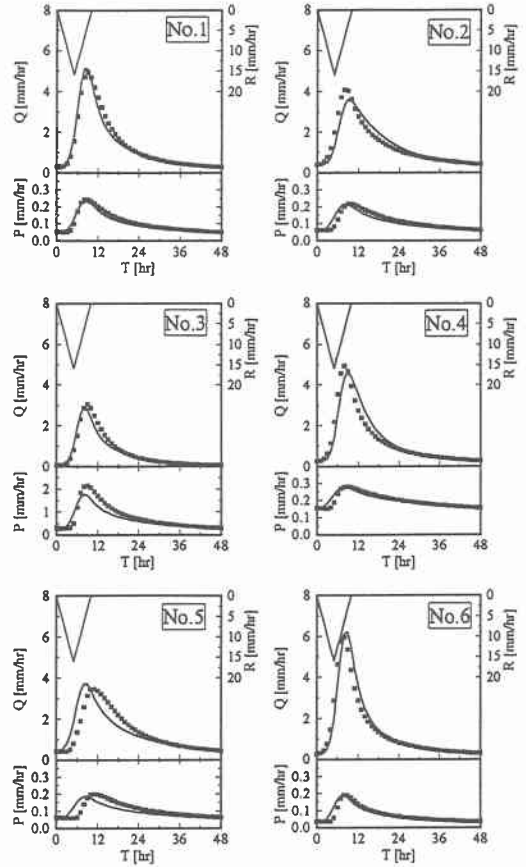


図- 2: 損失を考慮した貯留型流出モデルによる流出量・損失量の計算結果(図中の実線は損失を考慮した貯留型流出モデルによる計算結果、□は不飽和浸透理論による結果)

ている。試験結果の詳細に関しては既に報告済みであるので、文献を参照されたい。

実測流量に一致するように求めた土壌の各係数は表-2に示す通りで、上層の飽和透水係数が実測の約6倍、下層が実験値の0.1倍となった。また、土壌水分特性曲線は、A層の排水過程の曲線に近いものとなった。図-3は、2次元不飽和浸透理論と損失を考慮した貯留型流出モデルを用いて上中の沢上流域の流出量を再現したものである。図中の実線は2次元不飽和浸透理論による計算結果を、破線は損失を考慮した貯留型流出モデルによる結果を示している。いずれの期間とも流出量・損失量は良く一致しており、本節で提案した貯留型流出モデルの妥当性が示された。

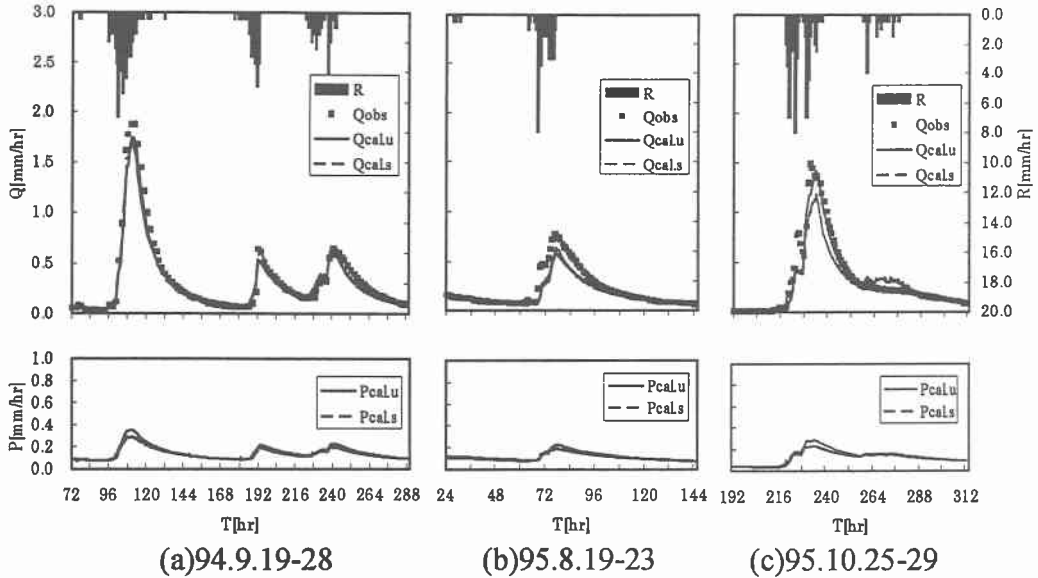


図-3: 損失を考慮した貯留型流出モデルによる流出量・損失量の計算結果, 上中の沢上流域, (a)94年9月 (b)95年8月 (c)95年10月, 上段:全流出量, 下段:損失量

表-2: 計算に用いた土壌パラメータ

$k_{s1}$ (cm/s)	$1.00 \times 10^{-2}$
$\beta_1$	5.0
$k_{s2}$ (cm/s)	$1.79 \times 10^{-5}$
$\beta_2$	2.0
$a$ (1/cm)	0.018
$n$	1.4
$\theta_s - \theta_r$	0.22

#### 4 おわりに

本研究では, 短期流出解析を対象として, 損失を考慮できる貯留型流出モデルの構築を試みた. 本研究で提案した貯留型の流出モデルは, 1) 蒸発散等による損失の影響が少ない短期流出解析に用いられること, 2) 損失量が流出量の1/3程度以下であること, といった制限があるものの, 観測降雨を直接利用でき, かつ, 過去の流量資料のない流域においても, 流域の物理的な特性を調査することによって, 計算に用いるパラメータの値を決定できるものと考えられる.

本研究で検証を行った試験流域は, 比較的一様な斜面形状を有する小流域である. 今後, 様々な斜

面から構成される数 $\text{km}^2$ 以上のスケールを有した流域に適用するためには, 斜面長や斜面勾配などの流域の幾何形状を適切に評価することや流域土壌の空間代表性などについても検討が必要である.

#### 参考文献

- 1) 八田茂実, 藤田睦博, 山梨光訓, 不飽和浸透理論を用いた流出解析について, 土木学会北海道支部論文報告集, vol.56, pp.216-221, 1997.
- 2) 八田茂実, 藤田睦博, 山梨光訓, 不飽和浸透理論とタンクモデルを用いた損失機構に関する研究, 水工学論文集, vol.41, pp.25-30, 1997.
- 3) 日野幹雄, 太田猛彦, 砂田憲吾, 渡辺邦夫, 洪水の数値予報, 森北出版, p.74, 1989.
- 4) 松林宇一郎, 高木不折, 古田直, 不飽和浸透理論に基づく斜面流出モデルの集中化について, 土木学会論文集, vol.497/II-28, pp.11-20, 1994.
- 5) S. Bodaghpour, M. Fujita and Y. Shimizu, Lumping process based on unsaturated infiltration theory, *Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE*, vol.39, pp.209-214, 1995.