

II-3

ファジィ推論とカルマンフィルターを組み合わせた  
流出予測

北海道大学 学生員 澤田 徹  
北海道大学 フェロー会員 藤田陸博  
日産建設(株) 正員 熊谷 進

1. はじめに

流出予測にファジィ推論が適用される際に問題となるのは、学習能力(予測誤差の修正機能)がないことである。本研究ではファジィモデリング(推論知識部の最適化)にカルマンフィルター理論を採用し、修正機能を持つファジィ推論のシステム構築を目指している。

従来、流出予測に用いられるファジィ推論は min-max-重心法が中心であるため推論結果はファジィ数で得られた。またファジィモデリングのシステム上、各時刻ごとにルール数が増加するため、推論知識部の解析、最適化は容易ではなかった。<sup>1),2)</sup>

本研究では簡略化推論法<sup>3)</sup>を用いることにより推論結果が実数値で得られ、ルール数をあらかじめ設定することで推論システムを安定化した。これにより後件部実数値の最適化にカルマンフィルター理論を用いることが可能となり、予測誤差のフィードバック機能を持つファジィ推論の構築を試みた。

2. 推論手法

簡略化推論法の基本的な計算の流れは min-max-重心法と同じだが、前件部の適合度を代数積で計算すること、後件部が実数値であること、の2点が大きな違いである。

ルール形式を説明すると、後件部をメンバシップ関数ではなく実数値で記述するルールを用いる。入力を  $dq(t)$ 、 $r(t-te)$ 、出力を  $dq(t+1)$  とし、それぞれ  $X_1(t)$ 、 $X_2(t)$ 、 $Y(t)$  とする。k 番目のルール、 $R^k$  のファジィ推論ルールは次のように記述できる。

$$R^k : \text{If } X_1(t) \text{ is } A_1(i) \text{ and } X_2(t) \text{ is } A_2(j) \\ \text{then } Y(t) \text{ is } w_{ij} \quad (1)$$

ここで、 $te$  は流出の遅れ時間、 $A_1(i)$ 、 $A_2(j)$  は入力値のファジィ集合、 $w_{ij}$  は後件部の実数値である。 $i, j$  はそれぞれ  $X_1, X_2$  のメンバシップ関数につけた番号を表している。 $(i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$

本手法では、前件部メンバシップ関数を(2)式の指数関数で与える。(図1)

$$A_1(i) = \exp\{-k_1(x_1 - a_1(i))^2\} \\ A_2(j) = \exp\{-k_2(x_2 - a_2(j))^2\} \quad (2)$$

ここに、 $a_1, a_2$  は入力値のメンバシップ関数のラベルを表し(図2)、以下に  $X_1$  についての手順を示す。

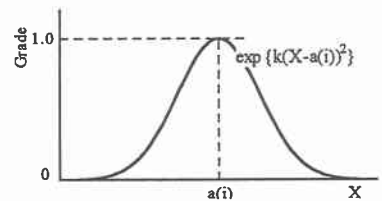


図1 前件部メンバシップ関数

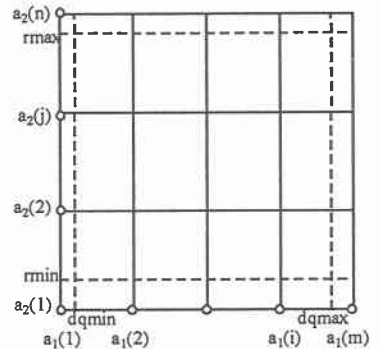


図2 前件部メンバシップ関数のラベル

まず両端の  $a_1(1)$ 、 $a_1(m)$  を次式で与え、この値をもとにその他の値を決める。

$$\begin{aligned} a_1(1) &= [dq \min] - 1 \\ a_1(m) &= [dq \max] + 1 \end{aligned} \quad (3)$$

$$a_1(i) = \frac{a_1(m) - a_1(1)}{m-1} (i-1) + a_1(1) \quad (4)$$

ここに、 $[ ]$  はガウス記号を表す。

同様にして  $X_2$  ( $a_2(j)$ ) についても値を与える。

次に(2)式より、ルール毎に時刻  $t$  における入力に対する適合度を計算する。今回は簡単のために、(5)式を用いて、データに対する前件部メンバシップ関数の適合度を計算することにした。(結果的には同じものを得ることになる) (図3)

$$\begin{aligned} A_1(i) &= \exp\{-k_1(a_1(i) - X_1(t))^2\} \\ A_2(j) &= \exp\{-k_2(a_2(j) - X_2(t))^2\} \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式で得た、 $A_1(i)$ 、 $A_2(j)$  を用いて、各ルールの適合度を計算する。本手法では簡略ファジィ推論を用いているので、演算には代数積を使用している。

$$\begin{aligned} h_{ij} &= A_1(i) \times A_2(j) \\ H' &= [h_{11}, h_{12}, \dots, h_{m-1}, h_{mn}] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、ファジィ推論の出力として重み付き重心を用いているので、前件部の適合度の総和  $\sum h_{ij}$  を 1 にして、規格化(適合度を荷重平均する)を行う。

$$H = [h_{11} / \sum h_{ij}, h_{12} / \sum h_{ij}, \dots, h_{m-1} / \sum h_{ij}, h_{mn} / \sum h_{ij}] \quad (7)$$

推論値は(7)式で求めた  $H$  と、後に述べるカルマンフィルターにより同定された後件部実数値  $W = [w_{11}, w_{12}, \dots, w_{m-1}, w_{mn}]^T$  の代数積という形で求められる。

$$Y'(t) = H \cdot W \quad (8)$$

1時間先の予測では、上に述べたように行うが、2時間、3時間先の予測を行う際には、(5)式に  $X_1(t)$  のところに  $Y'(t)$  を、 $X_2(t)$  のところに  $X_2(t+1)$  を、という具合にリードタイムをのぼしていく。ただし、流出の遅れ時間  $t_e$  をこえるリードタイムは、このシステムにおいては不可能である。

### 3. 後件部実数値の最適化

一般的にファジィ推論はあいまい数を扱っているため、雑音の入ってくるシステムの同定に強いといわれるが、精度をよりよくするためには、ルール数を増やさざるを得ず、この場合ルール数の爆発、および後件部実数値の発散を引き起こすことが多かった。

本研究では、この対策として後件部実数値の最適化にカルマンフィルターを採用することにした。カルマンフィルターはシステムの同定、フィルターリング機能ともに兼ね備えているので、これに最適であると思われる。ニューロ学習には、カルマンフィルターを適用した『カルマンニューロ』があり、その有効性はすでに実証済みである。<sup>4)</sup>

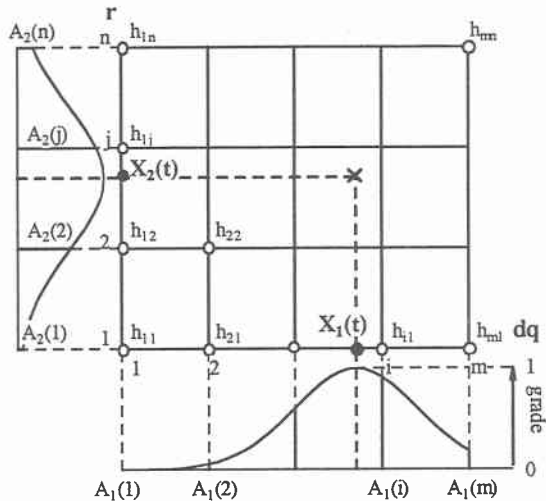


図3 前件部適合度

### 3.1 カルマンフィルターの諸式

状態変数を後件部実数値 ( $W_{ij}$ )、観測値を流量変化量  $dq$  とするとカルマンフィルターの観測方程式、状態方程式は次のようになる。<sup>5),6),7)</sup>

観測方程式

$$y(t+1) = H(t+1) \cdot W(t+1) + \delta(t+1)$$

状態方程式

$$W(t+1) = I \cdot W(t) + \varepsilon(t+1)$$

$y(t)$  : 観測値 ( $dq$ )  
 $H(t)$  : 前件部適合度  
 $W(t)$  : 後件部実数値  
 $\delta, \varepsilon$  : 誤差項 (ガウス白色雑音)

### 3.2 カルマンフィルターの計算手順

①状態変数推定値

$$\hat{W}_k(-) = \hat{W}_{k-1}(+)$$

②状態変数の推定誤差の共分散

$$P_k(-) = P_{k-1}(+) \cdot Q$$

③カルマンゲイン

$$G_k = P_k(-) \cdot H_k^T [H_k \cdot P_k \cdot H_k^T + R]^{-1}$$

④状態変数の更新

$$\hat{W}_k(+) = \hat{W}_k(-) + G_k \{y - H_k \cdot \hat{W}_k(-)\}$$

⑤共分散行列の更新

$$P_k(+) = (I - G_k \cdot H_k) \cdot P_k(-)$$

$\hat{W}_k(-)$  :  $k$  ステップまでに得られる情報による状態変数最適推定値 ( $(m \times n)$  次元ベクトル)  
 $P_k(-)$  :  $-$  による推定誤差の共分散行列 ( $(m \times n) \times (m \times n)$  行列)  
 $\hat{W}_k(+)$  :  $k$  ステップで得られる情報により更新された状態変数最適推定値 ( $(m \times n)$  次元ベクトル)  
 $P_k(+)$  :  $-$  更新された推定誤差の共分散行列 ( $(m \times n) \times (m \times n)$  行列)  
 $G_k$  : カルマンゲイン ( $(m \times n)$  次元ベクトル)  
 $I$  : 単位行列 ( $(m \times n) \times (m \times n)$  行列)  
 $Q$  : 白色雑音  $\varepsilon$  の分散行列 ( $(m \times n) \times (m \times n)$  行列)  
 $R$  : 白色雑音  $\delta$  の分散 (スカラー量)

## 4. 実流域への適用

今回計算に用いたデータは、図4に示す雨龍第二ダム (流域面積は  $109.7 \text{ km}^2$ ) で 1981年8月3~4日、1985年7月22~23日に観測されたものである。流量、雨量ともに一時間ごとに観測され、流量は雨龍第二ダム (○印) で、雨量は落之台、ピシリ、雨竜第一ダムの三ヶ所 (●印) で観測されている。雨量については、流域平均雨量を用い、これについてはティーセン法により求めた。

### 4.1 実流域適用への準備

本研究で用いる手法では、決めるべき諸量 (流出の遅れ時間、カルマンフィルターの初期値、ルール数、前件部メンバシップ関数の形状) が多く、またそれぞれ互いに影響を及ぼしあうため、その決定については注意が必要である。



図4 対象流域の概要

#### 4.1.1 流出の遅れ時間 $t_e$

今回解析に用いた流出システムは、入力については雨量と流量変化量、出力については流量変化量、という【2入力1出力】という形にしている。流量変化量については、最新の値を用いるのが妥当であると考えられるが、雨量についてはどの時刻のものが流量に影響を与えているのか、はっきりとはわかっていない。本研究では流域の規模などを考慮して  $t_e=3$  とし、ま

たシステム上、リードタイムと流出の遅れ時間を同じとして計算を進めることにした。

#### 4.1.2 カルマンフィルターの初期値

推論知識部同定に用いるカルマンフィルターについて、初期値を必要とするものは状態変数  $W_{ij}$ 、分散  $R$  および分散行列  $Q$  である。 $W_{ij}$  は過去の洪水の事例などによりあらかじめ同定されたものを用いるという方法もあるが、今回は  $W_{ij}=0$  とした。分散  $R=0.1$ 、分散行列  $Q$  については対角要素に 0.1、その他の要素には 0 を与えた。

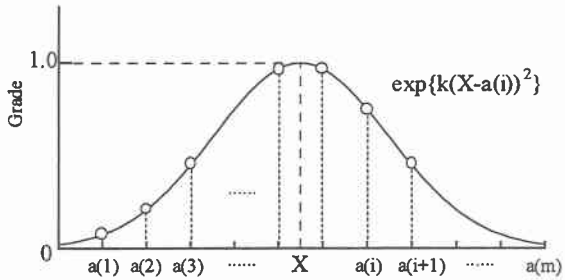


図5 前件部メンバシップ関数の形状

#### 4.1.3 ルール数

ルール数は 4.1.4 で述べる前件部メンバシップ関数の幅と特に密接な関係にある。メンバシップ関数の形状は計算の上では、メンバシップ関数のラベルのところのみ表現されるため、ルール数が少ないと、その形状を表しきることができなくなる。(図 5) しかし、ルール数の増加により計算時間は指数的に増える。またルール数の増加は  $\Delta h_{ij}$  の増加を伴うため  $H$  にも影響を与えることになる。

図 6 にルール数のみを変化させたときの、3 時間先の予測値について示した。ルール数が少ないほど予測値のばらつきが大きい傾向にある。今後はルール数を 225 ( $m=15, n=15$ ) として計算を行う。

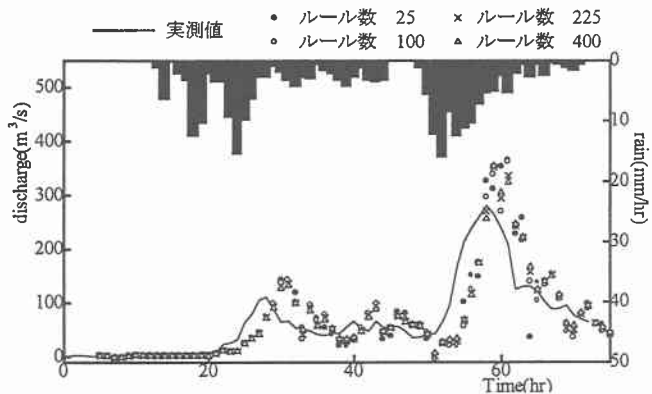


図6 ルール数による予測値の違い  
(1981年8月3~4日)

#### 4.1.4 前件部メンバシップ関数の形状

従来、ファジィ推論を用いた流出予測においてはメンバシップ関数の幅はデータのもつ曖昧さを表すものとされてきた。本手法ではメンバシップ関数の形状が、 $h_{ij}$  そして  $H$  を決定し、これをもとに推論知識部の同定が行われる。すなわち、各時刻でのルールの同定範囲、およびその最適化はメンバシップ関数の形状によって決定されることになる。また予測段階においても、どのルールを用いて予測するかはこの形状により決定され、前件部メンバシップ関数の形状が重要な意味を持っている。

図 7 に前件部メンバシップ関数の形状を変えたときの結果について示す。これからわかるよ

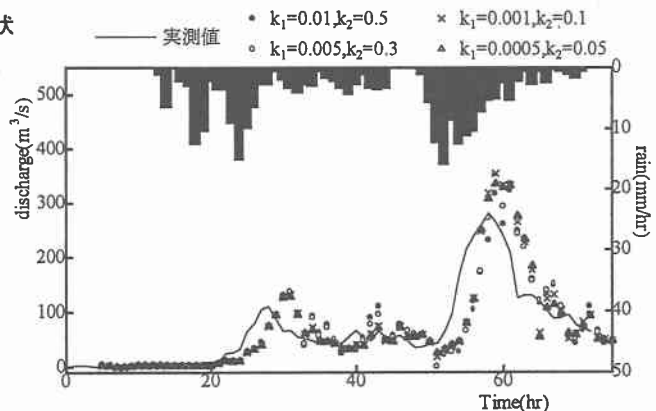


図7 前件部メンバシップ関数の形状による  
予測値の違い (1981年8月3~4日)

うに、時刻 30 前後までは、それ程違いは見られないが、その後特にもっとも流量の上昇する時刻 60 手前では、メンバシップ関数の形状により予測値に変化が見られる。三角印とバツ印の予測値がより実測値に近づき、黒丸印や白丸印より安全側に予測している。しかし三角印とバツ印にはそれほど違いはないので、ある程度妥当な値を与えれば良いことがわかる。

#### 4.2 予測結果

4.1 で求めた値を用いて予測を行った結果を示す (図 8, 9, 10)。

白丸印は提案手法を用いて後件部の学習を 1 回行い予測したものである。黒丸印は後件部の学習を 3 回行ったものである。また予測値の比較のため、逐次ファジィモデリング<sup>8)</sup>による計算結果も、併せてのせた。逐次ファジィモデリングは、所定の誤差になるまでルール数を増やしながらか後件部を同定していき、学習に用いたデータについての再現が、ほぼ可能な手法である。

ただし図 8, 9 では、 $k_1=0.01, k_2=0.05$  を用いて計算し

図 10 では、 $k_1=0.001, k_2=0.1$  を用いて計算している。

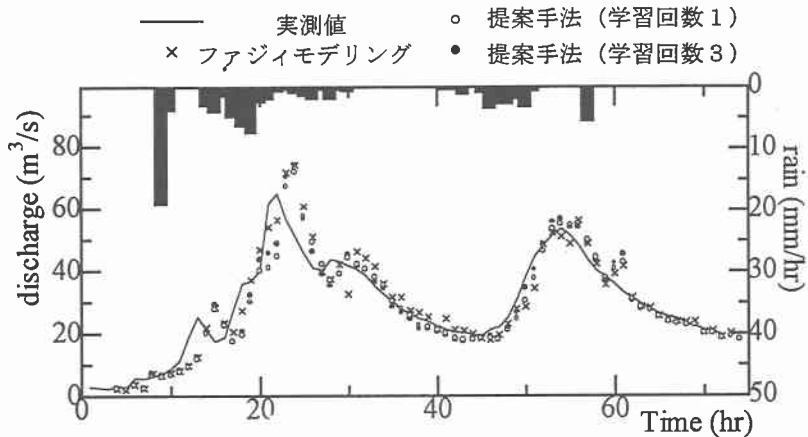


図 8 予測ハイドログラフ (lead time=2hr)  
(1985 年 9 月 22~23 日)

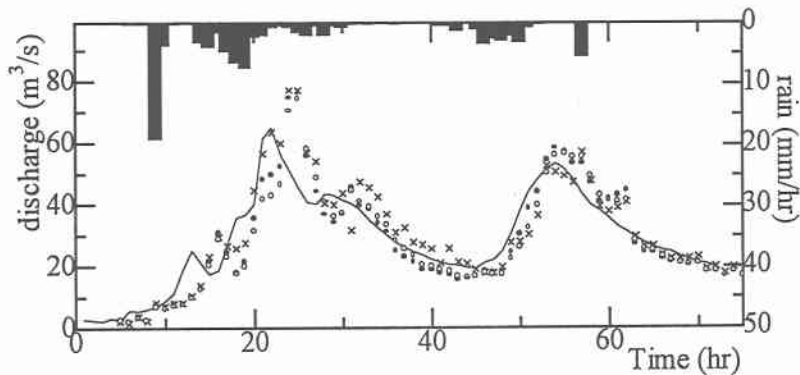


図 9 予測ハイドログラフ (lead time=3hr)  
(1985 年 9 月 22~23 日)

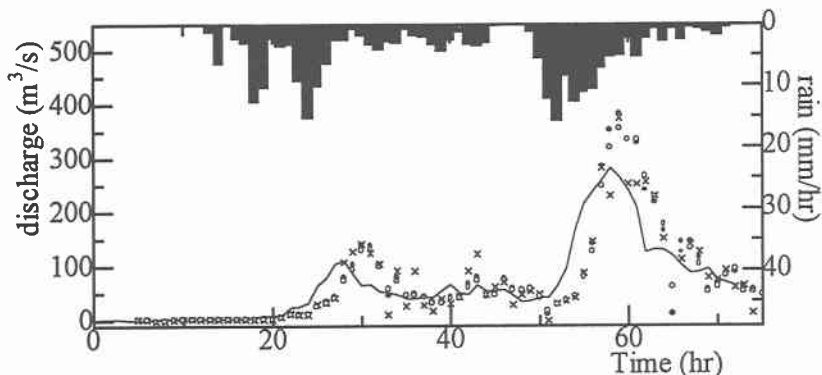


図 10 予測ハイドログラフ (lead time=3hr)  
(1981年8月3~4日)

## 5. 考察

図8、図9について、時刻20前後までは、提案手法と逐次ファジィモデリングの精度は同じか、後者のほうが良いのだが、その後は特に時刻50以降、流量の上昇期に提案手法の方が予測精度が良い。これは提案手法においては、予測誤差を推論知識部にフィードバックさせているのに対し、逐次ファジィモデリングにおいてはデータの蓄積による、推論の平均化が起こっているためと思われる。また提案手法の学習回数が1回のもものと、3回のものについて比べると、流量上昇期において学習回数3回のものの方が、予測精度が良い。

図10についても、逐次ファジィモデリングでは、予測値にばらつきが見られるのに対し、提案手法では予測値が安定し、かつ上昇期でも逐次ファジィモデリングと同程度かそれ以上の予測精度をもっている。

提案手法と逐次ファジィモデリングを比較すると、全般的に提案手法の方が予測精度が良いといえる。

## 6. まとめ

ファジィ推論に予測誤差修正機能を付加するため、推論知識部の同定にカルマンフィルターを用いた結果、予測精度を向上することができた。流量の立ち上がりでは、実測値より小さく予測をするが、数時間後には修正していることを確認できた。また、学習回数の増加による予測精度の向上について、確認された。

## 参考文献

- 1) 吉武、藤田；レーダ情報を用いたファジィ推論による流出予測と予測誤差の修正、土木学会北海道支部論文報告集 Vol.52,pp78-83,1996
- 2) 八田、藤田、嵯峨；予測誤差修正機能を付加したファジィ推論による融雪流出予測、水工学論文集 Vol.39,pp85-90,1991
- 3) 日本ファジィ学会；講座ファジィ第2巻ファジィ集合、日刊工業新聞社,1992
- 4) 村瀬、小山、石田；パソコンによるカルマンニューロコンピューティング、森北出版,1994
- 5) 片山；応用カルマンフィルター、朝倉書店,1983
- 6) 日野；Kalmanの予測推定理論の平易な誘導について、東京工業大学土木工学科研究報告 No.15,1973
- 7) 日野；水文流出予測へのカルマンフィルター理論の適用、土木学会論文報告集 Vol.221,pp39-47,1974
- 8) 荒木、野村、林、若見；ルールを逐次的に生成するファジィモデリングの一提案、日本ファジィ学会誌 Vol.4,No.4,pp134-144,1992