

V-37

三軸圧縮応力を受けるコンクリートの応力-ひずみ構成式

北海道大学工学部

学生員 石川 徹也

北海道大学大学院工学研究科

フェロー 大沼 博志

1. 序論

コンクリート構造物は、本来、3次元の立体構造物であり、その構成材料であるコンクリートは、2軸あるいは3軸の多軸応力を受けると考えられる。この様な3次元の構造物に対し、有限要素法を用いて弾塑性解析をする場合には、多軸応力状態を考慮することのできるコンクリートの終局強度基準とともに、応力-ひずみの構成式が必要である。本研究ではまず、Darwinらの等価1軸ひずみの概念、Saenzの応力-ひずみ曲線の非線形表示式、終局強度曲面及び終局ひずみ曲面を組み合わせて、直交異方性を仮定した増分型弾塑性モデルによって、増分応力-等価1軸ひずみの構成式を定義した。さらに、このモデルを用いた解析結果と実験値との比較から、その適用性を検討したものである。

2. 実験の概要

セメントは、日本セメント株式会社製の普通ポルトランドセメントを使用した。細骨材及び粗骨材は、すべて相模川産のものである。細骨材は、5, 2.5, 1.2, 0.6, 0.3及び0.15mmのふるいで振り分けを行った後、粗粒率が2.75となるように混合したものであり、その比重及び吸水量はそれぞれ2.60及び2.86%であった。また、粗骨材の最大寸法は10mmであり、その比重及び吸水量はそれぞれ2.65及び1.94%であった。混和剤は減水剤としてポゾリス No 5 L をセメント重量の0.25%使用した。コンクリートの配合は、表-2-1の通りである。

供試体の作製において、コンクリートの練り混ぜには2切の重力式ミキサーを使用し、練り混ぜ時間はすべての材料投入後3分間とした。供試体寸法は10cm×10cm×10cmの立方体とする。コンクリート打設24時間後に供試体を脱型し、試験前日まで水中(21±1℃)で標準養生した。コンクリートの1軸圧縮強度、弾性係数及びポアソン比を、表-2-2に示す。ただし、これらは4節の応力-ひずみ曲線を求めた試験についてのみ記述した。

加圧盤と供試体とで剛性の違いによって生ずる端面拘束の影響を除去するため、摩擦係数0.014のテフロンシート(厚さ0.1mm)2枚とシリコングリースの減摩材を使用した。また、試験機は載荷装置の最大容量が、水平2方向は圧縮200ト、垂直方向は圧縮300トである。加圧盤間の変形を差動トランスによって測定し、これから加圧盤、テフロンシート、及びシリコングリースの変形を差し引いてひずみを測定した。

載荷方法には、最小主応力一定試験、偏差応力面試験、Rendulic 応力面試験の3つがある。最小主応力一定試験の載荷方法は、最小主応力(σ_3)を一定保持し、最大主応力(σ_1)と中間主応力(σ_2)の比を一定にして漸次増加させる。ここで、主応力比(σ_2/σ_1)が0.0(1軸圧縮)、0.2, 0.5, 及び1.0の4種、 σ_3 が1軸圧縮強度(σ_c)の10%, 20%, 及び40%の3種について実験を行った。偏差応力面試験の載荷方法は、まず静水圧軸に沿って、あらかじめ定めた静水応力を加え、その後この静水応力を一定保持しながら3主応力を任意の一定割合で変化させて破壊させる(図-2-1 参照)ものである。この試験では、コンクリートは等方、均質であると仮定し、載荷応力経路は、図-2-1に示すように5種類とする。なお、静水圧応力は600kgf/cm²とした。Rendulic 応力面試験の載荷方法は、前述の偏差応力面試験の載荷応力経路①と⑤に相当する。

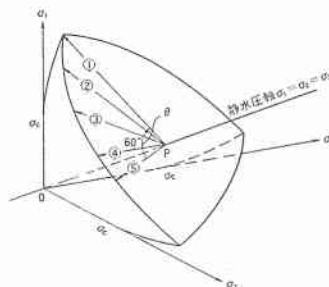
表-2-1 コンクリートの配合

種別	目標強度 (kgf/cm ²)	粗骨材 の最大 寸法 (mm)	スランブ の範囲 (cm)	水セメン ト比 W/C (%)	細骨材率 S/a (%)	単位量 (kg/m ³)				
						水 W	セメント C	細骨材 S	粗骨材 G	混和剤
A	300	10	11~15	55	55	168	305	994	829	0.76
B	400	10	6~17	46	55	167	363	970	809	0.91

表-2-2 コンクリートの力学的性質

	円柱供試体(φ 10cm×20cm)			立体供試体	
	材令 28 日	三軸圧縮試験時			
試験	1 軸圧縮強度 (kgf/cm ²)	静弾性係数 (kgf/cm ²)	ポアソン比	1 軸圧縮強度 (kgf/cm ²)	1 軸圧縮強度 (kgf/cm ²)
Rendulic 応力面	268	2.69×10 ⁵	0.20	336	325
Rendulic 応力面	392	—	0.20	483	362
最小主応力一定	283	3.24×10 ⁵	0.19	382	373
偏差応力面	—	3.09×10 ⁵	0.19	468	418

ただし、応力経路①では、まず所定の側圧($\sigma_2 = \sigma_3$)を加え、これを一定保持しながら最大主応力(σ_1)を増加させるものであり、応力経路⑤は、軸圧(σ_3)を一定保持して側圧($\sigma_1 = \sigma_2$)を増加させて破壊に至らしめるものである。



3. 三軸圧縮応力を受けるコンクリートの終局強度曲面¹⁾

1 主応力軸を含み他の 2 主応力軸と等角をなす平面を Rendulic 応力面といい、図-3-1 に示すように、この平面と終局強度曲面との交線が Rendulic 応力面上における終局強度包絡線である。三軸圧縮試験で得られた Rendulic 応力面上の終局強度の平均値を図-3-2 に示す。

Rendulic 応力面上の終局強度包絡線は、八面体せん断応力(τ_{oc} , τ_{oc})と八面体直応力(σ_{oc})を用いて次式の二次放物線によって数式表示される。

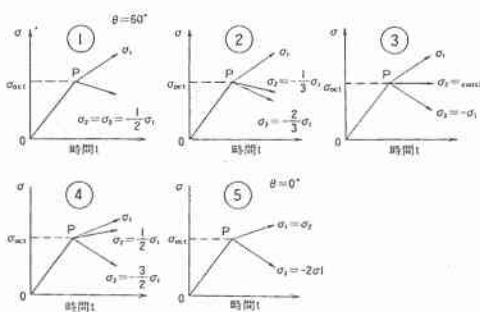


図-2-1 偏差応力面試験の載荷応力経路

$$\theta = 0^\circ \text{ の場合: } \frac{\tau_{oc}}{\sigma_c} = 0.0689 + 0.6868 \left(\frac{\sigma_{ocf}}{\sigma_c} \right) - 0.0964 \left(\frac{\sigma_{ocf}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (3-1)$$

$$\theta = 60^\circ \text{ の場合: } \frac{\tau_{oc}}{\sigma_c} = 0.2040 + 0.8424 \left(\frac{\sigma_{ocf}}{\sigma_c} \right) - 0.1204 \left(\frac{\sigma_{ocf}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (3-2)$$

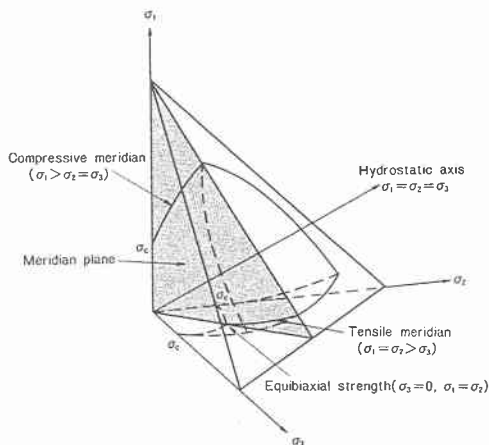


図-3-1 Rendulic 応力面の概念

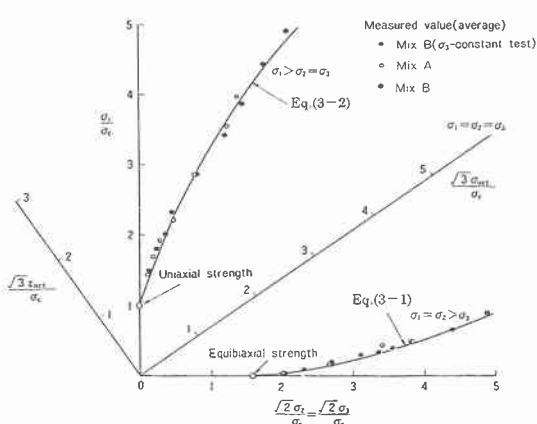


図-3-2 Rendulic 応力面における終局強度包絡線の表示

図-3-3に示すように、偏差応力面は静水圧軸に垂直な平面であり、この応力面では全ての応力状態に対して主応力の和が一定である。また、終局強度曲面とこの応力面との交線が偏差応力面における終局強度包絡線である。A 配合で5種類、B 配合で6種類の八面体直応力、および5種類の載荷応力経路について得られた実験結果の平均値を図-3-4に示す。偏差応力面上の任意の方向角 θ に対する終局強度包絡線は、前述の τ_{oc} 、 τ_{oe} 及び方向角 θ の関数である楕円線分を用いて次のように表示されている。

$$\tau_{oct}(\theta) = \frac{2\tau_{oc}(\tau_{oc}^2 - \tau_{oe}^2)\cos\theta + \tau_{oc}(2\tau_{oc} - \tau_{oc})\sqrt{4(\tau_{oc}^2 - \tau_{oe}^2)\cos^2\theta + 5\tau_{oe}^2 - 4\tau_{oc}\tau_{oc}}}{4(\tau_{oc}^2 - \tau_{oe}^2)\cos^2\theta + (\tau_{oc} - 2\tau_{oe})^2} \quad (3-3)$$

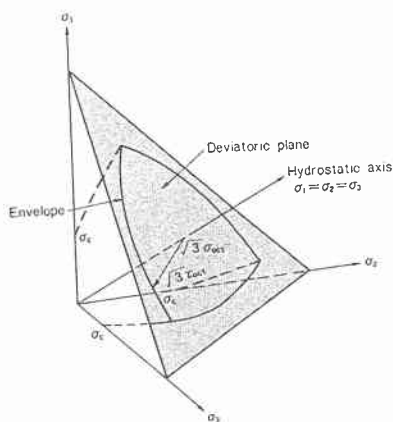


図-3-3 偏差応力面の概念

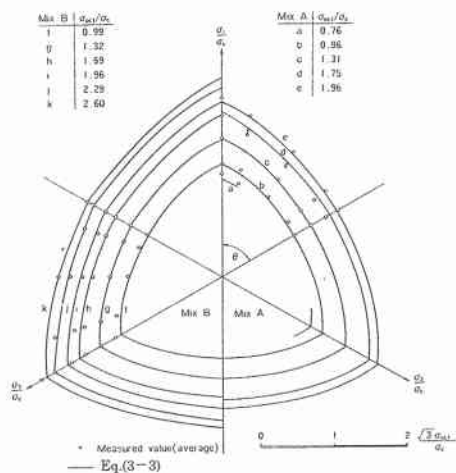


図-3-4 偏差応力面における終局強度包絡線の表示

4. 三軸圧縮応力を受けるコンクリートの応力-ひずみ構成式

Rendulic 応力面試験及び最小主応力一定試験で得られた三軸圧縮応力状態下のコンクリートの応力-ひずみ曲線を図-4-1, 4-2に示す。これらの応力-ひずみ曲線の特徴は、ひずみ能力が著しく増大し、増加割合は終局強度よりも大きいことである。

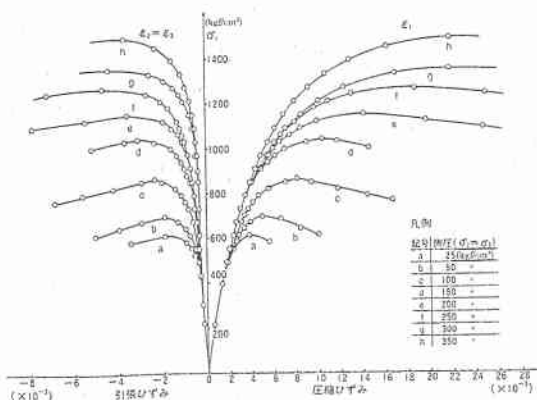


図-4-1 Rendulic 応力面試験

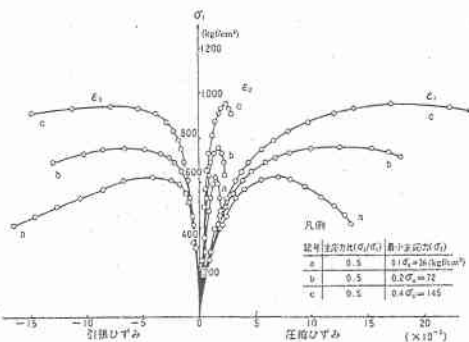


図-4-2 最小主応力一定試験

軸対称解析の増分型構成方程式は、直交異方性を仮定すると、次式のように書くことができる。

$$\{\Delta \varepsilon\} = [D] \cdot \{\Delta \sigma\} \quad (4-1)$$

ここで、Dマトリックスは軸対称の弾性マトリックスである。

次に、Darwin と Pecknold によって開発された等価 1 軸ひずみ理論²⁾から、増分応力-増分等価 1 軸ひずみの関係は次式ようになる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{1u} \\ d\varepsilon_{2u} \\ d\varepsilon_{3u} \\ d\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4-2)$$

また、増分等価 1 軸ひずみと等価 1 軸ひずみの和は、次式によって算定することができる。

$$d\varepsilon_{iu} = \frac{d\sigma_i}{E_i}, \quad \varepsilon_{iu} = \int \frac{d\sigma_i}{E_i} \quad (4-3)$$

Saenz の応力-ひずみ曲線式を等価 1 軸ひずみに置き換えると応力-等価 1 軸ひずみ構成式が次式³⁾のように得られる。

$$\sigma_i = \frac{E_0 \cdot \varepsilon_{iu}}{1 + \left(R + \frac{E_0}{E_n} - 2 \right) \frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} - (2R - 1) \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^2 + R \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^3} \quad (4-4)$$

$$R = \frac{E_0 (\sigma_{ic} / \sigma_{if} - 1)}{E_n (\varepsilon_{if} / \varepsilon_{ic} - 1)^2} - \frac{\varepsilon_{ic}}{\varepsilon_{if}}, \quad E_s = \frac{\sigma_{ic}}{\varepsilon_{ic}} \quad (4-5) \quad \varepsilon_{if} = 4 \cdot \varepsilon_{ic}, \quad \sigma_{if} = \frac{1}{4} \cdot \sigma_{ic} \quad (4-6)$$

ここで、 E_0 は初期弾性係数、 σ_{ic} は終局強度、 ε_{ic} は σ_{ic} に相当する等価 1 軸ひずみである。 σ_{if} 、 ε_{if} は応力－等価 1 軸ひずみ関係の軟化領域におけるある点の座標である。

また、(4-4)式を ε_{iu} で微分すると次式の増分弾性係数が得られる。

$$E_t = E_0 \frac{1 + (2R - 1) \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^2 - 2R \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^3}{\left[1 + \left(R + \frac{E_0}{E_s} - 2 \right) \frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} - (2R - 1) \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^2 + R \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^3 \right]^2} \quad (4-7)$$

ポアソン比はKupferらの1軸圧縮強度の実験データから次のひずみの3次式として与える。

$$\nu_i = \nu_0 \left[1.0 + 1.3736 \frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} - 5.3600 \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^2 + 8.586 \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^3 \right] \quad (4-8)$$

ただし、 ν_i の限界値は0.5であり、この値は増分体積変化が零となる限界に相当する。

等価 1 軸ひずみ空間における終局ひずみ曲面は終局強度曲面に類似させ、次式的ように表示した。

$$\begin{aligned} \theta = 0^\circ \text{ の場合: } \frac{\gamma_{oc}}{\varepsilon_{cu}} &= 0.612 + 3.414 \left(\frac{\varepsilon_{ocf}}{\varepsilon_{cu}} \right) - 0.559 \left(\frac{\varepsilon_{ocf}}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 \\ \theta = 60^\circ \text{ の場合: } \frac{\gamma_{oc}}{\varepsilon_{cu}} &= 0.701 + 0.643 \left(\frac{\varepsilon_{ocf}}{\varepsilon_{cu}} \right) - 0.084 \left(\frac{\varepsilon_{ocf}}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 \\ \gamma_{ocf}(\theta) &= \frac{2\gamma_{oc}(\gamma_{oc}^2 - \gamma_{oc}^2)\cos\theta + \gamma_{oc}(2\gamma_{oc} - \gamma_{oc})\sqrt{4(\gamma_{oc}^2 - \gamma_{oc}^2)\cos^2\theta + 5\gamma_{oc}^2 - 4\gamma_{oc}\gamma_{oc}}}{4(\gamma_{oc}^2 - \gamma_{oc}^2)\cos^2\theta + (\gamma_{oc} - 2\gamma_{oc})^2} \end{aligned} \quad (4-9)$$

5. 実験結果と解析結果の比較検討

解析方法としては、応力増分を与えてひずみ増分を算定する方法を用いた。この解析方法のフローチャートを右図に示す。試験の代表として最小主応力一定試験及び偏差応力面試験で得られた応力－ひずみ曲線とその解析結果を、それぞれ図-5-2及び図-5-3に示す。直交異方性の増分型弾性モデルによる解析結果と、最小主応力一定試験及び偏差応力面試験で得られた実験結果の比較から、このモデルは応力－ひずみの非線形挙動を良く算定できることが示された。しかしながら、いくつかの問題点も指摘することができる。その1つとして、解析結果が初期の剛性を高めに評価しており、特に偏差応力面試験では著しいことが明らかとなった。

この理由として、静水圧に近い応力状態では終局強度が著しく大きいので、その時の応力レベルが弾性範囲に近く塑性ひずみが小さくなること、静水圧下におけるコンクリートの塑性流

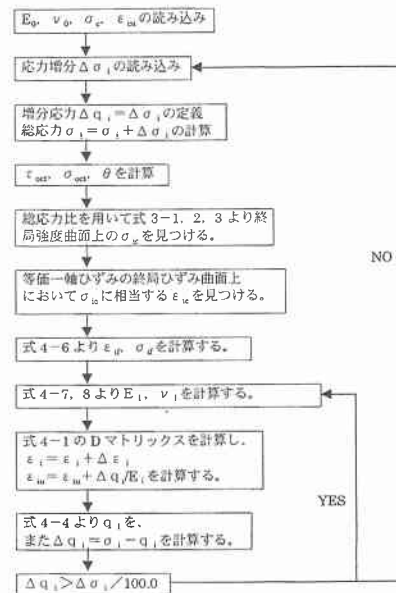


図-5-1 理論解析のフローチャート

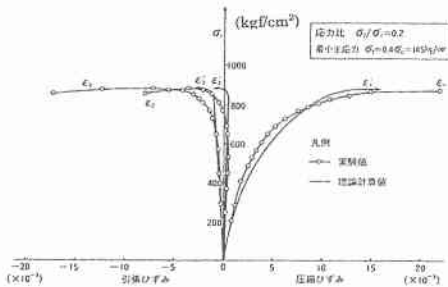


図-5-2 最小主応力一定試験

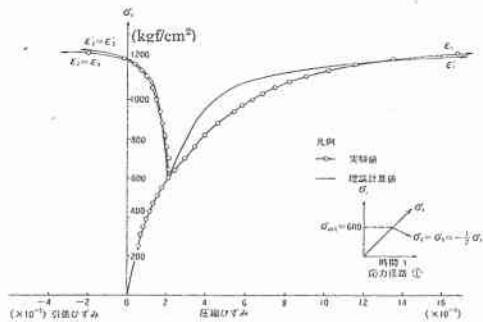


図-5-3 偏差応力面試験

れを算定していないことの2つが考えられる。

また、終局強度付近では弾性係数 E_1 が極めて小さくなるので、増分応力に対するひずみの計算値が著しく大きくなるという結果が得られ、終局ひずみ値を正確に算定することはできなかった。さらに、この研究では、ひずみ軟化領域の挙動を算定することはできなかった。

6. 結論

これから改善しなければならない点がいくつか指摘されるが、全体的にみると三軸圧縮応力状態下のコンクリートの応力-ひずみ非線形挙動は、等価1軸ひずみ理論に基づいた非弾性モデルの構成式を使って、精度良く表示できると判断される。したがって、この構成式は、コンクリート構造物を非線形解析するための有限要素プログラムに組み込むのに適していると考えられる。

参考文献

- 1) 大沼博志, 青柳征夫: 三軸圧縮応力下におけるコンクリートの強度特性, 電力中央研究所研究報告: No 381021, 1981年12月
- 2) D.Darwin 他, D.A.Pecknold: Nonlinear Biaxial Law for Concrete, ASCE EM Division, pp229~241, April 1977
- 3) I.P.Saenz: Discussion of "Equation of the Stress-Strain Curve of Concrete" by P.Desayi and Krishnan, ACI Journal, vol.61, No.9, pp1229~1235, Sept.1964
- 4) W.F.Chen: Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982