

積雪の影響を考慮した橋の振動について

北海道稚内土木現業所	正員	飛内 健雄、	山口 秀人
北海道大学工学部	フェロー	渡辺 昇、	正員 小幡 卓司
北海道土木設計	正員	青木 雅人、 エーテック	浜辺 直人
新構造	正員	大村登喜夫、	正員 和田 隆宏

1. まえがき

北海道利尻島の一般道道利尻富士・利尻自転車道線に架かる湾内大橋は、橋長193mの3径間連続鋼床版箱桁橋であるが、利尻島は日本海の北の孤島で風雪が激しく、耐風設計の必要から風洞実験によりその断面形状を検討した結果、下フランジに丸みのある三角形箱断面を採用した。（図-2、図-4参照）

風洞実験によれば、本橋は、無積雪時には、いかなる風速の風に対しても殆ど揺れることがないという結果がでており耐風安定性は十分であるが、ただ、積雪時には、風速20m/sec前後の風において、一過性の渦励振が発生する可能性があると指摘された。

そこで、今回は、冬の積雪時を狙って、本橋の実橋上において、風速観測、振動計測を行い、積雪が実橋の振動性状に及ぼす影響について検証したので報告する。

2. 連続桁橋の固有振動解析の理論

一般に、多自由度系の運動方程式は次式で示される。

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = f(t) \quad (1)$$

ここで、 M 、 C 、 K は、それぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスであり、

X は変位ベクトル、 $f(t)$ は外力に関する時間関数である。式(1)において、 $f(t)=0$

すなわち、自由振動の状態において減衰を無視すれば、式(1)は次式になる。

$$M \ddot{X} + K \dot{X} = 0 \quad (2)$$

ここで、変位ベクトル X が固有円振動数 ω で調和振動をするとすれば、式(2)の解は次式になる。

$$X(t) = (a \sin \omega t + b \cos \omega t) X \quad (3)$$

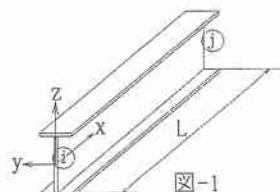
ここで、 a 、 b は任意の定数であり、 X は振動モードをあらわす。式(3)を式(2)に代入して X について解き、これが有意な解をもつという条件から、次の振動数方程式を得る。

$$\det |K - \omega^2 M| = 0 \quad (4)$$

式(4)を解くことにより構造物の固有振動解析が可能となる。

剛性マトリックス K については、それぞれ一定断面をもつ梁部材要素（図-1）の1節点あたり7自由度とした。すなわち、(1) x 方向軸力、(2) y 方向せん断力と z 軸まわりの曲げモーメント、(3) z 軸方向せん断力と y 方向まわりの曲げモーメント、(4) x 軸まわりのねじりモーメントとそりねじりモーメントの7種類である。

したがって、部材剛性マトリックスは 14×14 となる。



Effects of Snowloading on Bridge Vibration

by Takeo TOBINAI, Hideto YAMAGUCHI, Noboru WATANABE, Takashi OBATA, Masato AOKI, Naoto HAMABE, Tokio OOMURA and Takahiro WADA.

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & \\ & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} \\ & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EC_w + 6GJ}{5L} & \frac{6EC_w + GJ}{10} & -\frac{12EC_w + 6GJ}{5L} & \frac{6EC_w + GJ}{10} \\ & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} & -\frac{4EI_z}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} \\ & \frac{6EC_w + GJ}{10} & \frac{4EC_w + 2GJL}{15} & -\frac{4EC_w + 2GJL}{15} & \frac{6EC_w + GJ}{10} & \frac{2EC_w + GJL}{30} \\ -\frac{EA}{L} & & & & & \\ & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ & \frac{12EC_w + 6GJ}{5L} & \frac{6EC_w + GJ}{10} & -\frac{6EC_w + GJ}{10} & \frac{6EC_w + 6GJ}{5L} & -\frac{6EC_w + GJ}{10} \\ & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} & -\frac{2EI_z}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} \\ & \frac{6EC_w + GJ}{10} & \frac{2EC_w + GJL}{30} & -\frac{2EC_w + GJL}{30} & \frac{6EC_w + GJ}{10} & \frac{4EC_w + 2GJL}{15} \end{bmatrix}$$

ここで、 A:断面積、 L:部材長、 I_z, I_y : z軸、y軸まわりの断面2次モーメント、
E:ヤング係数、 GJ:純ねじり剛性、 EC_w :そりねじり剛性 である。

次に、質量マトリックス M については、一般に最も簡単な方法は部材要素の質量を等分に両端節点に分配する集中質量マトリックス法がある。しかしここでは、剛性マトリックスと同様に、軸変形および曲げ変形に関する質量マトリックスと、ねじり変形に関する質量マトリックスを別個に求め、両者を合成する要素整合質量マトリックス法を用いた。

ここで、m : 単位長さあたりの質量、 I_s : 極慣性モーメント である。

$$\begin{bmatrix} \frac{mL}{3} & & & \\ & \frac{13mL}{35} & \frac{11mL^2}{210} & \frac{9mL}{70} & -\frac{13mL^2}{420} \\ & \frac{13mL}{35} & -\frac{11mL^2}{210} & \frac{9mL}{70} & \frac{13mL^2}{420} \\ & \frac{13mL}{35} \frac{I_s}{A} & \frac{11mL^2}{210} \frac{I_s}{A} & -\frac{9mL}{70} \frac{I_s}{A} & -\frac{13mL^2}{420} \frac{I_s}{A} \\ & -\frac{11mL^2}{210} & \frac{mL^3}{105} & \frac{13mL^2}{420} & -\frac{mL^3}{140} \\ & \frac{11mL^2}{210} & \frac{mL^3}{105} & \frac{13mL^2}{420} & -\frac{mL^3}{140} \\ & \frac{11mL^2}{210} \frac{I_s}{A} & \frac{mL^3}{105} \frac{I_s}{A} & \frac{13mL^2}{420} \frac{I_s}{A} & -\frac{mL^3}{140} \frac{I_s}{A} \\ \frac{mL}{6} & & & \\ & \frac{9mL}{70} & \frac{13mL^2}{420} & \frac{13mL}{35} & -\frac{11mL^2}{210} \\ & \frac{9mL}{70} & -\frac{13mL^2}{420} & \frac{13mL}{35} & \frac{11mL^2}{210} \\ & -\frac{9mL}{70} \frac{I_s}{A} & \frac{13mL^2}{420} \frac{I_s}{A} & \frac{13mL}{35} \frac{I_s}{A} & -\frac{11mL^2}{210} \frac{I_s}{A} \\ & \frac{13mL^2}{420} & -\frac{mL^3}{140} & \frac{11mL^2}{210} & \frac{mL^3}{105} \\ & -\frac{13mL^2}{420} & -\frac{mL^3}{140} & -\frac{11mL^2}{210} & \frac{mL^3}{105} \\ & -\frac{13mL^2}{420} \frac{I_s}{A} & -\frac{mL^3}{140} \frac{I_s}{A} & -\frac{11mL^2}{210} \frac{I_s}{A} & \frac{mL^3}{105} \frac{I_s}{A} \end{bmatrix}$$

3. 連続桁橋の橋面上に積雪がある場合の固有振動計算

いま、図-2 の全径間に積雪ある場合を Case A とし、図-3 の中央径間にのみ積雪ある場合を Case B とし、積雪深 h をいろいろ変えて、すなわち積雪重量 (kg/m) をいろいろ変えて、2の固有振動解析の理論により、コンピューターでシミュレートした。その計算結果が、表-1 および表-2 であり、図示したのが、図-5 である。

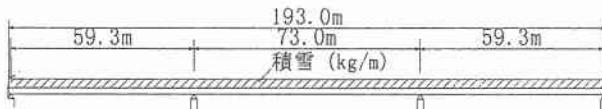
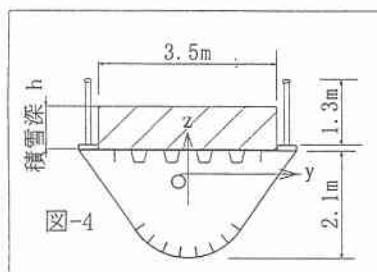


図-2 全径間に積雪ある場合 : Case A



図-3 中央径間にのみ積雪ある場合 : Case B

表-1 Case A (全径間に積雪ある場合) の固有周期の計算値



$$J_y = 1.33 \times 10^7 \text{ cm}^4 \text{ (地覆・高欄を含む)}$$

$$J_z = 2.73 \times 10^7 \text{ cm}^4 \text{ (地覆・高欄を含む)}$$

$$J_T = 0.98 \times 10^7 \text{ cm}^4$$

$$A = 1.79 \times 10^3 \text{ cm}^2$$

全鋼重 (主構造・地覆・高欄)

$$W_s = 357.0 \times 10^3 \text{ kg} \rightarrow 1860 \text{ kg/m}$$

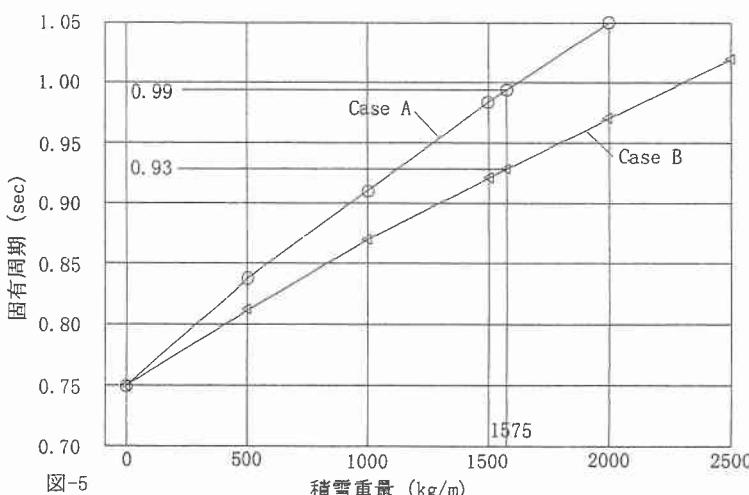
舗装重量 (アスハルト舗装厚 : 3cm)

$$W_A = 46.6 \times 10^3 \text{ kg}^3 \rightarrow 250 \text{ kg/m}$$

解析Case	質量強度 (kg/m)	備 考	一次 固有周期 (sec)
CaseA1	2110, 2110, 2110	鋼重+舗装	0.75
CaseA2	2610, 2610, 2610	CaseA1+全径間積雪 500kg/m	0.84
CaseA3	3110, 3110, 3110	CaseA1+全径間積雪1000kg/m	0.91
CaseA4	3610, 3610, 3610	CaseA1+全径間積雪1500kg/m	0.98
CaseA5	4110, 4110, 4110	CaseA1+全径間積雪2000kg/m	1.05

表-2 Case B (中央径間にのみ積雪ある場合) の固有周期の計算値

解析Case	質量強度 (kg/m)	備 考	一次 固有周期 (sec)
CaseB1	2110, 2110, 2110	鋼重+舗装	0.75
CaseB2	2110, 2610, 2110	CaseB1+中央径間積雪 500kg/m	0.81
CaseB3	2110, 3110, 2110	CaseB1+中央径間積雪1000kg/m	0.87
CaseB4	2110, 3610, 2110	CaseB1+中央径間積雪1500kg/m	0.92
CaseB5	2110, 4110, 2110	CaseB1+中央径間積雪2000kg/m	0.97
CaseB6	2110, 4610, 2110	CaseB1+中央径間積雪2500kg/m	1.02



4. 実橋の振動測定

実橋の振動測定にあたっては、現地の実橋上に、風向・風速計、積雪深計、加速度計、通信ケーブルなどを設置し、記録データは電話回線によって札幌のパソコンに自動的に送られた。

加速度のデータを二度積分することにより、変位のデータとした。

実橋上に積雪がない状態のとき現地に行き、実橋上において、人間ジャンプ加振による自由振動を行った。そのデータとフーリエスペクトル解析の結果を、図-6 に示す。、

また、実橋上に中央径間 73m のみに人為的な雪の積み込みを行い（積雪深 h は約 0.9m、積雪の質量は約 500kg/m^3 、すなわち、積雪重量は 1575kg/m ）、実橋上において、人間ジャンプ加振による自由振動を行った。そのデータとフーリエスペクトル解析の結果を、図-7 に示す。

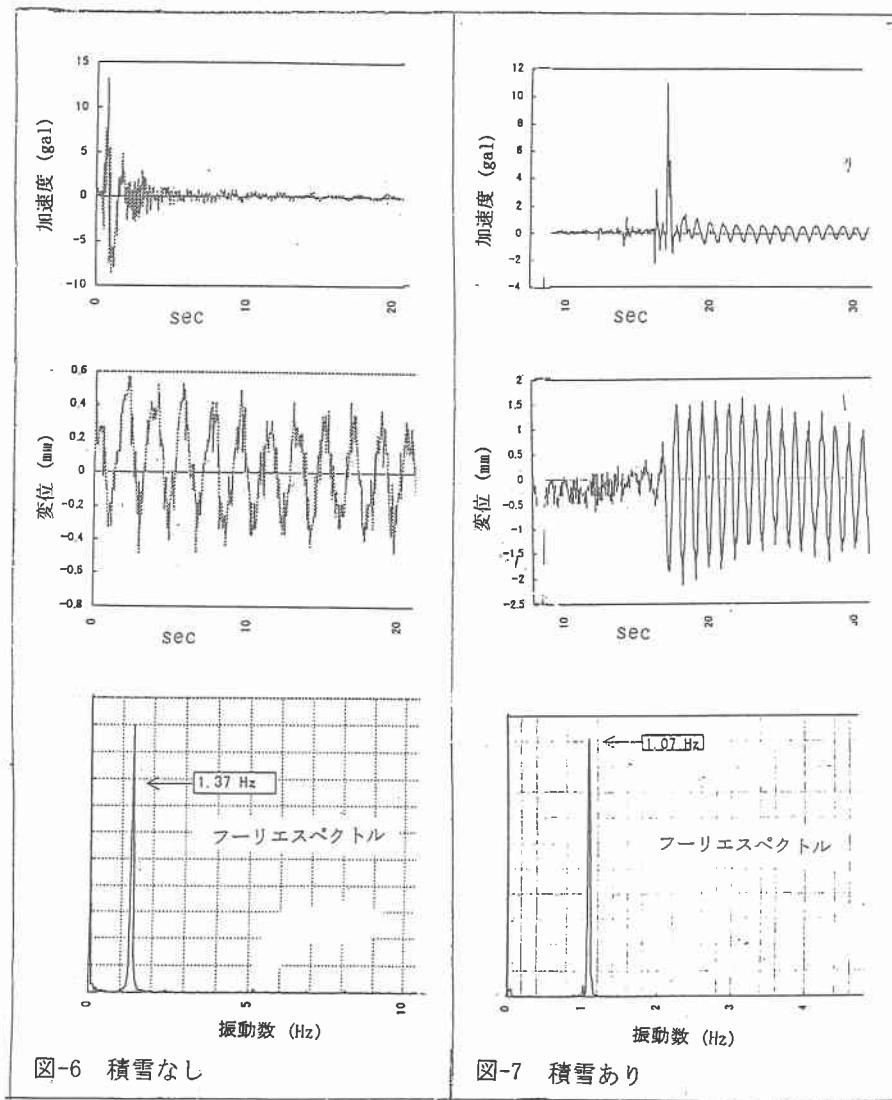


図-6 積雪なし

図-7 積雪あり

5. 実橋の風速と変位

実橋の風向き、風速、加速度などの観測データーの中から、最大値を拾うと、表-3、表-4 のとおりである。ここで、積雪の状況は、次のとおりである。

積雪あり：中央径間の積雪深： 約80-100cm 側径間の積雪深： 約20-40cm	積雪なし：中央径間の積雪深： 約5-30cm 側径間の積雪深： 約20-40cm
---	---

表-3 風向き：海から

	側径間 (①)			中央径間 (②)			側径間 (③)		
	最大加速度 (G)	最大振幅 (mm)	最大風速 (m/s)	最大加速度 (G)	最大振幅 (mm)	最大風速 (m/s)	最大加速度 (G)	最大振幅 (mm)	最大風速 (m/s)
積雪あり	0.048	10.4	10.4	0.017	3.8	16.7	0.039	8.3	16.9
積雪なし	0.055	7.2	21.4	0.045	6.0	21.4	0.021	2.9	16.3

表-4 風向き：山から

	側径間 (①)			中央径間 (②)			側径間 (③)		
	最大加速度 (G)	最大振幅 (mm)	最大風速 (m/s)	最大加速度 (G)	最大振幅 (mm)	最大風速 (m/s)	最大加速度 (G)	最大振幅 (mm)	最大風速 (m/s)
積雪あり	0.017	3.8	18.3	0.032	7.0	24.1	0.039	8.4	19.5
積雪なし	0.081	17.6	21.3	0.091	19.6	21.3	0.073	15.5	21.3

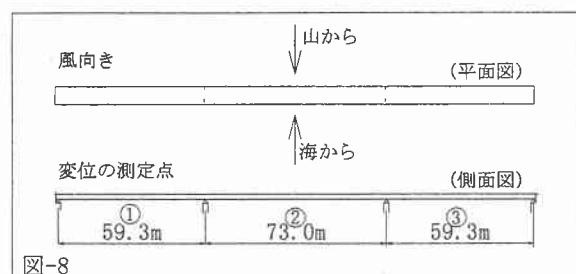


図-8

5. 減衰定数について

湾内大橋の減衰定数 h については、平成 7 年 12 月 6 日と 12 月 9 日に、現地の実橋上において振動測定を行い、その結果を、土木学会北海道支部論文報告集第 52 号の「湾内大橋の実橋振動測定について」に発表したが、それを図-9 に示す。

これによると、減衰定数を h 、固有振動数を f (Hz) とするとき、 $f \cdot h = \text{const.}$ の関係があり、湾内大橋の場合は、 $f \cdot h = 0.023$ から $f \cdot h = 0.071$ までの範囲にあることが実測された。

ここで、減衰定数 $h = \frac{\delta}{2\pi}$ 、 δ ：対数減衰率。

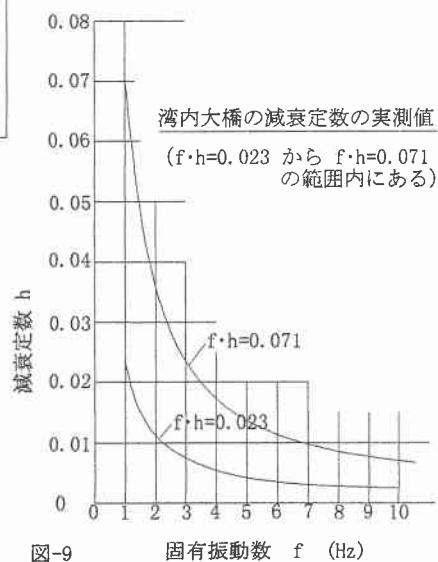


図-9

6. 考察

- 1) 実橋上に積雪なしの状態の図-6 のフーリエスペクトル図をみると、1次卓越振動数は 1.37Hz, すなわち 1次固有周期は 0.73sec である。 積雪なしの状態では積雪重量は 0kg/m、すなわち(鋼重+舗装)だけの重量 2110kg/m のみであるから、表-1、表-2、図-5 によると、1次固有周期の理論値は 0.75sec である。これは実測値の 0.73sec によく一致している。
- 2) 実橋上に中央径間 73m のみに人為的に 1575kg/m の積雪重量を載せた状態の図-7 のフーリエスペクトル図をみると、1次の卓越固有振動数は 1.07Hz, すなわち1次固有周期は 0.935sec である。これは、中央径間にのみ積雪ある場合の表-2 および 図-5 のCase B の積雪重量 1575kg/m のところの1次固有周期の理論値 0.93sec によく一致している。
- 3) もしも実橋上の全径間に積雪重量 1575kg/m の積雪があった場合は、図-5 の Case A の 1575 kg/m のところの固有周期 0.99sec, すなわち固有振動数 1.01Hz でこの橋は振動することになる。そこで、図-9 の $f \cdot h = 0.023$ と $f \cdot h = 0.071$ の曲線に注目して、固有振動数 $f = 1.01\text{Hz}$ のところの減衰定数 h の値を拾うと、0.023 から 0.070 までとなる。
実際に、今回現地の実橋上において積雪状態で減衰定数を実測してみると、おおよそ $h=0.024$ であり、実証された。
- 4) 本橋の風洞実験においては、対数減衰率は 0.088, すなわち減衰定数は $h = 0.088 / (2 \times 3.14) = 0.014$ で行ってきた。それに対して、今回の実橋の振動測定の結果、実橋の減衰定数は $h = 0.021$ であるから、実橋の耐風安定性は風洞実験に対して $0.024 / 0.014 = 1.71$ 倍安全側にあることが明らかになった。
このことは、表-3 および表-4 にみられるように、最大風速 20m/sec 付近の最大振幅が 20mm 以下という事実によって証明された。
- 5) 道路橋示方書のたわみの許容値の規程を準用するとすれば、本橋の中央支間長 73000mm の 1/500 の 146mm がたわみの許容値であるから、風速 20m/sec 付近の渦励振による応答振幅 20mm は十分許容できる。

7. あとがき

- 1) 2 の連続桁橋の固有振動解析理論およびそれによって作成したパソコンソフトは正しく有効であった。
- 2) 橋の上に積雪があると、その橋の固有振動周期が長くなり、固有振動数 f が少なくなる。したがって、図-9 の $f \cdot h = \text{const.}$ の関係により、減衰定数 h は大きくなる。
- 3) 実橋の減衰定数は $h = 0.024$ 、風洞実験の減衰定数は $h = 0.014$ 、したがって、耐風安定性は、実橋のほうが風洞実験の 1.71 倍安全側にある。
- 4) 風洞実験の時点で、「本橋は積雪時に風速 20m/sec 付近の風による一過性の渦励振による振動片振幅 270mm が発生するおそれがあるから、実橋にダンバーをとりつけるべきである」という意見があった。しかし、6 の考察の 3), 4) にみられるように、実橋の減衰定数が大きく、風速 20 m/sec 付近の風においても最大 20mm 以下の片振幅しか生じないので、本橋にダンバーをとりつける必要がないことがはっきりした。
- 5) 本橋に採用した「下フランジに丸みのある三角形箱断面」は、渦励振も発散振動も殆ど発生せず、耐風安定性は抜群であった。