I －54

有義荷重を用いた疲労設計の検討

北海学園大学工学部　フェロー　当麻庄司
北海学園大学大学院　学生会員　黒田保博
北海学園大学研究生　　　　　　平　記好

1.　まえがき

従来の構造設計において、抵抗値の設定に比べ荷重の取り方が不明確であるという批判は一般的に言われている。抵抗値の計算は構造解析法の発展に伴って飛躍的に向上した一方で、荷重値の方は統計値が不十分であることからなかなか確立された手法が見つかっていない。通常は構造物の耐用年数期間中の超過確率値やもう少し長い期間の再現期待値をとる場合が多いが、統計値の不確実性を考慮した場合これらの手法の意義に疑問が残る。すなわち、厳密な確率論を適用したところで元のデータが不十分であるために、その厳密さは大して意味をもってこないのである。もっと工学的なレベルでの実用的な手法が開発されてよいのではないかと思われる。

そのような中で、筆者らはこれまで有義荷重の概念を用いて荷重の統計値を簡単に表わす方法を提案し、構造設計におけるその有効性を検討してきた[1)~4)]。ここではその延長としてさらに、有義荷重の概念を用いた疲労設計への適用を検討する。

2．有義荷重の概要

有義荷重とは、図１に示すように確率過程である荷重の上位１／３平均値と定義される。この概念は、波浪という荷重をその本質的な性格上確率過程として扱わざるを得なかった港湾構造物の設計からきている。通常の陸上構造物では許容応力度設計法が主流であり、そこでは確率的な荷重が一旦設定されると確定的に扱われるのが一般的である。しかし、荷重は本来一般に確率的であり、これを確定的に扱うのは設計の便宜上に過ぎない。端的な例は道路橋における自動車荷重であり、これは路線や時代の変化によって大きく異なるのが実状であるが、その違いを橋梁設計では合理的に扱っているとは言い難い。

一方、最近では国際的に限界状態設計法が主流になりつつあり、そこでは荷重は本質的に統計量として扱われており、同種の構造物であっても荷重の場所による違いや時代の変化による違いが比較的明確に反映されるシステムが確立されている。限界状態設計法では、一般的に荷重の統計量は平均値（１次モーメント）と標準偏差（２次モーメント）で表わされる。さらに分布の対称性が問題になるような場合にはスキュー係数（３次モーメント）が必要となる。しかし、このようなパラメータは技術者にとって実際の荷重値を感覚的に捉えることが難しい。その点、有義荷重は概略ながらこれら３つのパラメータの性質を含み統計値の特性値として適当であると言えよう[1)]。

3．マイナー則

荷重（あるいは作用応力度の変動幅）が確率過程である場合、疲労設計では通常次のマイナー則が適用される。

$$M = \sum \frac{n}{N} < 1.0 \qquad (1)$$

ここに、n＝荷重値の繰り返し回数、N＝その荷重値に対応する疲労曲線上の回数

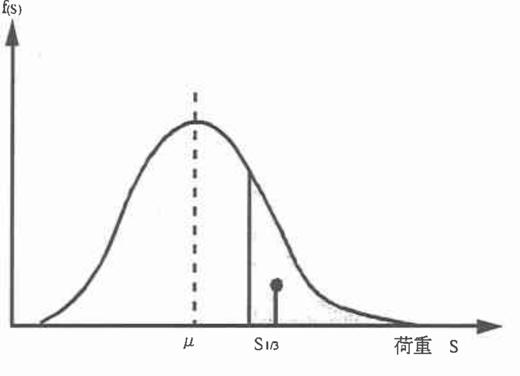


図1　有義荷重

Study on Fatigue Design Using Significant Load
by Shouji TOMA, Yasuhiro KURODA, Kiyoshi TAIRA

本論文では、荷重が正規分布および対数正規分布である場合、そしてそれに対応する疲労曲線が与えられた場合について、まず式（1）に基づいた値を求める。次に図2に示すように、荷重の全作用回数N_Tと統計的な代表値である平均値に対する疲労回数値N_μの比を求め、式（1）の結果と比較する。そして、そこにはある一定の関係があることを示す。最後に有義荷重を設計値として用いる場合について、有義荷重と疲労曲線からマイナー則の概略値を求める方法について述べる。

４．荷重が正規分布の場合

４．１　疲労曲線が変わる場合

今、荷重は一定の正規分布とし、そして疲労曲線は変化するとして検討する。荷重値は簡単のため成績評価の偏差値と同じように平均値５０および標準偏差１０（変動係数０．２）に固定して考える。荷重の全作用回数はN_T＝５０００回とする。疲労曲線は図３に示すように、まず傾きを一定として平行に移動するものとする。すなわち、傾きａ＝－１０と－０．０１の２種類に対してN_T／N_μ＝０．３、０．５および１．０と変化させた場合について、数値計算により求めてみる。その計算結果を表１に示す。これをみると、疲労曲線を平行移動させてもマイナー則の値はN_T／N_μの比と等しいことがわかる。また傾きを変えても、傾きが小さい場合（ａ＝－０．０１）は少し誤差が出るもののほぼN_T／N_μに等しい。一方、傾きａ＝－１０の疲労曲線はほぼ垂直に近く、この時の誤差はほとんどなく両者は等しい。

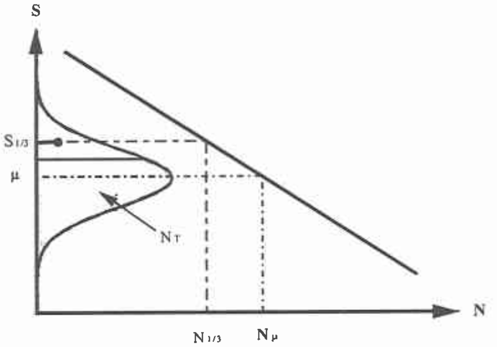


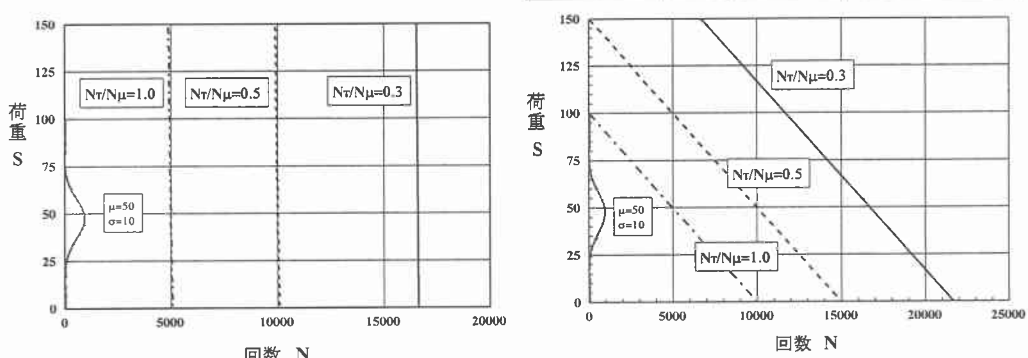
図2 荷重の全回数と疲労回数

４．２　平均値が変わる場合

次に図４に示すように、荷重の平均値をμ＝２５、５０および７５の３種類に変化させた場合について、数値計算した結果を表２に示す。このとき、標準偏差はいずれもσ＝１０としている。また平均値が変わっても、N_T／N_μの比が０．３および０．５の一定になるようにして計算している。これをみると、やはりマイナー則の値はN_T／N_μに等しいことがわかる。マイナー則は荷重の作用回数を問題にしており荷重の値とは直接関係がないため、このような結果は当然のことと言える。

表1 疲労曲線を平行移動させた場合
N_T=5000, μ =50, σ =10(V=0.2)

$\dfrac{N_T}{N_\mu}$	$M=\sum \dfrac{n}{N}$	
	傾 き：a=-10	a=-0.01
0.3	0.3000	0.3012
0.5	0.5000	0.5054
1	1.0000	1.0482



(a) 傾き:a=-10　　(b) 傾き:a=-0.01

図3 正規分布(疲労曲線が変化する場合)

４．３　標準偏差が変わる場合

同様にして図５に示すように、標準偏差をσ＝５、１０および２５の３種類に変化させた場合について数値計算した結果を表３に示す。これをみると、やはりマイナー則の値はＮＴ／Ｎμにほぼ等しいことがわかる。ただ傾きが小さくかつ標準偏差が大きくなると、誤差が約１４％とかなり大きくなる。疲労曲線の傾きが大きいａ＝－１０のケースではほぼ垂直に近いため、また正規分布は対称であることから平均値を軸としてほぼ対称となることから、誤差が小さくなっている。これが、傾きが小さくなりまた標準偏差が大きくなると、このような対称性が失われて誤差が大きくなる。ただ実際の設計では、例えば日最大荷重の分布等が問題となるので荷重の変動幅はもっと小さく、変動係数が０．５になるようなケースは少ないと思われる。

表2　荷重の平均値を変化させた場合

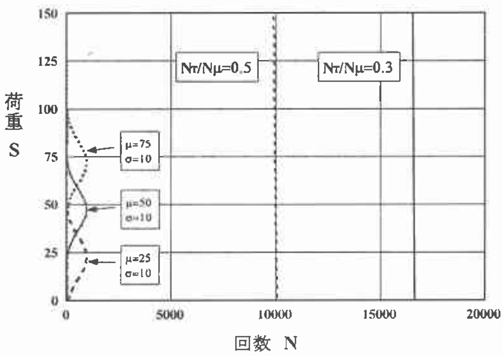
NT=5000, σ=10

$\frac{N_T}{N_\mu}$	平均値(μ)	$M=\sum \frac{n}{N}$ 傾き:a=-10	a=-0.01
0.3	25	0.3000	0.3012
	50	0.3000	0.3012
	75	0.3000	0.3012
0.5	25	0.5000	0.5054
	50	0.5000	0.5054
	75	0.5000	0.5054

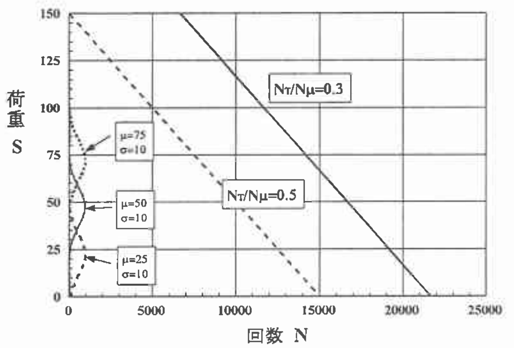
表3　標準偏差を変化させた場合

NT=5000, μ=50

$\frac{N_T}{N_\mu}$	標準偏差(σ)	$M=\sum \frac{n}{N}$ 傾き:a=-10	a=-0.01
0.3	5	0.3000	0.3004
	10	0.3000	0.3012
	25	0.3000	0.3074
0.5	5	0.5000	0.5015
	10	0.5000	0.5054
	25	0.5000	0.5694

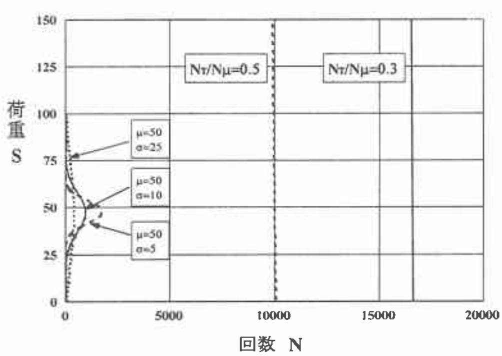


(a) 傾き:a=-10

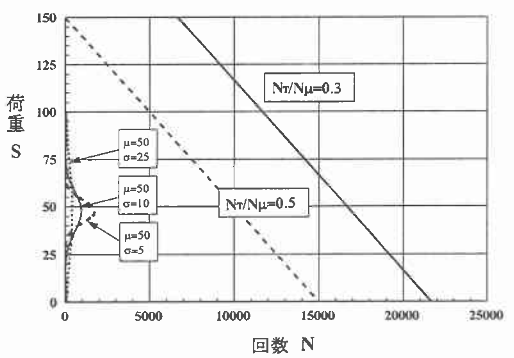


(b) 傾き:a=-0.01

図4　正規分布(平均値が変化する場合)



(a) 傾き:a=-10



(b) 傾き:a=-0.01

図5　正規分布(標準偏差が変化する場合)

４．４　有義荷重を用いる場合

これまでの検討で、正規分布の場合は疲労曲線や荷重分布の如何にかかわらず、荷重の全作用回数と荷重の平均値に対応する疲労回数の比ＮＴ／Ｎμにほぼ等しいことが判明した。荷重の平均値Ｕに対応する疲労回数Ｎμは疲労曲線が与えられていれば簡単に求められるので、正規分布の場合はマイナー則の値が簡単に得られることになる。有義荷重を用いる場合、正規分布に対し有義荷重$S_{1/3}$と平均値μとの間には次の関係があることが前に求められている[1)]。

$$S_{1/3} = \mu + k_{1/3}\sigma \qquad (2)$$

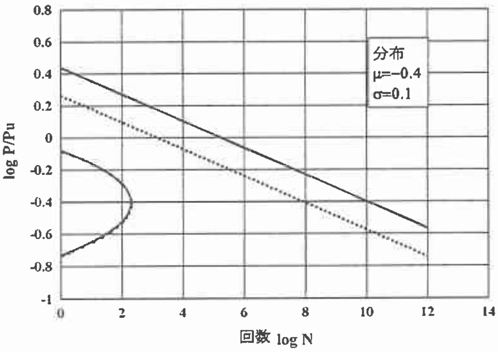
ここに、$k_{1/3}$＝定数（＝１．０９１）
　　　σ＝標準偏差

すなわち、有義荷重が統計的データから設計値として採用している場合、式（２）より平均値を求め、その平均値と疲労曲線から疲労回数を計算し、荷重の全作用回数との比からマイナー則値が得られることになる。

５．　対数正規分布荷重の場合

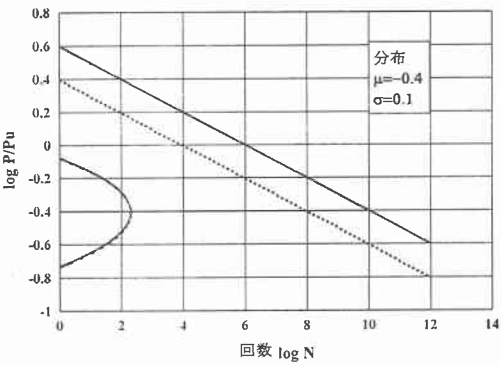
５．１　疲労曲線が変わる場合

次に、荷重の分布が対数正規分布をとる場合について、正規分布のときと同様な検討を行う。まず図６に示すように、荷重分布を一定として疲労曲線が変わる場合のマイナー則値を求める。計算結果を表４に示すが、疲労曲線の傾きは３種類としている。このとき縦軸は無次元化した荷重の常用対数をとっている。

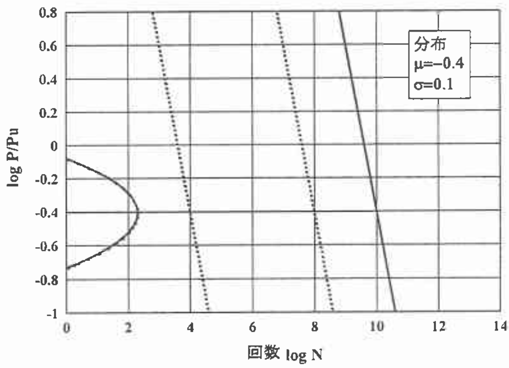


(a) a=-0.08396

図6 対数正規分布(疲労曲線が変化する場合)



(b) a=-0.1



(c) a=-1.0

図6 対数正規分布(疲労曲線が変化する場合)－続き－

表4 疲労曲線を変化させた場合(対数正規分布)

N_T=5000, μ=-0.4, σ=0.1

$\frac{N_T}{N_\mu}$	$M = \sum \frac{n}{N} = \alpha \frac{N_T}{N_\mu} = \beta \frac{N_T}{3N_{1/3}}$								
	a=-0.08396			a=-0.1			a=-1.0		
	M	α	β	M	α	β	M	α	β
5.0E-7	2.179E-5	43.58	6.562	7.166E-6	14.33	3.487	5.140E-7	1.028	2.399
5.0E-5	2.179E-3	43.58	6.561	7.166E-4	14.33	3.487	5.140E-5	1.028	2.399

傾きａ＝－０．０８３９６は次の床版の疲労強度式に該当ものである[5)]。

$$\frac{P}{P_u} = -0.08396\log N + \log 1.6597 \qquad (3)$$

ここに、Ｐ＝作用荷重、P_u＝耐力の公称値

表４中の係数αは全作用回数と平均値疲労回数の比に対するものであり、係数βは全作用回数の１／３と有義荷重の疲労回数との比に対するものである。計算結果をみると、マイナー則の値に対する係数αとβは傾きに依存して変化するが、疲労曲線を平行に移動しても（すなわち、N_T/N_μの比を変化させても）変わらないことがわかる。傾きが大きくなると（ａ＝－１．０）、正規分布のときと同じようにα＝１に近づく。

５．２　平均値が変わる場合

ここでは疲労曲線を固定して、荷重の平均値が図７に示すように３種類に変化する場合について計算する。疲労曲線は床版の疲労強度（（式３））をとって一定としている。したがって、このときは平均値が変わることによりN_T/N_μの比の値は変わる。計算結果は表５に示されているが、このときもやはり係数αとβは同じ値をとることがわかる。

表5　荷重の平均値を変化させた場合(対数正規分布)

NT=5000, σ=0.1

平均値(μ)	$M=\sum\frac{n}{N}=\alpha\frac{N_T}{N_\mu}=\beta\frac{N_T}{3N_{1/3}}$ a=-0.08396		
	M	α	β
-0.4	8.982E-3	43.57	6.560
-0.5	5.788E-4	43.59	6.563
-0.6	3.728E-5	43.60	6.564

表6　標準偏差を変化させた場合(対数正規分布)

NT=5000, μ=-0.4

標準偏差(σ)(変動係数)	$M=\sum\frac{n}{N}=\alpha\frac{N_T}{N_\mu}=\beta\frac{N_T}{3N_{1/3}}$ a=-0.08396		
	M	α	β
0.04 (0.1)	3.817E-4	1.852	1.679
0.08 (0.2)	2.321E-3	11.26	3.082
0.1 (0.25)	8.982E-3	43.57	6.560
0.15 (0.375)	4.994E-1	2422	81.82

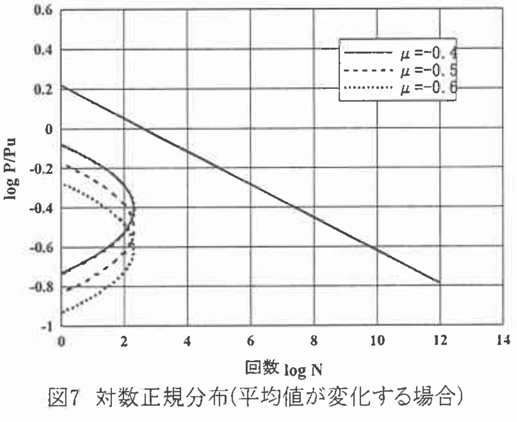


図7　対数正規分布(平均値が変化する場合)

a=-0.08396, σ=0.1

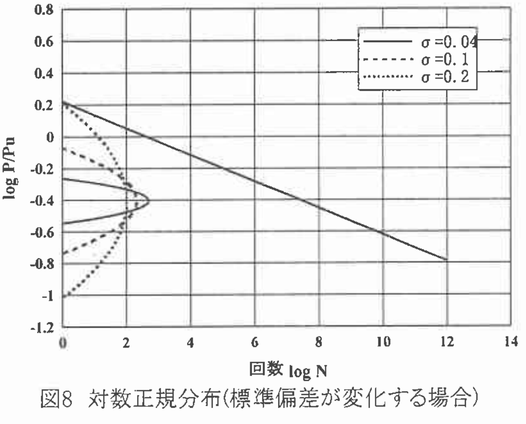


図8　対数正規分布(標準偏差が変化する場合)

a=-0.08396, μ=-0.4

５．３　標準偏差が変わる場合

最後にやはり疲労曲線を固定して、荷重の標準偏差が図８のように変化する場合について検討する。計算結果を表６に示す。図８はに平均値をμ＝－０．４として標準偏差が変わる場合を示しているが、σ＝０．２のときはマイナー則の値は１を超えてしまうので計算結果は示していない。計算結果によると、標準偏差が変わる場合は係数αとβの値は大きく変化している。

６．　まとめ

荷重値あるいは作用応力度の変動幅が正規分布と対数正規分布である場合について、マイナー則の値を求め荷重の全作用回数と疲労曲線の関係を検討した。その結果正規分布の場合、マイナー則値は荷重の分布や疲労曲線に依存せず全作用回数と平均値疲労回数の比にほぼ等しくなることが判明した。対数正規分布の場合、疲労曲線の傾きや荷重の標準偏差によって、マイナー則値は変わるが、疲労曲線が平行に移動してもまた荷重の分布形が同じで平均値が変わるだけではマイナー則値は変わらない。

以上のことから、疲労設計におけるマイナー則値が必ずしも厳密な数値計算を行わなくとも荷重分布の特性値から求められる可能性があることがわかった。今後はさらに荷重分布と疲労曲線との関係について詳しい検討を進め、有義荷重と疲労曲線が与えられるとそれらから疲労強度が簡単に推測できるスキームを示したいと考えている。

【参考文献】

１）当麻庄司、森戸和宏：有義荷重法による構造設計の提案、土木学会北海道支部論文報告集、第５２号（Ａ）、１９９６年２月。

２）当麻庄司、黒田保博、森戸和宏：等価有義荷重を用いた自動車荷重の評価、土木学会第５１回年次学術講演会講演概要集、第Ｉ部（Ａ）、平成８年９月。

３）黒田保博、当麻庄司：構造物の荷重設定における基準値について、土木学会北海道支部論文報告集、第５３号（Ａ）、１９９７年２月。

４）当麻庄司、黒田保博、森戸和宏：有義荷重を用いた道路交通荷重の一評価法、土木学会第５２回年次学術講演会講演概要集、第Ｉ部（Ａ）、平成９年９月。

５）松井繁之、他：道路橋ＲＣ床版の疲労寿命照査と疲労設計、土木学会題４３回年次学術講演会講演概要集、昭和６３年１０月。