

I -41

MATLAB による塔状構造物の制御系設計について

北海道大学大学院工学研究科 正 員 小幡 卓司
 北海道大学工学部 学 生 員 玉垣 達也
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 林川 俊郎
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 佐藤 浩一

1. ま え が き

従来の建設系構造物における振動・耐震対策は構造物の質量あるいは剛性を増加させて長周期化、高強度化を目指すものであった。これらの振動対策は、近年のコンピュータあるいは計算技術の発達に伴って、各種デバイスを用いた振動制御や免振構造を導入し、不規則な動的外力を受ける際の構造物の応答を積極的に低減しようとする手法が現在盛んに研究されている。中でもアクティブ振動制御は、比較的広い振動数の範囲に対応が可能であることから、吊橋、斜張橋のタワー等を代表例としてその実用化が進みつつある。土木構造物においてアクティブ制振を行う場合、制御対象が極めて大規模であるため、制御すべき振動モードの把握、構造物のモデル化あるいは用いるべき制御理論等の、検討を必要とする項目は数多いと考えられる。

一方、一般の制御工学においても、制御対象あるいは制御目的に相違こそあるものの上記のような検討が必要であることは言うまでもない。そこで制御工学の分野では、制御モデルの構成とアクチュエータの設計を支援する、制御用 CAD ソフトウェアが開発されてきた^{1,2)}。

以上より、本研究では土木構造物の制御系設計に、代表的な制御用 CAD の1つである MATLAB^{3,4)}を用いて、著者らが従来より研究を行ってきた塔状構造物^{5,6)}を制御対象として、固有振動解析および最適制御理論を用いた減衰自由振動および強制振動に対する制振シミュレーションを行った。これらの解析結果に基づき、土木構造物における制御用 CAD の適用性、有効性等に関して検討を行なったので、ここに報告するものである。

2. 数値計算・制御用 CAD MATLAB

MATLAB は Matrix Laboratory の略であり、数値計算および結果のグラフ表示に優れた機能を発揮するソフトウェアである。1977 年に開発されてから各種の改良および Tool Box の開発が行われ、現在リリースされているバージョンは Ver5.1、Tool Box は全 25 種を数えるまでになっている。その構成は、数値解析、行列計算、信号処理ならびにグラフィックスの機能を統合した基本モジュールと、制御、最適化等の特定の解析

手法をモジュール化した上記の Tool Box から成る。制御系設計において主に用いられる Tool Box は、Control System, Signal Processing, Robust Control の各 Tool Box であり、これらを用いることによって、非常に簡単なプログラミングで LQ 制御理論、 H^∞ 制御理論等による

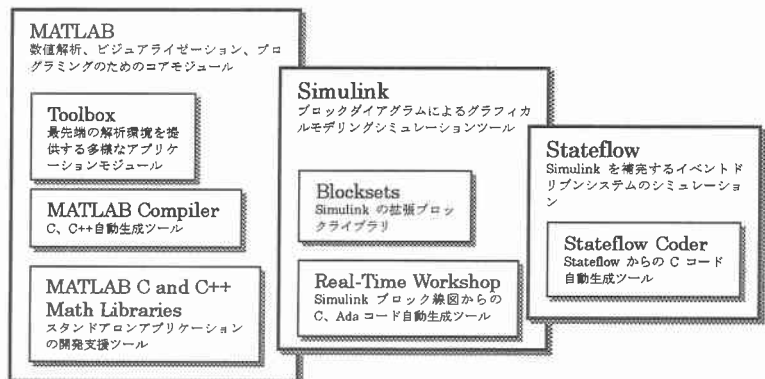


図-1 MATLAB の構成

Consideration of Vibration Control Design on Tall Buildings by Using MATLAB

by Takashi OBATA, Tatsuya TAMAGAKI, Toshiro HAYASHIKAWA and Koichi SATO

シミュレーションが可能となる。図-1 に MATLAB の構成を、表-1 に主なコマンドを示す。

MATLAB は会話型のシステムで、マトリックスが基本的なデータ要素となっている。プログラミングは、通常のエディタあるいはワープロ等を用いて M-file と呼ばれるテキストファイルを記述することにより行われる。このプログラミングは FORTRAN 等の一般的な言語とは異なり、上述の組み込み関数的なコマンドを組み合わせることで、複雑なマトリックス演算あるいは制御ゲインの最適化等を極めて容易に行うことが可能である。システム自体が C 言語によって記述されていることから、その言語体系も C 言語そのものに近いものとなっている²⁾。

本研究においては、以上のような MATLAB の特徴を生かして塔状構造物の制御系設計が可能なプログラミング開発環境の整備を行った。

3. 解析理論

3-1. 構造物のモデル化

本研究では制御対象を 3 層の塔状構造物として、これを 3 質点系にモデル化することにより解析を行うこととした^{5,6)}。解析に先立ち、構造物の固有振動特性を把握するために実際に実験供試体を制作し、固有振動数、減衰定数の測定を行った。図-2 に実験供試体の一般図を、図-3 に解析に用いた 3 質点系モデルを示す。また、表-2 は実験で得られた振動特性の一覧であり、表-3 は解析に用いた剛性等の断面諸元である。

3-2. 最適制御理論

一般に、制御力型システムを用いた振動制御では、構造物の応答を観測し、それに応じて算出される制御力により重錘を駆動し、その反作用により構造物の応答を制御する。制御力型システムを導入した多自由度系の運動方程式は以下のように表される。

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) + \mathbf{u}(t) \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここで、**M**,**C**,**K** はそれぞれ質量、減衰、剛性マトリックスであり、**x**(*t*),**f**(*t*),**u**(*t*) は、変位、外力、制御力ベクトルである。状態ベクトルを **x_s**(*t*) = {**x**(*t*), **ẋ**(*t*)}^T として、式(1)を状態空間表示すると⁷⁾、

表-1 主なコマンド

カテゴリ	コマンド	機能
基本行列	zeros	ゼロ行列の作成
	eye	単位行列の作成
	inv	逆行列
モデルの作成	feedback	2つの LTI モデルのフィードバック結合
	lqrry	出力重み付きの LQ 最適ゲイン
	size	入力・出力・状態の次元
	ss	状態空間モデルの作成
	pzmap	極・零点マップ
周波数応答	damp	固有周波数応答およびシステムの極の減衰
	bode	Bode 線図
時間応答	lsim	任意の入力に対する応答
	impulse	Impulse 応答

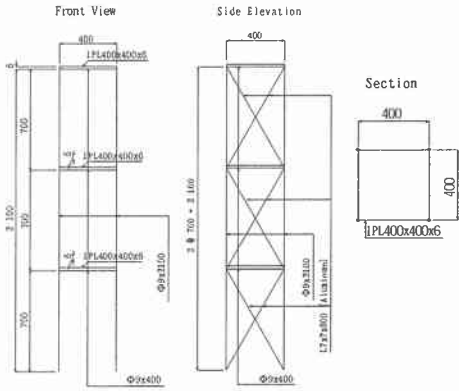


図-2 実験供試体

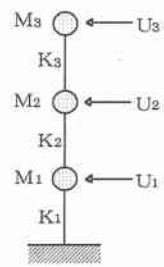


図-3 3 質点系モデル

表-2 振動特性一覧表

	1 次モード	2 次モード	3 次モード
ω (rad/sec)	8.943	26.026	37.997
F(Hz)	1.423	4.242	6.047
T(sec)	0.703	0.241	0.165
ζ (%)	0.360	0.250	

表-3 断面諸元

	質量 (kg)	バネ定数 (kg/cm ²)
上層	24.5	9248.0
中層	21.5	9248.0
下層	19.2	9248.0

$$\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_s(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_s(t) \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

$$\mathbf{y}_s(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_s(t) \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

$$\mathbf{u}_s = -\mathbf{F}_s\mathbf{x}_s(t) \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

となる。ここで、 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ は、それぞれ、システム、制御力、出力マトリックスである。制御力は状態ベクトルとフィードバックゲイン $\mathbf{F}_s$ の積で表され、式(4)によって求められる。一般に、最適レギュレータの設計法⁷⁾では、以下に示すような評価関数が最小になるように式(4)中のフィードバックゲインを求める。

$$\mathbf{J}_d = \sum_{t=0}^{\infty} (\mathbf{x}_s(t)^T \mathbf{Q}_d \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{u}_s(t)^T \mathbf{R}_d \mathbf{u}_s(t)) \geq 0 \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

また、式(5)における $\mathbf{Q}_d, \mathbf{R}_d$ はそれぞれ状態ベクトルと制御ベクトルの重みマトリックスである。重みマトリックスの設定には、 $\mathbf{Q}_d$ を対角マトリックスとして各対角要素を対応する状態変数における許容誤差の2乗の逆数にする方法や、極配置により求める方法等が知られている。本研究では、簡便に重みマトリックスを設定するため、式(5)の右辺第1項を構造系のエネルギー状態を表現するものとみなし、 $\mathbf{Q}_d$ に構造物モデルにおける各質点の質量および剛性を用いて、これを定数倍することによりフィードバックゲインを決定した。なお本研究においては、制御力の入力位置を上層のみに作用させることとした。

具体的な MATLAB による解析方法は、システム、制御力、出力の各マトリックスを式(1)の運動方程式から求めた後、まず前述の表-1 における ss コマンドを用いて制御系システムの状態空間表示を行う。得られた制御系システムに対して damp、impulse 等を用いてその妥当性を確認し、重みマトリックス $\mathbf{Q}_d, \mathbf{R}_d$ の設定を行って lqry コマンドを適用してフィードバックゲイン $\mathbf{F}_s$ を算定する。さらにゲイン $\mathbf{F}_s$ と制御系システムを結合するコマンド feedback を用いて両者を合成し、damp、impulse、あるいは任意の外力に対するシステムの応答を求める lsim を用いて振動抑制効果を把握するものである。図-4 に本研究における解析フローを示す。

4. 解析結果およびその考察

前述のとおり、本研究においては MATLAB を用いて塔状構造物の振動制御シミュレーションを行った。表-4 に、解析ケースを示す。また図-5～図-7 は非制御時および Case 1、Case 2 の

表-4 解析ケース

非制御	減衰自由振動
Case1	$\mathbf{Q}_d \times 0.05$
Case2	$\mathbf{Q}_d \times 0.5$

の周波数応答特性および位相特性、1次減衰自由振動に対する制振ならびに3次減衰自由振動に対する制振における変位応答波形である。これらに着目すると、図-5の周波数応答特性から3次モードに対しては他のモードに比して制御効果が低いことが理解できる。図-6 および図-7 から

も、1次モードにおいては Case 1 では 4.0sec 程度、Case 2 では 2.0sec 程度で急速に応答が減少するのに対し、3次モードは Case 2 においてもおよそ 4.0sec 以上の時間を必要とする結果となっている。これらの解析結果は、本研究における MATLAB の適用方法がほぼ妥当であることを示すものであると考えられる。さらに、MATLAB を用いることにより、重みマトリックスの検討、あるいは地震力等の各種の不規則な動的外力が作用した場合の振動抑制効果の把握が非常に簡便か

図-4 解析フロー

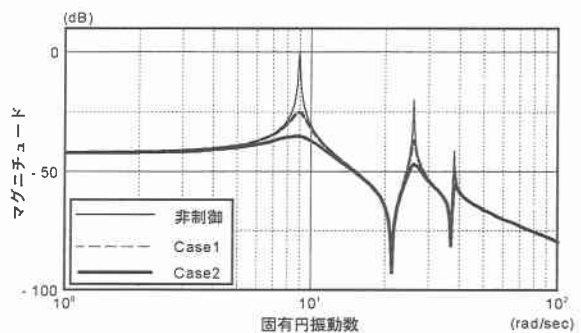
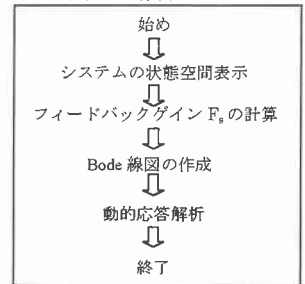


図-5 Bode 線図

つ容易に行えることから、土木構造物のアクティブ制御系設計における MATLAB の適用は極めて有効であると思われる。

5. あ と が き

以上のように、本研究は土木構造物の制御系設計に、代表的な制御用 CAD の 1 つである MATLAB を用いて、著者らが従来より研究を行ってきた塔状構造物を制御対象として制振シミュレーションを行うことにより、土木構造物における制御用 CAD の適用性、有効性等に関して検討を行なったものである。

解析結果から、MATLAB を用いることにより、重みマトリックスの検討や各種の動的外力が作用した場合の制振効果の把握が非常に容易に行えることが判明した。

従来の FORTRAN 等の言語を用いて制御系の設計を実現するためには、そのプログラミングに制御工学および関連する数学的手法の十分な知識が不可欠であった。一方、MATLAB においては各種のコマンドを用いることによって、本研究で用いた最適制御理論のみならず、 H^∞ 制御理論あるいはオブザーバー等を導入した場合においても極めて簡便に振動抑制効果の検討を行うことが可能であることが確認された。よって、今後増加するであろう実構造物のアクティブ振動制御に対して、MATLAB を用いれば通常の設計業務で十分な対応が可能であると思われる。

最後に、本研究を行うに際して貴重なご助言をいただいた長崎大学工学部 岡林隆敏助教授、同大学院 馬渡あかね氏ならびに山森和博氏に対し、ここに記して深い謝意を表す次第である。

《参 考 文 献》

- 1) 特集 制御理論の考え方とモータ制御への応用, インターフェース 9 月号, CQ 出版社, pp.75-179, 1993.
- 2) 岡林隆敏、馬渡あかね、加賀利明: MATLAB ソフトウェアによる吊床版歩道橋の歩行者励起振動の解析と制御設計, 構造工学論文集, Vol43A, pp693-702, 1997.
- 3) The Math Works Inc.: Using MATLAB, サイバネットシステム株式会社, 1997.
- 4) The Math Works Inc.: Control System Toolbox User's Guide, サイバネットシステム株式会社, 1997.
- 5) 小幡卓司、下田和敏、林川俊郎、佐藤浩一: 塔状構造物のアクティブ振動制御理論に関する一考察, 鋼構造年次論文報告集, 第 3 巻, pp.107-114, 1995.
- 6) 下田和敏、小幡卓司、林川俊郎、佐藤浩一、宅和大助: GA を用いたファジィアクティブ制御の効率化に関する研究, 構造工学論文集, Vol43A, pp685-692, 1997.
- 7) 白石昌武: 入門現代制御理論, 啓学出版, 1987.

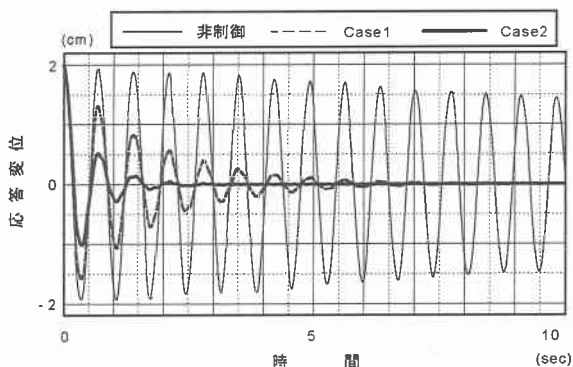


図-6 1次自由振動

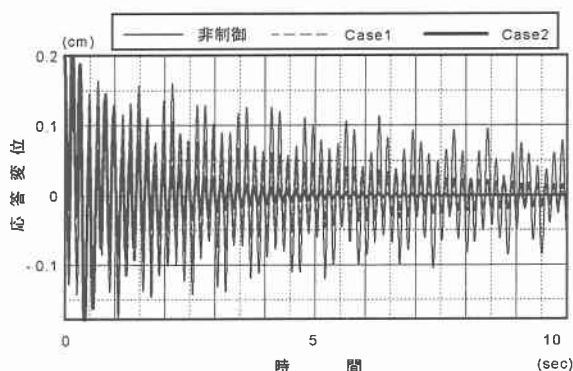


図-7 3次自由振動