

I-28

RC柱部材の非線形振動応答と解析精度について

北見工業大学	学生員	太田 雅仁	北見工業大学	フェロー	大島 俊之
北見工業大学	正員	三上 修一	㈱開発工営社	正員	青地 知也
八千代エンジニアリング	正員	小倉 裕介	八千代エンジニアリング	正員	石川 義樹

1 まえがき

現在、数多く鉄筋コンクリート構造物の耐震性について数値解析や実験が行われている。一般的にRC橋脚の地震応答解析を行う際には、断面内の応力とひずみの関係から得られる曲げモーメント-曲率曲線 ($M-\phi$ 関係)、または履歴復元力と応答変位の関係を数本の直線でモデル化して解析が行われている。しかし、鉄筋コンクリート構造は鉄筋とコンクリートの複合材料であるが故に、その非線形挙動はとても複雑で履歴復元力特性をモデル化してしまうとその非線形挙動を評価しきれないのである。例えば、断面の塑性化に伴う引張側コンクリートにひび割れが発生したり鉄筋の降伏によって、曲げモーメント-曲率が一時的に負勾配となる軟化部 (図1参照) を有する場合もある。これは引張側コンクリートが負担していた応力を解放する際に抵抗曲げモーメントが減少したものである。この軟化領域では一つの抵抗曲げモーメントに対して最大で三つの曲率が存在する可能性があり、数値計算上では解の一意性が無く収束しないことがある。これにより数値計算が不可能となる。¹⁾ またRC橋脚の耐震性を実験的に研究することも行われており、その方法として振動台を用いる方法と準動的地震応答装置を用いる方法とがある。RC橋脚の地震挙動を再現しようとする実構造物に相当する寸法の供試体を用いて振動台実験を行うのが最良な方法であるが、実験設備や費用等によって実施するのは難しい。そこで、池田ら²⁾ は準動的載荷とビデオによる映像記録を一体化したシステムを開発し、振動台実験を行わずにRC橋脚の地震時応答挙動を映像シミュレーション化することを行っている。

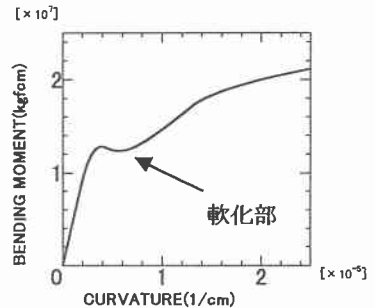


図1 曲げモーメント-曲率曲線

本研究では振動解析上で計算が困難な軟化領域を突破するために、変形モードとそのときのひずみエネルギーとの関係を用いて固有ベクトルから応答を追跡する方法について提案する。そして実際のRC橋脚に対して動的解析を行い、非線形履歴復元力をモデル化した解析との応答及びエネルギー応答の比較を行った。また、本解析が橋脚の地震挙動をどの程度追跡できているかを把握するために、池田らが行った実験を参考にして実験結果及び DYNA 2E による解析結果とも合わせて解析精度の比較検討を行った。さらに材料非線形性のある運動方程式を Newmark's β 法と Wilson's θ 法を用いて逐次積分し、応答への影響についても解析精度の検討を行った。

2 RC 部材の非線形振動応答解析

2.1 解析モデル

今回、解析した橋脚は山形自動車道笹谷 I.C~一般有料道笹谷 T.N 間に建設された阿古耶橋橋脚である。同橋脚は躯体部分の高さが約

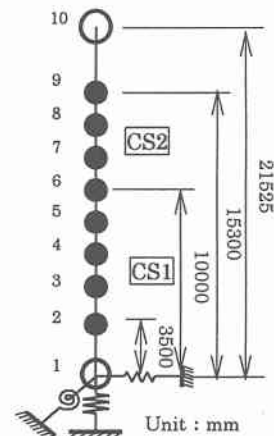


図2 解析モデル

Nonlinear Oscillation Response of RC Column Member and its Accuracy of Analysis .by Mashahito OHTA, Tbshiyuki OSHIMA, Shuichi MIKAMI, Tbmoya AOCHI, Yusuke OGURA and Yoshiki ISHIKAWA.

17.5m、断面は橋軸方向に対し幅が 11.0m、奥行きが 2.0m の矩形断面を採用した壁式橋脚である。橋脚基部は橋軸直角方向に主鉄筋 D32 がそれぞれ 73 本ずつ、橋軸方向に D19 が 6 本ずつ配筋されているが、フーチング上面から約 6.5m の位置で橋軸直角方向の主鉄筋 D32 が D29 にガス溶接され、鉄筋量に変化している。

同橋脚を図 2 のように 9 分割した離散質点は要素にモデル化し、地盤ばねはフーチング部に相当する質量にのみ付加した。主桁と橋脚の緊結や橋脚上部工からの変位拘束効果は考慮せず、質点 10 を自由端と仮定した。

本解析で用いている非線形材料特性を図 3 に示す。コンクリートは応力-ひずみ曲線モデル（道路橋示方書参照）の曲線部を最大応力の半分の点を設け 2 本の直線で近似し、引張側ではひずみ軟化を考慮した。鉄筋は降伏後その弾性係数が 10 分の 1 となり除荷時の勾配は初期弾性係数となるバイリニアモデルとした。

モデル化した非線形復元力による解析で用いる曲げモーメント-曲率曲線を図 4 に示す。図の各点は e 点を断面の弾性限界、y 点を引張側鉄筋の降伏点、u 点を圧縮側コンクリートの降伏点、t 点を圧縮側コンクリートが終局ひずみに達する点である。除荷時の履歴は引張側鉄筋が降伏に至っていない y 点までは原点指向に、それ以上の曲率を超えた場合には原点と y 点とを結ぶ勾配で除荷するようにモデル化した。

2. 2 運動方程式及びエネルギー応答

橋脚モデルに対して減衰を含まない増分形の運動方程式は次式となる。

$$[M]\Delta\{\ddot{u}\} + [K]\Delta\{u\} = \Delta\{P\} \quad \cdots (1)$$

ただし、 $\Delta\{u\}$ は増分形の相対変位ベクトル、 $[M]$ は質量マトリクス、 $[K]$ は微小な時間間隔に対して有効な剛性マトリクス、 $\Delta\{P\}$ は増分形の外力ベクトルである。式 (1) を数値積分して時刻歴応答解析を行った。

次に、エネルギーのつり合い式は、

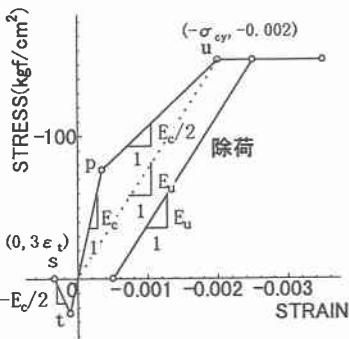
$$\int \{\dot{u}\}^T [M] \Delta\{\ddot{u}\} dt + \int \{\dot{u}\}^T [K] \Delta\{u\} dt = \int \{\dot{u}\}^T \Delta\{P\} dt \quad \cdots (2)$$

となる。ただし、各項は左辺より運動エネルギー、ひずみエネルギー、右辺は入力エネルギーをそれぞれ表している。本解析では減衰の影響を考慮に入れていないため、橋脚モデルに入力されたエネルギーは運動エネルギーとひずみエネルギーとに変換される。運動エネルギーは蓄積されないのひずみエネルギーの蓄積によって最終的には入力エネルギーが消費されることになり、この構造物に蓄積されるエネルギーは損傷の程度を表す指標となっている。

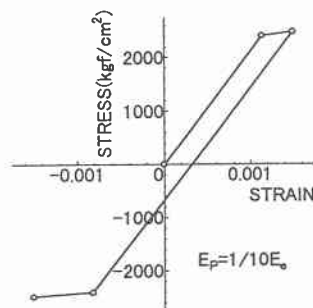
2. 3 M-φ 関係の計算

RC 断面における力のつり合い式は断面保持の仮定から次式となる。

$$N = \int_A \sigma(y) dA \quad , \quad M - N \cdot y_n = - \int_A \sigma(y) \cdot y dA \quad \cdots (3), (4)$$



(a) コンクリート



(b) 鉄筋

図 3 材料の非線形特性

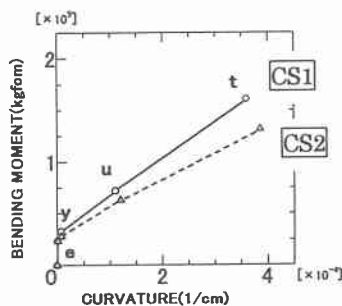


図 4 モデル化した
曲げモーメント-曲率曲線

次に、断面内のひずみ分布 $\varepsilon(y)$ を表す式を次式のように仮定する。

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_c + K(y) \cdot \phi \quad , \quad K(y) = -y_c + y \quad \cdots \cdots (5), (6)$$

式 (3) ~ (6) と $\sigma(y) = E_c \cdot \varepsilon(y)$ より、 M と N は ε と ϕ の線形式で表すと、

$$M = \alpha_1 \cdot \varepsilon_c + \alpha_2 \cdot \phi \quad , \quad N = \alpha_3 \cdot \varepsilon_c + \alpha_4 \cdot \phi \quad \cdots \cdots (7), (8)$$

となる。 E_c は接線弾性係数であり鉄筋、コンクリートの応力-ひずみ曲線をモデル化し求めた (図 3 参照)。また軸力 N は一定とした。

動的解析を行う際は式 (7) の増分形を用いて曲げ剛性 EI を時々刻々逐次計算し、式 (1) の剛性マトリックス $[K]$ を組み算定する。しかし、この算定法では一時的に軟化部 (図 1 参照) が発生し、曲げ剛性が負勾配になる。このように一部のはり要素が軟化した場合、二つの負の固有値が発生し二つのつり合い経路が存在する。これにより直接運動方程式を解くことはできないので、二つの負の固有値に対する変形モードを調べる。負の固有値が零に近いモードが 1 次モードとなり推定される変形状態であるから、変位増分 $\Delta\{u\}$ を零に近い負の固有値に対応する固有ベクトル $\{v\}$ で表す。

$$\Delta\{u\} = \alpha \cdot \{v\} \quad \cdots \cdots (9)$$

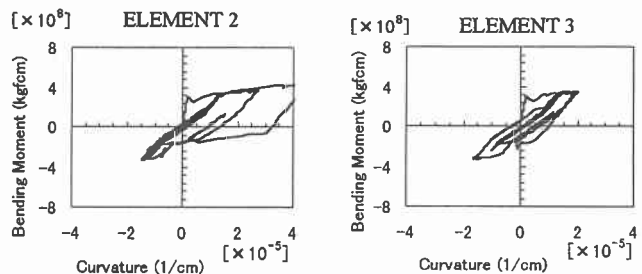
ここで、 α は任意のスカラーである。この現象は実際にはごく微小な時間であるため、引張側コンクリートの応力の解放によりひずみエネルギーが極小に向かって減少しその分は随時運動エネルギーに変換される。そこで、式 (9) 中の α を変えて繰り返し計算をひずみエネルギーが極小値になるまで行い、飛び移り位置を探した。

3 数値計算結果

剛性軟化を考慮した解析とモデル化した復元力特性による解析 (以後、 $M-\phi$ モデル化解析) との比較検討を行った。外力は加速度を正弦波 (振幅 400gal、周期 0.8sec) で入力し、Wilson's θ 法 ($\theta=1.4$) を用いて逐次積分をした。時間間隔 Δt は 2.0×10^{-5} sec を 10sec 間の解析を行った。

図 5 は橋脚基部付近の曲げモーメント-曲率曲線である。引張側鉄筋の降伏後曲げ剛性が大きく低下しているが、これは壁式橋脚であるために引張側鉄筋 73 本が一斉に降伏したことが原因と考えられる。二つの解析の違いは除荷後の履歴である。剛性軟化を考慮した場合は原点指向の履歴特性であるのに対し、モデル化した場合は平行四辺形状に履歴ループを描いている。図 6 は橋脚頂部の水平変位応答である。応答変位は 0 ~ 2 秒間で剛性軟化を考慮した解析のほうでは大きく振幅し、この時点でコンクリートにひび割れが発生し断面損傷が大きくなったと考えられる。しかしそれ以降の応答にはほとんど違いは見られない。図 7 は各エネルギー応答 (上より入力、ひずみ、運動エネルギー) を

(a) 剛性軟化を考慮した解析



(b) 復元力特性をモデル化した解析

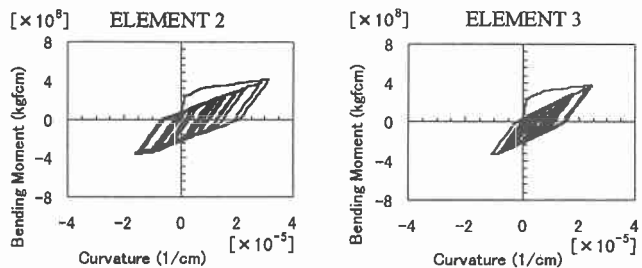
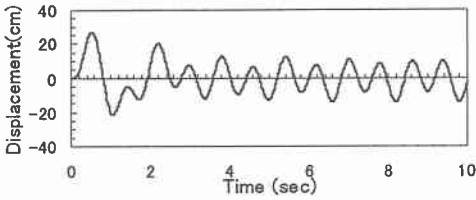


図 5 $M-\phi$ 曲線履歴

(a) 剛性軟化を考慮した解析



(b) 復元力特性をモデル化した解析

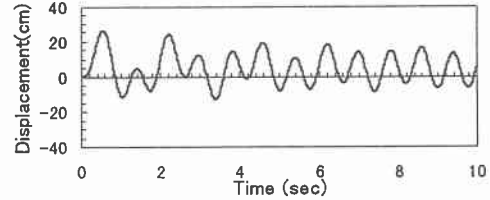
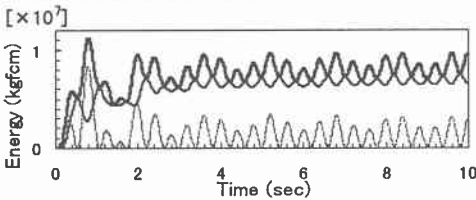
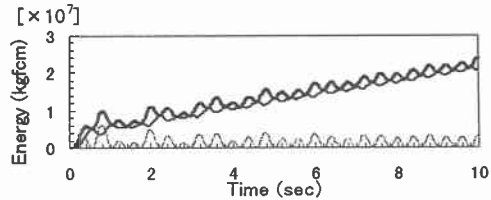


図6 橋脚頂部の水平変位応答

(a) 剛性軟化を考慮した解析



(b) 復元力特性をモデル化した解析



— Input Energy — Strain Energy Kinematic Energy

図7 エネルギー応答

示す。約 0.6 秒で運動エネルギーが最大値となっているのは、ひび割れ発生によって解放されたひずみエネルギーが運動エネルギーに変換されたためと考えられる。ひずみエネルギーに注目すると軟化を考慮した解析のほうがM- ϕ モデル化解析より蓄積量は約半分以下になっている。しかし図5を見ると断面の損傷では軟化を考慮した解析のほうが大きい。これはM- ϕ 曲線の履歴ループによって囲まれた面積がひずみエネルギーの蓄積量に相当するのでM- ϕ モデル化解析の履歴面積のほうが大きいと考えられる。

4 他の計算手法との解析精度の比較

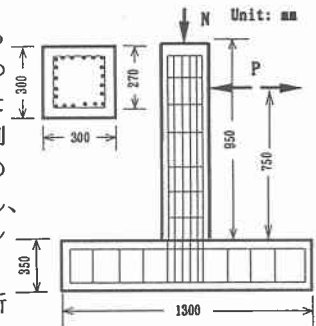
4.1 DYNA2Eによる解析結果との比較

(1) 解析概要

池田らの実験を参考にして解析を行い、実験結果及びDYNA2Eによる解析結果との比較検討を行った。今回比較を行った実験は振動台を使わずに、RC柱部材の地震時応答挙動を動的映像に再現することを目的として行われている。準動的載荷はコンピュータによる応答計算を変位制御載荷し、入力加速度の微小時間間隔ごとに繰り返し行っている。この載荷システムにRC柱部材の損傷状況を短時間の静止映像として録画し、連続的に再生することでRC柱の地震応答挙動を映像シミュレーションすることが可能となった。同時にこのときの応答変位(図9(a)参照)も測定している。また、供試体の破壊状況は力学性能の違いからせん断破壊や柱根元部のコンクリートが圧壊、剥離とそれぞれ異なっている。

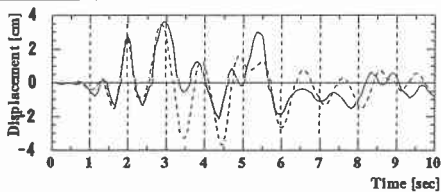
その中から二つの供試体を選び、表1に各々の鉄筋量を示した。4. 図8 供試体略図(文献²⁾) 1では供試体PD4を、4. 2では供試体PD2を対象に解析を行った。図8に供試体の略図を示し、実験時の水平載荷及び軸力の位置も表している。

次に解析諸元について説明する。PD4を図2のように9分割にモデル化し、材料特性もそれぞれ図3のようなモデルとした。フープ筋による拘束効果をコンクリートにおける最大圧縮応

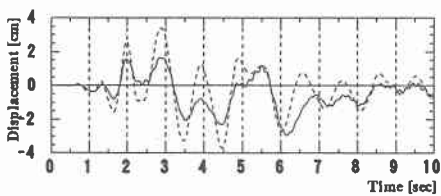
図8 供試体略図(文献²⁾)表1 供試体の諸元(文献²⁾)

供試体 No.	軸方向鉄筋		フープ筋		せん断支間 有効高さ比	軸圧縮応力度 (N/bh)
	鉄筋量	鉄筋比	間隔	フープ筋比		
PD2	25.34cm ²	2.82%	13.0cm	0.16%	4.63	0.98MPa
PD4	25.34cm ²	2.82%	4.5cm	0.47%	2.78	4.71MPa

(a) 実験値



(b) 剛性軟化を考慮した解析



(c) 復元力特性をモデル化した解析

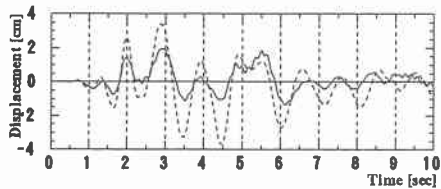


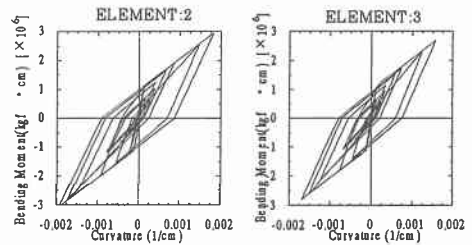
図9 DYNA 2E との応答変位の比較

力のひずみや終局ひずみが大きくなることで評価し³⁾、降伏ひずみ $\varepsilon_{cy}=4.4 \times 10^{-3}$ 、終局ひずみ $\varepsilon_{cu}=8.18 \times 10^{-3}$ 、の応力-ひずみ関係とした。ただし、実験では曲げひび割れ発生後の供試体を動的載荷試験に用いているので、この解析では引張側応力を加味していない。そのため飛び移り処理は行っていない。また復元力特性のモデル化はこの解析では図4と同様に、DYNA 2E では図4のe、y、t点のトリリニアモデルとした。実験状況に合わせて仮想重量 232kg を節点 10 に、フーチング部質量を節点 1 に考慮した。また固定状態をバネ定数で考慮した。入力地震波はエルセントロ (1940) 波 NS 成分を継続時間 10sec で節点 9、10 に地震波を入力し、解析ステップ 2.0×10^{-5} sec で行った。入力最大振幅は実験値の 198gal とした。

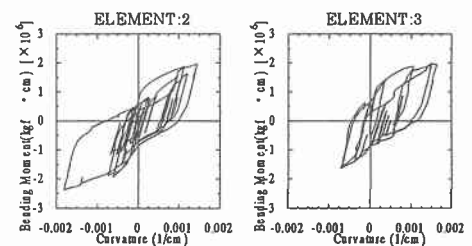
(2) 解析結果

図9はDYNA 2Eによる応答変位(破線)を示し、実験及び解析の応答変位(実線)を比較している。図9(a)は実験結果との比較でDYNA 2Eの結果は0~3秒間の応答がほぼ一致しているが、それ以降は振幅が大きく周期も長くなっている。図9(b)(c)は解析結果との比較であり、0~3秒間ではDYNA 2E(破線)と比べて両解析(実線)とも振幅が小さく2秒と3秒のピーク値も小さい。また実験値(図9(a)実線)に対しても全体的に振幅は小さいが周期はほぼ一致している。図10は三種類の解析による供試体基部付近の曲げモーメント-曲率曲線を示す。すべての解析でかなり塑性化を起し残留ひずみが発生している。DYNA 2Eの履歴から最も断面損傷が大きく本解析の履歴よりも曲率が大きくなっている。文献²⁾から供試体PD4の破壊状況を見ると、柱根元部のコンクリートが載荷後2秒で圧壊を起していることから、DYNA 2Eの曲率と同程度までに達しないと本解析のピーク値が実験値とは一致しない。このような解析におけるM- ϕ 曲線履歴の違いは、最大曲率に到達後の履歴経路における剛性がDYNA 2Eに比べ軟化を考慮した解析のほうが高いからである。これはコンクリートモデルの除荷時剛性を実際よりも高く評価しているためと考えられる。

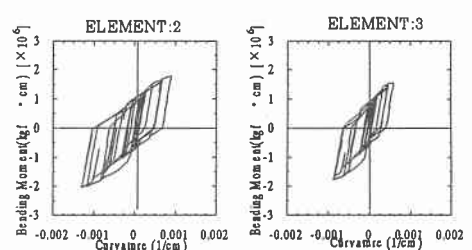
(a) DYNA 2Eによる解析



(b) 剛性軟化を考慮した解析



(c) 復元力特性をモデル化した解析

図10 M- ϕ 曲線履歴

4. 2 数値積分法の違いによる比較

(1) 解析概要

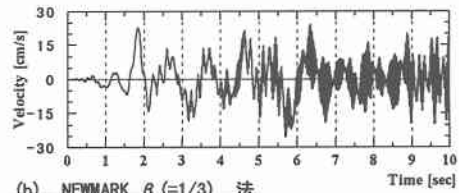
実験に用いられたPD2の諸元(表1参照)を参考にして、M- ϕ モデル化解析における逐次積分法の違いによる応答への影響を検討した。

解析モデルは図2で示したモデルと同様である。コンクリートの材料特性に供試体PD2のフープ筋の拘束効果を考慮し、これをもとにM- ϕ 曲率曲線から求めて履歴復元力をモデル化した(図4参照)。入力地震波はエルセントロ(1940)波NS成分を継続時間10secで節点9、10に地震波を入力した。入力最大振幅は実験値の363galとした。その他の解析条件は実験状況に合わせてそれぞれ設定している。解析をする際の逐次積分法として、Newmark's β 法($\beta=1/3$ 、 $1/4$)及びWilson's θ 法($\theta=1.4$)法という三つの解析を行った。

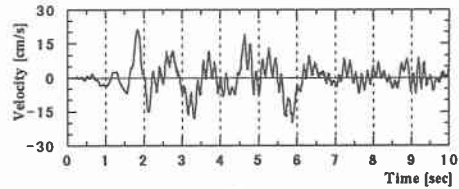
(2) 解析結果

図11は各逐次積分法で解析したときに得られた応答速度である。6秒以降の速度で特にNewmark's($\beta=1/4$)は他の積分法と比べて振幅が増加し周期が短くなり、この傾向は加速度レベルで見るとより顕著に表れている。Newmark's($\beta=1/3$)法とWilson's θ 法では速度レベルでの違いは見られない。 $\beta=1/4$ は各時刻において加速度が不連続であるために、非線形の復元力が急変し解の精度に悪い影響を与える。これによりこの解析モデルに対してはNewmark's($\beta=1/3$)法とWilson's θ 法のほうがNewmark's($\beta=1/4$)よりも計算の安定性がよいといえる。

(a) NEWMARK $\beta (=1/4)$ 法



(b) NEWMARK $\beta (=1/3)$ 法



(c) WILSON $\theta (=1.4)$ 法

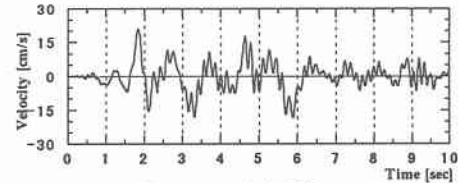


図11 速度応答

5 まとめ

以上、本論文で得られた結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 系のひずみエネルギーを評価することにより軟化部を突破する方法を提案し、剛性軟化を考慮した解析と非線形履歴復元力をモデル化した解析との比較では、ひずみエネルギーの蓄積量の相違をM- ϕ 曲線の履歴経路と関連付けて比較を行った。
- (2) 準動的載荷実験を参考にして本解析とDYNA2Eによる解析を行った結果、DYNA2Eとの応答変位の違いはモデル化したコンクリートの除荷時剛性の違いであることが分かった。
- (3) 逐次積分法の違いは加速度に大きく影響を与え、積分時の不連続部が非線形では特に影響する。

参考文献

- 1) 石川、大島、三上ら：断面の部分軟化を考慮したRC橋脚の非線形応答とエネルギー分布、土木学会北海道支部論文報告集、1997年2月、pp290-293
- 2) 池田、山口：地震による鉄筋コンクリート柱の動的応答に関する映像シュミレーション、土木学会論文集No. 451/V-17, pp139-147, 1992. 8
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、V耐震設計編、平成8年12月