

I-14

局所変形を考慮した梁に作用する衝撃荷重の解析

北海道大学工学研究科	学生員	柴田 俊文
北海道大学工学研究科	フェロー	三上 隆
北海道開発局開発土木研究所	正 員	佐藤 昌志
(株)地崎工業技術開発部	正 員	須藤 敦史

1. 序論

衝撃体の梁への接触の応答を明確にするのは構造物の設計上重要であり、その基本的特性の把握は板や殻(シェル)に対しても多くの研究が行われている¹⁻³⁾。通常衝撃解析を行う場合接触部の局所変形と梁の振動を考慮に入れた修正 Hertz 理論を使用する。この理論は非線形項を有し数値計算時に煩雑性を伴うため、ばね-質量系にモデル化して解析を行う例が多数報告されている。しかし局所変形に相当するばね定数(換算剛性)及び質量(換算質量)の導出を明瞭にした研究は少ない。そこで本研究では有限要素法を用いたばね定数及び質量の一導出方法を提案し、剛球と梁の分離・付着条件を考慮に入れ、適用性・数値妥当性の比較検討を行った。

2. 解析方法

質量 m_c 、速度 v_0 の剛球が両端単純支持梁に梁中央に衝突する場合を考える(図-1)。局所変形の換算剛性を k_l 、換算質量を m_l とし、衝撃力を集中荷重と仮定して作用するものとした。

Bernoulli-Euler 梁理論に基づき有限要素法で離散化し、衝突時には剛球と質点が付着すると考えるとすれば運動方程式及び衝撃力 f は以下のように示される。ただし減衰の影響は無視できるものとする。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

$$f = -(m_l + m_c)\{\ddot{u}_l\} \quad (2)$$

$[M]$: 質量マトリックス

$[K]$: 剛性マトリックス

$\{u\}$: 変位ベクトル

t : 時間

u_l : 換算質量の変位

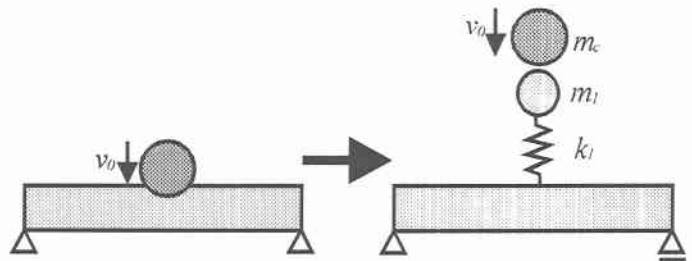


図-1 ばね-質量系へのモデル化

式(1)を分離・付着条件(各時

刻の変位・速度)を考慮に入れ Newmark β 法を用いて解析を行った。各状態の条件は以下のように分類できる。

< 1 > 初期条件

剛球衝突時に換算質量と剛球が一体となって運動するため換算質量の初期速度は剛球の初速度 v_0 を用いて運動量保存則より次式で表される。

$$\dot{u}_{l,0} = m_c v_0 / (m_l + m_c) \quad (3)$$

Impact Analysis on the Beams Considering Local Deformation

by Toshifumi SHIBATA, Takashi MIKAMI, Masashi SATOH and Atsushi SUTOH

< 2 > 分離時の条件

剛球分離時には衝撃力が 0 となるため換算質量の加速度も 0 となる。加速度 0 となった時刻の変位及び速度を条件として分離時は換算質量 m_1 のみで解析を行う。分離後の剛球の速度は分離直前（時刻 $t_1 - \Delta t$ ）の速度 $\dot{u}_{1,t_1-\Delta t}$ を用いて以下のように示される。

$$v_{t_1} = \left\{ (m_1 + m_c) \dot{u}_{1,t_1-\Delta t} - m_1 \dot{u}_{1,t_1} \right\} / m_c \quad (4)$$

< 3 > 付着時の条件

分離後剛球は式（４）の初速度で等速直線運動を行う。換算質量と剛球の相対変位が 0 となった時刻 t_2 での各値を付着時の条件とする。付着時の換算質量の速度は付着直前（時刻 $t_2 - \Delta t$ ）の値を用いて

$$\dot{u}_{1,t_2} = \left\{ m_1 \dot{u}_{1,t_2-\Delta t} + m_c v_{t_1} \right\} / (m_1 + m_c) \quad (5)$$

で表される。付着後の換算質量は $(m_1 + m_c)$ として解析を行う。

次に換算剛性と換算質量の近似的な導出方法を示す。ここでは静的な三次元有限要素法を用いる。

剛球の接触点に対応するスパン中央に上下から荷重 P を作用させる（図－２）。マトリックス表示すると次式となる。

$$[K_s] \{u_s\} = \{P_s\} \quad (6)$$

換算剛性 k_1 は荷重載荷点の変位 δ を用いて次式より得られる。

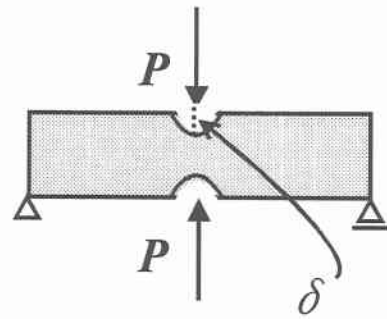
$$k_1 = P / \delta \quad (7)$$

一方換算質量は式（６）の解 $\{u_s\}$ とモード解析法の等価質量の算定法を援用して導出する。モード解析法によれば n 次の等価質量は次式で定義される。

$$M_n = \{\phi_n\}^T [M_s] \{\phi_n\} \quad (8)$$

$\{\phi_n\}$: n 次固有モード $[M_s]$: 質量マトリックス

式（６）から得られる $\{u_s\}$ を δ で規準化し固有モードに



図－２ 換算剛性・換算質量の導出

使用して換算質量 m_1 を求める。

$$m_1 = \{u_s\}^T [M_s] \{u_s\} / \delta^2 \quad (9)$$

なお本研究では 20 節点の立体要素を、質量マトリックスは集中質量マトリックスを使用した。

3. 解析例

以下に上述した方法で求めた換算剛性及び換算質量を用いた解析結果を示す。数値妥当性の検討は修正 Hertz 理論を有限要素法及び

Newton-Raphson 法で求めた時系列変化(以下便宜的に厳密解と称する)と比較して行った。図－３に示す長さ L の中空断面の梁で二種類の諸元(表－１)を用い、次に示す無次元化したパラメーターを用いて結果を整理する指標とした。

$$\begin{aligned} v &= v_0 / c & m_a &= m_c / M_0 \\ k &= k_1 / k_0 & m &= m_1 / m_0 \end{aligned}$$

表－１ 梁の諸元

	梁－A	梁－B
b/h	0.1×10	0.50
L/h	0.15×10^2	0.10×10^2
h_0/h	0.20	0.10
b_0/h	0.20	0.10

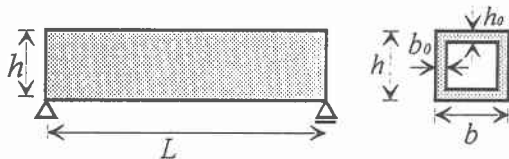


図-3 梁の横断面図

ここで v 、 m_0 、 k 、 m は順に剛球の初期速度、剛球の質量、換算剛性、換算質量を表すパラメーターである。また c は縦波の速度、 M_0 は梁の全質量である。 k_0 、 m_0 はそれぞれ梁の曲げ変形に対する換算剛性及び換算質量で次式で示される。

$$k_0 = 48EI / L^3 \quad (10)$$

$$m_0 = 17M_0 / 35 \quad (11)$$

E ：ヤング係数 I ：断面二次モーメント

k 、 m はそれぞれ以下の値を用い、また結果は衝撃力を Eh^2 で除し時間を c/h で乗じて無次元化して示した。破線は厳密解、実線がここで提示した方法の結果である。

梁-A: $k = 0.88 \times 10^2$ $m = 0.79 \times 10^{-2}$

梁-B: $k = 0.20 \times 10^2$ $m = 0.14 \times 10^{-1}$

図-4は複数回の衝撃を繰り返す梁-Aの結果で(a)と(b)及び(c)と(d)は剛球の質量を一定にして初期速度を変化させている。いずれも分離・付着の時刻、衝撃力のピーク値等全体的挙動はよく再現されているが速度が大きい場合は衝撃力の最大値に差異が見られる。これは静的解析より求めた換算剛性及び換算質量を動的解析に用いたことに起因するものと思われ、時間影響の導入の必要性を示唆している。

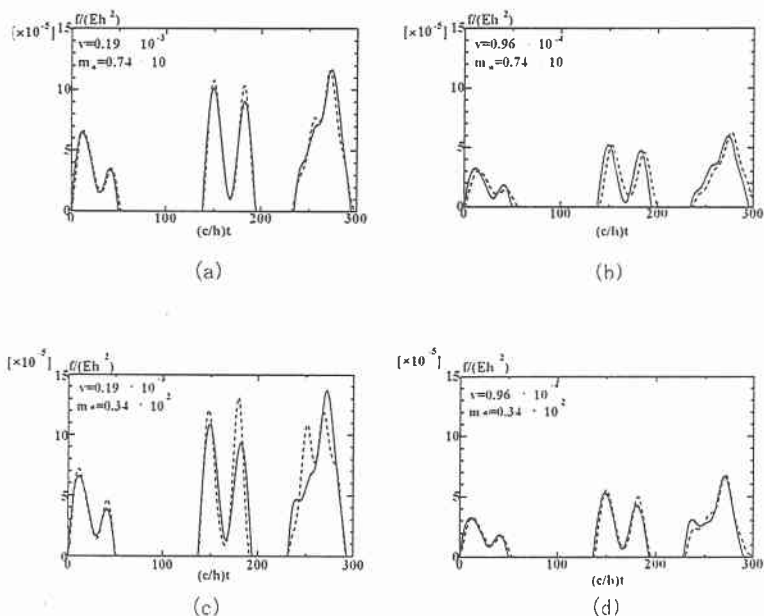
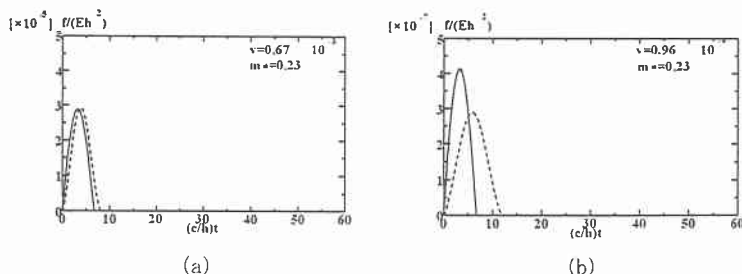
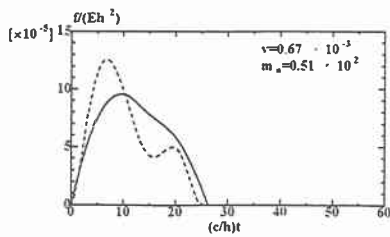


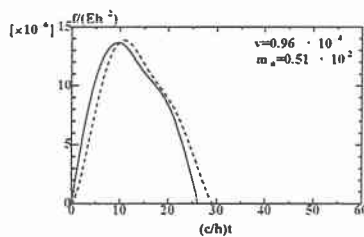
図-4 梁-Aの衝撃波形

次に剛球衝突後衝撃が一回のみ発生する梁-Bの結果を図-5に示す。図-4と同様、(a)と(b)、(c)と(d)は剛球の質量を一定にして初期速度を変化させたときの結果である。この場合も剛球の諸元によって衝撃時間・衝撃力のピーク値等衝撃波形





(c)

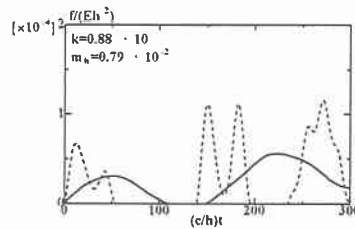


(d)

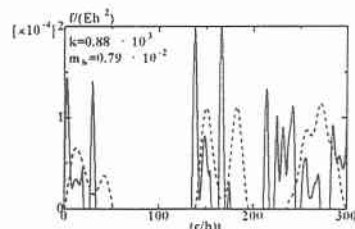
の形状の細部に差が生じていることが確認できる。しかし衝撃力の基本的特性の理解に対してこの近似解法は実用的に満足していると考えても不備はないであろう。

図-5 梁-Bの衝撃波形

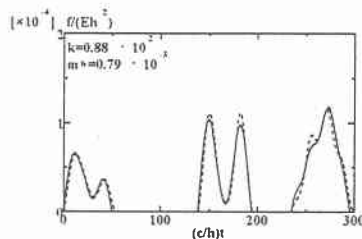
換算剛性及び換算質量の影響を調べた結果を図-6に示す。梁-A(図-4(a))について(a)、(b)は換算質量を一定として換算剛性をそれぞれ10倍、1/10倍としたもので(c)及び(d)は換算質量を10倍、1/10倍と変化したものである。換算剛性の過大な評価及び換算質量の過小な評価は衝撃力のピーク値を大きめに、衝撃時間は短めの結果を与える傾向にあることが確認でき、換算剛性は衝突回数にも大きく影響することがわかる。



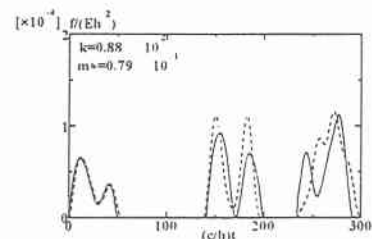
(a)



(b)



(c)



(d)

図-6 衝撃力波形に及ぼす換算質量と換算剛性の影響

4. 結論

- < 1 > 本研究で提示した近似解法では衝撃力の時刻歴波形の再現に対しほぼ妥当な結果を示している。
- < 2 > 換算剛性の過大評価及び換算質量の過小評価は、衝撃力のピーク値に対して大きめの結果を、衝撃時間に対しては短めの結果を与える。

参考文献

- 1) Lee, Y., Hamilton, J.F. and Sullivan, J.W. : The lumped parameter method for elastic impact problems, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 50, pp. 823-827, 1983. pp. 2331-2335, 1987.
- 2) 戸部俊美, 加藤正名 : 梁の横衝撃に関する研究, 日本機械学会論文集(第1部), 38巻314号, pp. 2506-2513, 1972.
- 3) Christoforou, A.P. and Swanson, S.R. : Analysis of simply-supported orthotropic cylindrical shells subject to lateral impact loads, Transactions of the ASME, Vol. 57, pp. 376-382, 1990.