

II-12

損失機構を含む貯留関数法に関する研究

北海道大学大学院 学生員 田中 敦
 北海道大学工学部 フェロー会員 藤田 睦博
 北海道大学工学部 正員 清水 康行

はじめに

我が国の代表的な洪水流出モデルの一つとして、貯留関数法モデルがある。このモデルは、流出現象の非線形性を表現する事ができ、なおかつ計算方法も容易であるため、実際の現場において最も良く用いられているモデルである。しかしながら、このモデルを用いる際に必要となる有効降雨量の推定方法は、未だに確立したものがなく、貯留関数法を用いる場合の問題点となっている。

本研究ではこのような観点から、貯留関数法に損失機構を組み合わせ、有効降雨量の推定を必要としないモデルを提案した。このモデルでは、観測降雨量を直接用いることができるため、従来のモデルでは必要であった有効降雨量の推定は必要としない。また、同じように有効降雨量の推定を必要としないタンクモデルと比べて、決定しなければならないパラメーターの数が圧倒的に少ないという利点もある。

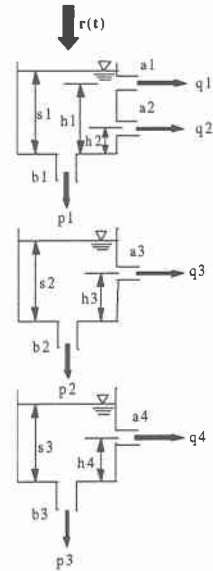
本研究で提案しているモデルに限らず、一般に同一の流域で観測データに基づいてモデル定数の最適同定を行ったとき、出水毎に得られたモデルパラメーターが大きく異なる場合がある。このような例は、流出を良く再現すると言われているタンクモデルでも見られる。この原因としては、降雨流出モデルが完全に降雨量と流出量の関係を記述していないということ以外に、次のような原因が挙げできる。

- (1) 初期条件を的確に把握する事が難しいこと。
- (2) 流域平均雨量を使用したとき、降雨の空間変動特性を無視していること。
- (3) 降雨量の時間変動特性、逆に言うならば周波数特性が降雨毎に異なっていること。

本研究では、従来よりあまり研究されていない(3)についても検討を加えた。

流出モデル

いま図-1及び、式(1)~(11)に示されるような3段のタンクモデルを考える。それぞれのタンクの貯留量と総流出量 Q (側方流出孔と下方流出孔)との関係は 図-2 に示すように、 $s = \alpha Q^\beta$ という形の式で近似できる。したがって、3段のタンクモデルは、べき乗型の式(12)~(20)で示すことができる。さらに、パラメータの数を減らすために、これを式(21)から式(23)で示す1段のべき乗型タンクモデル、つまり今回我々が提案する損失機構を含む貯留関数法に近似する。貯留関数法に式(23)を加えることで損失を含む式となる。また、これ



$$\frac{ds_1}{dt} = r(t) - p_1 - q_1 - q_2 \quad (1)$$

$$\frac{ds_2}{dt} = p_1 - p_2 - q_3 \quad (2)$$

$$\frac{ds_3}{dt} = p_2 - p_3 - q_4 \quad (3)$$

$$p_1 = b_1 \times s_1 \quad (4)$$

$$p_2 = b_2 \times s_2 \quad (5)$$

$$p_3 = b_3 \times s_3 \quad (6)$$

$$q_1 = Hev(s_1, h_1) \times a_1 \times (s_1 - h_1) \quad (7)$$

$$q_2 = Hev(s_1, h_2) \times a_2 \times (s_1 - h_2) \quad (8)$$

$$q_3 = Hev(s_2, h_3) \times a_3 \times (s_2 - h_3) \quad (9)$$

$$q_4 = Hev(s_3, h_4) \times a_4 \times (s_3 - h_4) \quad (10)$$

$$Hev(s, h) = \frac{1}{\pi} \left\{ \tan^{-1} \frac{s-h}{\varepsilon} + \frac{\pi}{2} \right\} \quad (11)$$

$(\varepsilon = 10^{-6})$

図-1 3段タンクモデル

はタンクモデルの p_3 に対応していると考えられる。

$$\frac{ds}{dt} = r(t) - q - p \quad (21) \quad s = \alpha_1 q^\beta \quad (22)$$

$$p = \alpha_2 q \quad (23)$$

べき乗型のタンクモデルについては、形は異なるが永井⁽¹⁾の提案しているモデルなどがある。3段のべき乗型タンクモデルと損失機構を含む貯留関数法の比較を行うと、図-3のような遅れ時間のあるものを、1段タンクの損失機構を含む貯留関数法で表すことは難しいが、遅れ時間のないものはほとんど1段タンクで表すことができた。

最適解同定法

前述したモデルの決定すべき定数は α_1 、 α_2 、 β と、初期貯留量 $s(0)$ の4個となる。モデルパラメータの最適解同定法としては、Duanら⁽²⁾が提案したSCE-UA法 (shuffled complex evolution method) を用いる。この手法はすでに、田中丸⁽³⁾によってタンクモデル定数の最適値探索に有効であることが検証されている大域的探索法である。モデル定数の最適値を探索するための誤差評価関数には、式(24)で示す最小 γ^2 誤差評価基準を用いる。

J : 誤差評価基準、 Q_o : 観測流量、 Q_c : 計算流量

M : データ数

この方法が上述したモデルに有効かどうか、試行的に矩形降雨を用いて検討を行った。表-1に示すそれぞれの条件(case1~case3)で最適解を求める計算を行った。各ケースでパラメータの真値を探索することができ、この最適解探索法が有効であることが確認できた。図-4は各ケースのパラメータを用いたときのハイドログラフである。

実流域への適用例

実際の流域(桂沢ダム流域と金山ダム流域)において、上述したモデルのパラメータをSCE-UA法で同定し、流量の再現計算をおこなった。それぞれの流域面積は、桂沢ダム流域が151.2km²、金山ダム流域が470km²である。観測値は、各流域とも1994年9月に観測されたものである。表-2にそのときのモデルパラメータの最適値同定結果を示す。図-5から図-10において実線がモデルによる計算値であり、黒丸が観測値である。比較のために、平山ら⁽⁴⁾が行った3段タンクモデル(図-1)による計算結果も破線で示した。そのときの各パラメータは表-3に示す。観測値

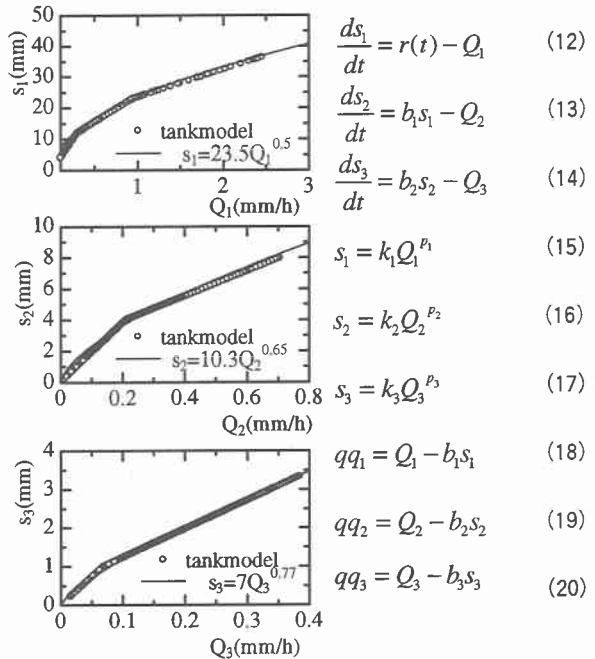


図-2 貯留量と総流出量の関係

$$J = \frac{1}{M} \sum \frac{(Q_c - Q_o)^2}{Q_o} \rightarrow \min \quad (24)$$

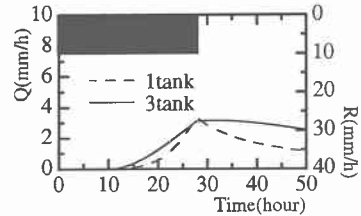


図-3 3段タンクと1段タンクの比較

表-1 矩形降雨に用いたパラメータ

	true parameter				result			
	$\alpha 1$	β	$\alpha 2$	$s(0)$	$\alpha 1$	β	$\alpha 2$	$s(0)$
case 1	40	0.6	0.1	10	40	0.6	0.1	10
case 2	100	0.8	1.0	30	100	0.8	1.0	30
case 3	20	0.3	0.5	5	20	0.3	0.5	5

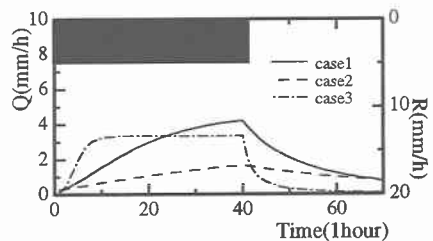


図-4 各ケースのハイドログラフ

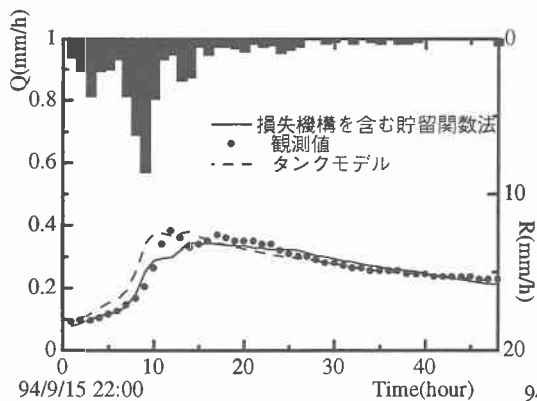


図-5 金山ダム1

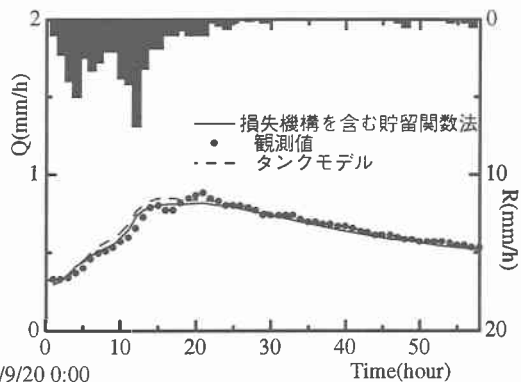


図-6 金山ダム2

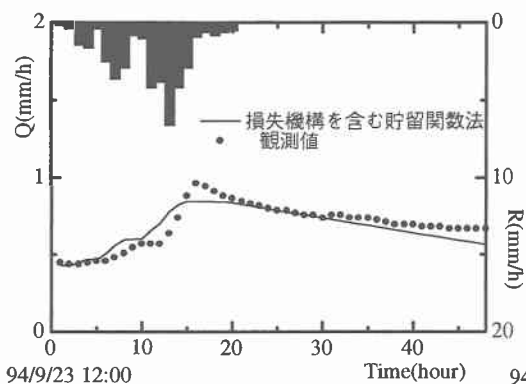


図-7 金山ダム3

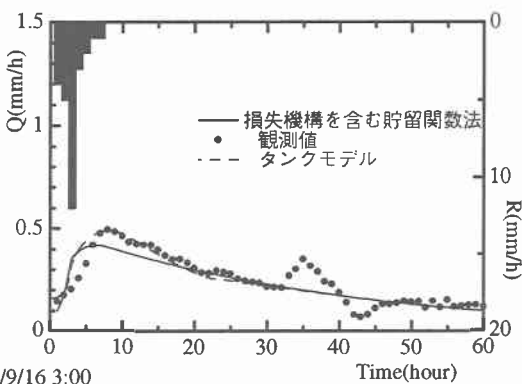


図-8 桂沢ダム1

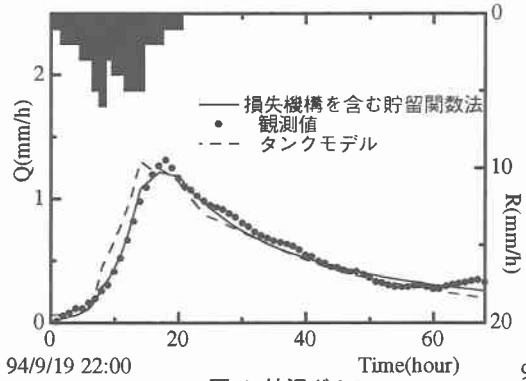


図-9 桂沢ダム2

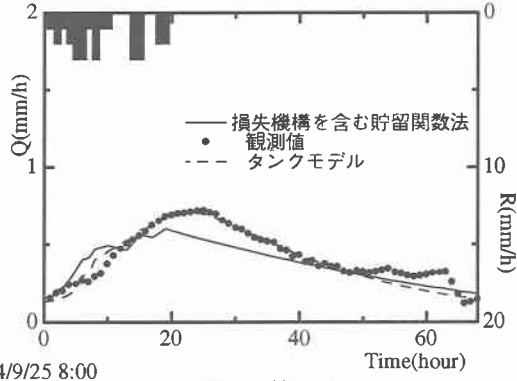


図-10 桂沢ダム3

表-2 損失機構を含む貯留関数法

	$\alpha 1$	β	$\alpha 2$	$s(0)$
金山ダム 1	233.99	0.129	1.273	167.47
金山ダム 2	91.63	0.660	0.0	40.52
金山ダム 3	53.64	1.770	0.0	12.21
桂沢ダム 1	64.99	1.034	0.739	2.15
桂沢ダム 2	60.88	0.336	0.0	16.73
桂沢ダム 3	44.74	1.355	0.0	2.44

表-3 タンクモデル

	タンクモデルの各parameter													
	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	h1	h2	h3	h4	s1(0)	s2(0)	s3(0)
金山ダム 1	0.0062	0.0340	0.0162	0.0054	0.3000	0.2800	0.0088	6	5	1	2	0	1	21
金山ダム 2	0.0062	0.0340	0.0162	0.0054	0.3000	0.2800	0.0009	6	5	1	2	0	1	27
桂沢ダム 1	0.0079	0.0047	0.0285	0.0098	0.2730	0.1680	0.0158	12	8	2	0	3	16	
桂沢ダム 2	0.0411	0.0335	0.0607	0.0218	0.1081	0.1928	0.0134	25	12	1	2	0	0	5
桂沢ダム 3	0.0320	0.0121	0.0185	0.0382	0.3000	0.2800	0.0005	6	4	0	2	0	1	5

と計算結果を比較すると、ピーク時刻が若干ずれているものの、遅れ時間の少ない流域であるならば十分に流量再現は可能である。タンクモデルと比較すると、やはり多少は精度が劣るようだ。両モデルとも、表-2に示すように、同じ流域において各出水毎にモデルパラメーターが大きく異なり、流域の代表値を決定することが難しいときもある。

周波数特性

流出モデルを用いて流量を求める過程を図-11に示す。実際の解析に用いる降雨量は、式(24)によって変換される離散的な降雨量である。次にR(t)を流出系の入力として出力である流量を求めている。したがって、流量は直列する二つのフィルターからの出力と考えることができる。式(24)で表されるフィルターのゲイン特性G₁は、式(25)によって与えられる。ω~G₁の関係を図-12に示す。

$$R(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^t r(\tau) d\tau \quad (24) \quad G_1 = \frac{\sqrt{2(1-\cos(\omega\Delta t))}}{\omega\Delta t} \quad (25)$$

一方、流出系のゲイン特性は式(22)においてβ=1とした場合、ゲインG₂は式(26)となる。

$$G_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1^2 \omega^2 + (1+\alpha_2)^2}} \quad (\beta=1) \quad (26)$$

しかし、β≠1となると理論的にはゲインG₂を求めることができない。これまで解析した表-2のβの値を参考にすると、βの範囲はβ<2とすることができる。β<2の範囲では解の重ね合わせが近似的に成立するものとして、式(21)のr(t)に式(27)を与え

$$r(t) = A \sin(\omega t) + \bar{r} \quad (27)$$

流出量q(t)が

$$q(t) = A' \sin(\omega t + \phi) + \bar{r}' \quad (28)$$

で近似できるものとして、G₂ = A'/A とすると、式(29)、(30)の近似式を得る。

$$\bar{r}' = (1+\alpha_2)\bar{r} \quad (29) \quad G_2 = \frac{A'}{A} = \frac{1}{\sqrt{\left\{ \alpha_1 \beta \omega \left(\frac{\bar{r}'}{1+\alpha_2} \right)^{(\beta-1)} \right\}^2 + (1+\alpha_2)^2}} \quad (30)$$

図-13から図-16は、式(30)の精度を検定するために、式(21)のr(t)に式(27)を与え、パラメーターの値を種々かえて数値計算を行い、得られた結果から式(28)のA'を推定したA'/Aの値と、式(30)を比較したものである。適合度は良好である。なお、図-13~図-16では式(21)に損失量であるpの項を含んでいるのでω=0でG=1とはならない。図-13と図-15からα₁とβの値が大きく影響しており、共に値が小さくなるほどゲインが大きくなる傾向がある。図-11のr(t)~q(t)のフィルター特性Gは式(31)となる。

$$G = G_1 \cdot G_2 \quad (31)$$

図-17~図-22は金山ダム流域と桂沢ダム流域で得られた表-2のパラメーターを用いて、各出水毎に式(30)のゲインG₂を図示したものである。両ダムとも降雨、流量資料の時間単位は1時間である。なお、G₂を計算するのに必要な平均降雨量は図-5~図10に示すハイトグラフから総降雨量を降雨の継



図-11 r(t)~q(t)

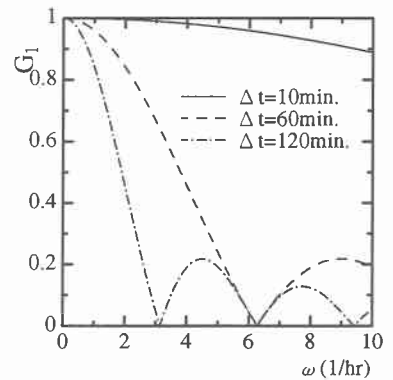


図-12 G₁~ωの関係

続時間で割った値を用いた。図-21で示す桂沢2のゲイン特性が、他の特性と大きく異なるように見える。図-23～図-28は、金山ダム流域と桂沢ダム流域の、降雨資料のスペクトルを示している。桂沢ダム2の降雨は他の降雨に比較して、高周波成分が少ないことが分かる。この他の降雨は高周波成分が存在しているが、図-17～図-22のゲイン特性からも分かるように、これらの高周波成分のほとんどがカットされている。解析の対象とした資料が単一のピークであり、金山ダム流域と桂沢ダム流域の3出水例だけの解析なので、一般的なことは言えないが、観測の時間単位が1時間である必要もなく2～3時間程度でも十分と考えられる。

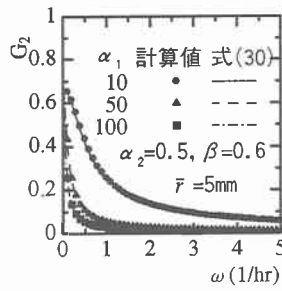


図-13 α_1 の変化による $G \sim \omega$

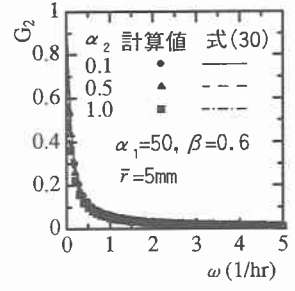


図-14 α_2 の変化による $G \sim \omega$

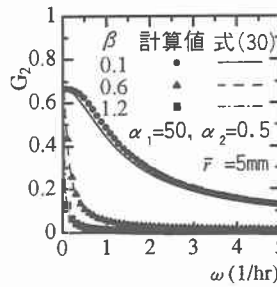


図-15 β の変化による $G \sim \omega$

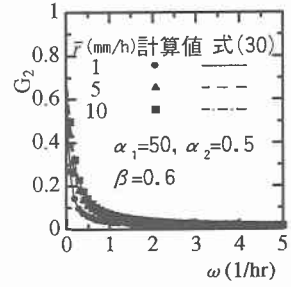


図-16 \bar{F} の変化による $G \sim \omega$

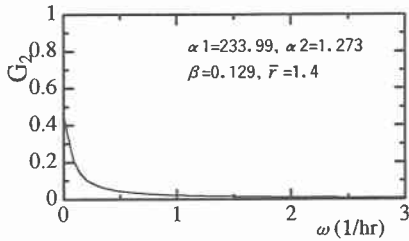


図-17 金山ダム1($G \sim \omega$)

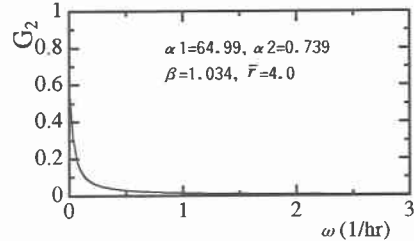


図-20 桂沢ダム1($G \sim \omega$)

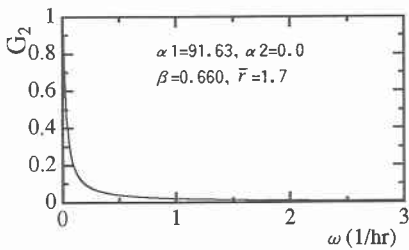


図-18 金山ダム2($G \sim \omega$)

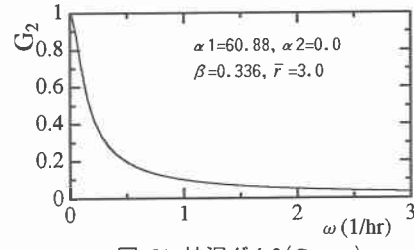


図-21 桂沢ダム2($G \sim \omega$)

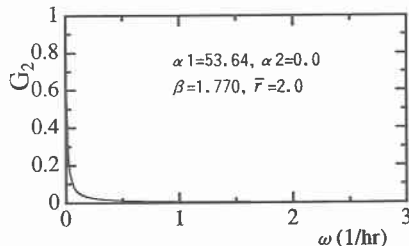


図-19 金山ダム3($G \sim \omega$)

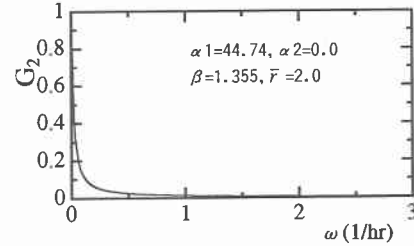


図-22 桂沢ダム2($G \sim \omega$)

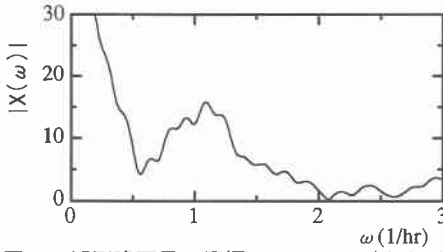


図-23 観測降雨量の振幅スペクトル (金山ダム1)

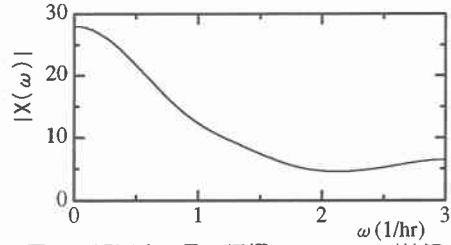


図-26 観測降雨量の振幅スペクトル (桂沢ダム1)

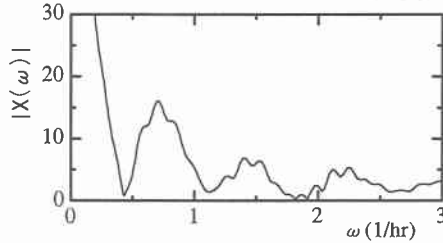


図-24 観測降雨量の振幅スペクトル (金山ダム2)

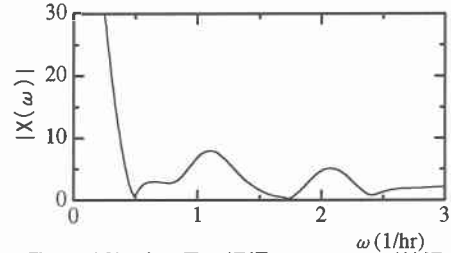


図-27 観測降雨量の振幅スペクトル (桂沢ダム2)

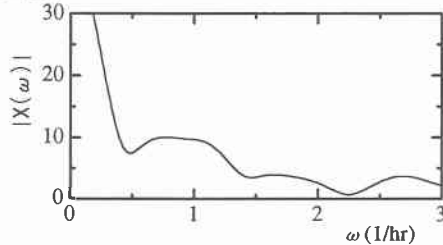


図-25 観測降雨量の振幅スペクトル (金山ダム3)

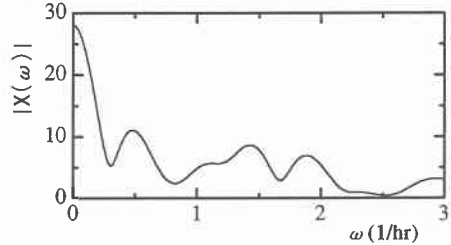


図-28 観測降雨量の振幅スペクトル (桂沢ダム3)

まとめ

損失機構を含む貯留関数法を提案した。モデルパラメーターの数は3個で、従来用いられているタンクモデルより大幅にその数を減らすことができた。また、実流域での再現計算でもタンクモデルと同程度の解が得られている。降雨と流出量のピーク時刻が大きく異なると、提案している貯留関数法は1段タンクに相当しているの、若干の無理がある。これについては、今後遅れ時間を導入する事を考えている。

次に周波数応答特性に関しては、図-11の $r(t) \sim q(t)$ のフィルター特性 G は式(31)で表される。図-12で示される G_1 のゲイン特性と実際の観測例から調べた G_2 のゲイン特性を考えると、 G は G_2 のゲイン特性に依存していることが分かった。

【参考文献】

- 1) 永井明博：洪水流出タンクモデルの総合化に向けて、農業土木学会論文集第176号、pp. 95～103(1995)
- 2) Duan, Q., Sorooshian, S. and Gupta, V. K. : Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models, Water Resource Reserch 28, pp. 1015～1031(1992)
- 3) 田中丸治哉：タンクモデル定数の大域的探索、農業土木学会論文集第178号、pp. 103～112(1995)
- 4) 平山大輔、藤田陸博、嵯峨浩：タンクモデルを用いた損失流出量の解析、土木学会北海道支部論文報告集第52号B、pp. 100～103(1996)