

II - 5

土砂の横流入を考慮した河道網理論

佐藤工業株式会社 正会員 山本 徹  
 北海道大学工学部 フェロー会員 黒木 幹男  
 北海道大学工学部 フェロー会員 板倉 忠興

1. はじめに

著者らは支配流量の概念を用いた河道の安定形状縦断形の理論<sup>(1)</sup>に河道網を組み入れ、恣意的だった支川の扱い方を明確にし、豊平川、豊平峡流域への適用を行った<sup>(2)</sup>。その結果、複数地点の流量資料を既知として河道縦断形状と流域の土砂生産量を推定したり、河床高縦断形の資料を既知としてその他の河道特性量(川幅、平均粒径、水深)の縦断変化や土砂生産量を推定する理論的基礎がえられた。しかし、本理論では土砂の横流入を認めていないため、流砂量増加は支川合流(外部リンク数)のみに依存することとなり、単位河道内の流砂量増加を無視していたこととなる。

そこで、本研究では土砂の横流入を考慮し、河床高、水深、川幅、河床砂礫の平均粒径、流砂量などの河道特性量の縦断分布を推定する河道網理論を新たに構築した。

2. 平衡な単位河道の基礎方程式

以下の記述の必要から、著者らが平衡縦断形状を求める際に用いた基礎式を記述する。

$$\frac{1}{2g} \frac{d}{dx} \left( \frac{Q}{Bh} \right)^2 + \frac{dh}{dx} = I_b - I_e \quad (1) \qquad \frac{Q}{Bh\sqrt{ghI_e}} = 6.9 \left( \frac{h}{d} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (2)$$

$$\tau_* = \frac{hI_e}{sd} = C_1(\text{const}) \quad (3) \qquad q_B B = Q_B(x) \quad (4)$$

$$\frac{q_B}{\sqrt{sgd^3}} = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{\frac{3}{2}} \quad (5)$$

式(1)は流れの運動方程式である。式(2)は流れの抵抗を表す式で指数型の抵抗則を採用する。式(3)は横断平衡河道形状の解析より得られた関係式である<sup>(3)</sup>。式(4)は流砂の連続式、式(5)は流砂量式である。

ただし、B:水路幅、h:水深、 $I_b = dz/dx$ :河床勾配、z:河床高、 $I_e$ :エネルギー勾配、d:河床砂礫の平均粒径、s:河床砂礫の水中比重(1.65)、 $\tau_*$ :平衡河床掃流力( $1.23 \tau_{*c} = 1.23 \times 0.05$ )、 $Q_B(x)$ :流砂量で縦断方向xの関数である。

3. 単位河道の流量、流砂量分布と安定縦断形状

式(2)~式(5)より河床勾配を流量と流砂量の関数として表すことが出来る。

$$\frac{dz}{dx} = -C \left( \frac{Q_B}{Q} \right)^{\frac{6}{7}} \quad (6) \qquad \text{ただし、} C = \left[ \frac{8\sqrt{sg}(\tau_* - \tau_{*c})^{\frac{3}{2}}}{6.9\sqrt{g}(s\tau_*)^{\frac{5}{3}}} \right]$$

$I_b = I_e$ の近似が成り立つ場合、流量と流砂量の縦断分布が適当に与えられれば、式(6)を積分して、安定縦

断面を求めることが出来る。単位河道という流域のなかでも限定的な範囲の河道について考察するので、流量  $Q$ 、流砂量  $Q_B$  の空間的な増加は一次式で以下のように与える。

$$Q = Q_U + qx \quad (7) \quad Q_B = Q_{BU} + q_s x \quad (8)$$

ただし、 $Q_U$ ：単位河道上流端の流量、 $Q_{BU}$ ：単位河道上流端の流砂量、 $q$ 、 $q_s$ ：定数

式(7)、(8)の関係を式(6)に代入すると式(9)が得られ、無次元表示して積分すると式(10)が得られる。

$$\frac{d\eta}{d\xi} = -C' \left( \frac{1+q_s'\xi}{1+q'\xi} \right)^{\frac{6}{7}} \quad (9) \quad \eta(\xi) = 1 - \frac{\int_b^{\xi} \left( \frac{1+q_s'\xi}{1+q'\xi} \right)^{\frac{6}{7}} d\xi}{\int_b^1 \left( \frac{1+q_s'\xi}{1+q'\xi} \right)^{\frac{6}{7}} d\xi} \quad (10)$$

よって、 $q'$ 、 $q_s'$ を適当に与えれば、単位河道における縦断面を求めることが出来る。ただし、境界条件として、 $(z = z^* : x = 0)$ 、 $(z = 0 : x = L)$ を用いた。ここに、 $z^*$ ：単位河道河床標高差、 $L$ ：単位河道流

路長、 $\eta = \frac{z}{z^*}$ 、 $\xi = \frac{x}{L}$ 、 $q' = \left( \frac{qL}{Q_U} \right)$ 、 $q_s' = \left( \frac{q_s L}{Q_{BU}} \right)$ 、 $C' = \frac{L}{z^*} C \left( \frac{Q_{BU}}{Q_U} \right)^{\frac{6}{7}}$

図-1、図-2 は  $q' \geq q_s'$  の範囲で  $q'$ 、 $q_s'$  の値を適当に定め式(9)を図示した典型例である。 $q'$  の値が増大すると、上流部が急勾配、下流部が緩勾配になる。また  $q_s'$  の値が減少すると上流部が急勾配、下流部が緩勾配となる。すなわち、対象区間の流量の増加率が大きく流砂量の増加率が小さいほど、単位河道の安定縦断面形状は上流部で急勾配となり、下流部で緩勾配となる。

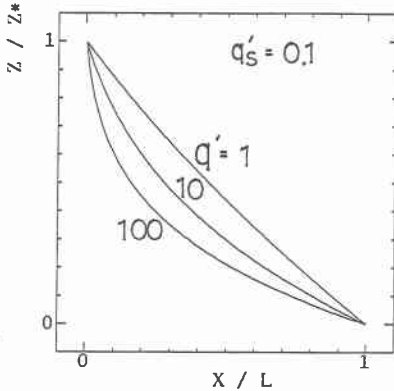


図-1 河床縦断面形状

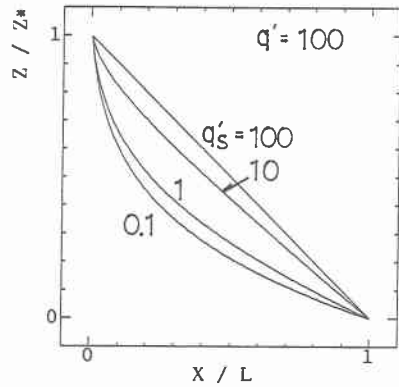


図-2 河床縦断面形状

#### 4. 単位河道の水深、河床砂礫の平均粒径、川幅の縦断変化

式(3)(4)(5)(6)より次式を得る。

$$\frac{Q}{Bh} = C_2 h^{\frac{1}{2}} \left( \frac{Q_B}{Q} \right)^{\frac{2}{7}} \quad (11) \quad \text{ここに、} C_2 = \left( \frac{C}{s\tau_*} \right)^{\frac{3}{2}} 8\sqrt{sg}(\tau_* - \tau_{*c})^{\frac{3}{2}}$$

式(11)を  $I_b = I_c$  の近似で式(1)に代入すると、式(12)が得られ、水深の縦断変化は式(13)のようにあらわせる。

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{C_2^2}{2g} h \left( \frac{Q_B}{Q} \right)^{\frac{4}{7}} \right] + \frac{dh}{dx} = 0 \quad (12) \quad \frac{h}{h_0} = \frac{(1+w) \left( \frac{1+q'\xi}{1+q_s'\xi} \right)^{\frac{4}{7}}}{1+w \left( \frac{1+q'\xi}{1+q_s'\xi} \right)^{\frac{4}{7}}} \quad (13)$$

ただし、 $h_0$  :  $x=0$ における水深、 $w = \frac{2g}{C_2^2} \left( \frac{Q_U}{Q_{BU}} \right)^4$

したがって $w$ が大きくなるにつれて、相対的な流砂量は減少する。式(13)から計算した単位平衡河道の水深の縦断変化の一例を図-3のようになる。これによると、 $w$ が大きくなるに従い水深の縦断変化が小さくなる。すなわち流砂量が少ないと、水深の縦断変化は小さくなる。

また、式(13)を用いれば式(3)により平均粒径の縦断分布式(14)を得る。さらに、式(14)と式(3)(4)(5)から川幅の縦断変化式(15)も得ることが出来る。

$$\frac{d}{d_0} = \frac{\left( \frac{1+q_s' \xi}{1+q' \xi} \right)^{\frac{6}{7}} (1+w) \left( \frac{1+q' \xi}{1+q_s' \xi} \right)^{\frac{4}{7}}}{1+w \left( \frac{1+q' \xi}{1+q_s' \xi} \right)^{\frac{4}{7}}} \quad (14)$$

$$\frac{B}{B_0} = (1+q_s' \xi) \left( \frac{d}{d_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (15)$$

ただし、 $d_0$ 、 $B_0$  :  $x=0$ における平均粒径、川幅

式(14)、式(15)を図示すると図-4、図-5のようになる。これらは図-3に対応した平均粒径、川幅の縦断変化をあらわしている。ここでは、 $w$ の値が大きくなるにつれて縦断変化が大きくなっている。すなわち流砂量が少なくなるにつれて、平均粒径、川幅の縦断変化は大きくなるといえる。

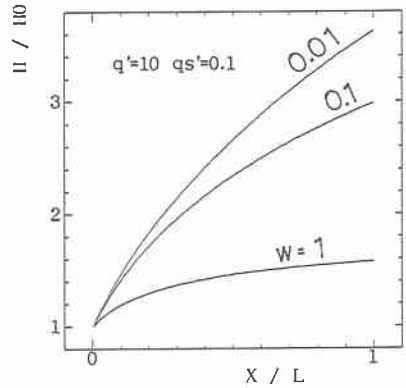


図-3 水深の縦断変化

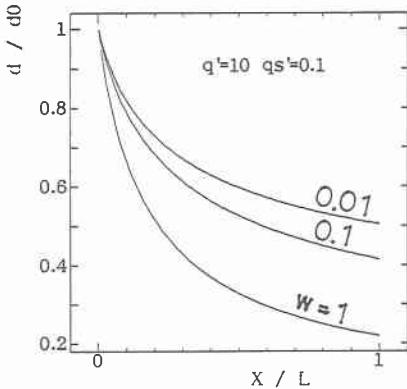


図-4 平均粒径の縦断変化

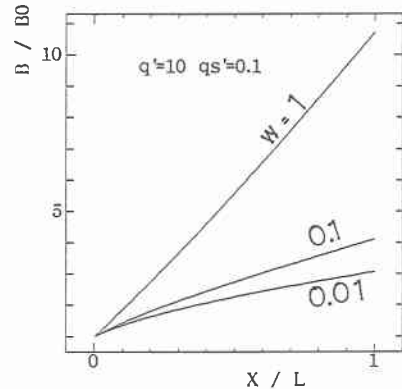


図-5 川幅の縦断変化

### 5. 河道網における基礎式

河道網の表現には、リンク・マグニチュード方式を採用する。マグニチュード $i$ および $j$ の河道が合流して $i+j$ の河道となる場合を考えると、流砂量、流量および粒径の連続式はそれぞれ以下のようにあらわせる。

$$[Q_{BU}]_{i+j} = [Q_{BD}]_i + [Q_{BD}]_j \quad (16)$$

$$[Q_U]_{i+j} = [Q_D]_i + [Q_D]_j \quad (17)$$

$$[d_U]_{i+j} [Q_{BU}]_{i+j} = [d_D]_i [Q_{BD}]_i + [d_D]_j [Q_{BD}]_j \quad (18)$$

ただし、 $[Q_{BU}]_i$ 、 $[Q_{BD}]_i$  : 河道 $i$ の上、下流端の流砂量、 $[Q_U]_i$ 、 $[Q_D]_i$  : 河道 $i$ の上、下流端の流量、 $[d_U]_i$ 、 $[d_D]_i$  : 河道 $i$ の上、下流端の粒径

単位河道における流量および流砂量の横流入を式(7)(8)のように一次式で与えると、河道長  $L_i$  の単位河道上流端の流量、流砂量は以下ようになる。

$$[Q_D]_i = [Q_U]_i + q_i L_i \quad (19) \quad [Q_{BD}]_i = [Q_{BU}]_i + q_s L_i \quad (20)$$

ただし、 $L_i$  : 河道  $i$  の河道長

マグニチュード  $M$  と流量、流砂量の関係を求めると以下に例示ようになる。

$$M=1 \quad [Q_U]_1 \quad [Q_D]_1 = [Q_U]_1 + q L_1 \quad [Q_{BU}]_1 \quad [Q_{BD}]_1 = [Q_{BU}]_1 + q_s L_1 \quad (21.a)$$

$$M=2 \quad [Q_U]_2 = [Q_D]_1 + [Q_D]_1 \quad [Q_D]_2 = [Q_U]_2 + q L_2 \quad [Q_{BU}]_2 = [Q_{BD}]_1 + [Q_{BD}]_1 \quad [Q_{BD}]_2 = [Q_{BU}]_2 + q_s L_2 \quad (21.b)$$

$$M=3 \quad [Q_U]_3 = [Q_D]_1 + [Q_D]_2 \quad [Q_D]_3 = [Q_U]_3 + q L_3 \quad [Q_{BU}]_3 = [Q_{BD}]_1 + [Q_{BD}]_2 \quad [Q_{BD}]_3 = [Q_{BU}]_3 + q_s L_3 \quad (21.c)$$

式(21)の関係より、流量、流砂量ともに、河道網形状と外部リンクを形成する河道の上流端における流量  $[Q_U]_1$ 、流砂量  $[Q_{BU}]_1$  および各河道への横流入に関する量  $q$ 、 $q_s$  が与えられれば、任意地点の流量、流砂量を確定することができる。例えば図-6のような河道網パターン（各河道長は  $1 \times \ell$  で一定）において  $i=3$  の下流端の流量、流砂量はそれぞれ

$$[Q_D]_3 = 3[Q_U]_1 + 5q\ell, \quad [Q_{BD}]_3 = 3[Q_{BU}]_1 + 5q_s\ell \quad \text{となる。}$$

このように河道網中の着目するマグニチュードにおいて、流量、流砂量ともに外部リンクの数が外部リンク流入量の乗数となり、河道数が横流入量の乗数となっている。

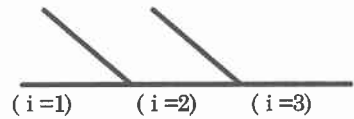


図-6 河道網パターンの例

## 6. 河道網における河床高、水深、平均粒径、川幅の縦断変化

本理論を実流域に適用するためには、実流域の河道網そのもののパターンを確定する必要がある。著者らは豊平川、豊平峡流域での解析<sup>(2)</sup>で、国土数値情報の3次メッシュに対応して各メッシュに1本の河道を配するように調製した河道網を使用した。本理論でも同種の河道網図を使用することを前提とする。したがって、河道網における河道長を1ユニット長さ ( $\ell$ ) の整数倍で表現することになる。なおこの1ユニット長さ ( $\ell$ ) は国土数値情報3次メッシュでは1メッシュ長に相当する。

いまマグニチュード  $i$  で河道長  $m \times \ell$  の河道について考える。 $i$  番目上流端までの外部リンクの和を  $a$ 、河道総延長を  $n \times \ell$  とすると、この河道の上流端、距離  $x$  の地点、下流端の流量、流砂量は以下ようになる。

$$\text{上流端} \quad [Q_U]_i = a[Q_U]_1 + qn\ell \quad (22.a) \quad [Q_{BU}]_i = a[Q_{BU}]_1 + q_s n\ell \quad (23.a)$$

$$x \text{ 地点} \quad [Q_X]_i = a[Q_U]_1 + qn\ell + qx \quad (22.b) \quad [Q_{BX}]_i = a[Q_{BU}]_1 + q_s n\ell + q_s x \quad (23.b)$$

$$\text{下流端} \quad [Q_D]_i = a[Q_U]_1 + qn\ell + qm\ell \quad (22.c) \quad [Q_{BD}]_i = a[Q_{BU}]_1 + q_s n\ell + q_s m\ell \quad (23.c)$$

式(22.b)(23.b)の関係を式(6)に代入すると、式(9)は以下ようになる。

$$\frac{d\eta}{d\xi} = -C^1 \left( \frac{a + nq_s' + q_s' \xi}{a + nq' + q' \xi} \right)^{\frac{6}{7}} \quad (24)$$

ただし、 $(0 \leq \xi = x/\ell \leq m)$ 、 $q' = \frac{q\ell}{[Q_U]_1}$ 、 $q_s' = \frac{q_s\ell}{[Q_{BU}]_1}$

よって、これを無次元表示して積分し、 $q'$ 、 $q_s'$ を適当にあたえるとマグニチュード  $i$  の縦断形が求められる。さらに、河道網形状が定まると、各マグニチュードにおける河道長  $m \times \ell$ 、外部リンクの和  $a$  と上流端までの河道総延長  $n \times \ell$  がきまるので無次元河床標高差がマグニチュードごとにもとめられ、河道網の河床高縦断形もとめられる。

同様に、式(13)(14)(15)の関係により水深、粒径、川幅もそれぞれ次のように書け、河道網に適用できる。

$$\frac{[h_{\xi}]_i}{[h_U]_i} = \frac{(1+w) \left( \frac{a+nq'+q'\xi}{a+nq_s'+q_s'\xi} \right)^{\frac{4}{7}}}{1+w \left( \frac{a+nq'+q'\xi}{a+nq_s'+q_s'\xi} \right)^{\frac{4}{7}}} \quad (25) \quad \frac{[d_{\xi}]_i}{[d_U]_i} = \left( \frac{a+nq_s'+q_s'\xi}{a+nq'+q'\xi} \right)^{\frac{6}{7}} \frac{(1+w) \left( \frac{a+nq'+q'\xi}{a+nq_s'+q_s'\xi} \right)^{\frac{4}{7}}}{1+w \left( \frac{a+nq'+q'\xi}{a+nq_s'+q_s'\xi} \right)^{\frac{4}{7}}} \quad (26)$$

$$\frac{[B_{\xi}]_i}{[B_U]_i} = (a+nq_s'+q_s'\xi) \left( \frac{[d_{\xi}]_i}{[d_U]_i} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (27)$$

式(24)~(27)の関係式を用いることにより、 $([Q_U]_i/[Q_{BU}]_i)^{4/7}$ に比例する数  $w$  と流量、流砂量の横流入量と外部リンク流入量の比  $q'$ 、 $q_s'$  が与えられれば、河道特性量（河床高、水深、平均粒径、川幅）の無次元縦断形を求め得る。しかし、 $[Q_{BU}]_i$ 、 $[Q_U]_i$  の外部リンクに関わる量や  $q$ 、 $q_s$  なる横流入という内部リンクに関わる量は、それが存在する場所の高度や地質、植生、地形、気候などさまざまな要因の違いで流域内で分布する。したがって、これらの量を分布も含めて議論する資料は直接には存在しない。このため具体流域を対象に河道網パターンや河床高縦断形を既知としてダム堆砂量や流量の資料をもとに総合的に議論することが必要になる。

図-7~図-12は図-6の河道網パターン（マグニチュード  $M=3$ ）について流量、流砂量、河床高、水深、河床砂礫の平均粒径、川幅の縦断変化を求めた一例である。本例では、流量、流砂量の横流入量と外部リンク流入量の比を  $q'=10$ 、 $q_s'=0.1$  とし、外部リンク流入量の流砂量と流量の比に関する数  $w$  は 1, 0.1, 0.01 と 3 種類の値をあてはめてみた。図では単位河道の上下流端の値を直線で結んで示している。

図-7 と図-8 は流量と流砂量の縦断変化であるが、実線部分が河道への横流入を示している。点線部分はそれぞれのリンクで増加する分で支川合流を示す。本例は極めて単純な河道網パターンについて適用しているが、流砂量に関して横流入に関する量を  $q_s'=0.1$  と小さく与えているので、実線部分での増加がごくわずかとなり、流砂量は支川合流すなわち外部リンク流入量に大きく依存している。河床高の縦断変化（図-9）は単位河道（図-1）の同条件で計算した縦断形とおおよそ似た形状を示している。水深は図-10 によると、単位河道（図-3）と同様に  $w$  が大きくなるに従い、縦断変化が小さくなるのがわかる。すなわち流砂量が少ないと、水深の縦断変化は小さくなる。平均粒径、川幅についても（図-11、12）単位河道（図-4、図-5）の結果と同様に  $w$  の値が大きくなるにつれ、すなわち流砂量が少なくなるにつれて、これらの縦断変化は大きくなるといえる。水深（図-10）と平均粒径（図-11）において支川合流点で若干の差がみられる。これは河道網形状に依存するギャップである。水深、平均粒径の縦断変化の全体的な傾向には影響のないギャップであるが、実流域に適用する際は、検討する必要がある。

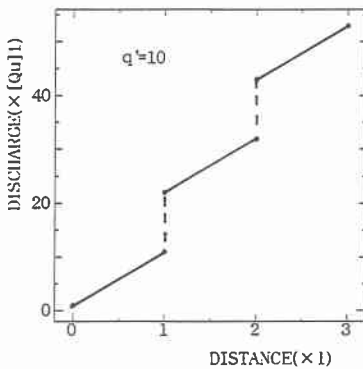


図-7 流量の縦断変化

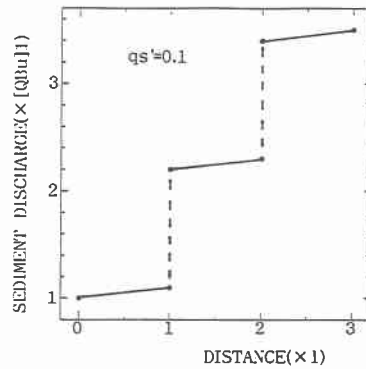


図-8 流砂量の縦断変化

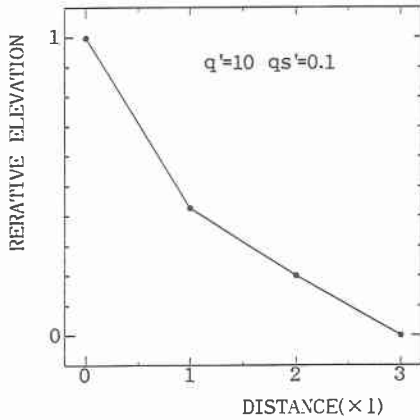


図-9 河床高の縦断変化

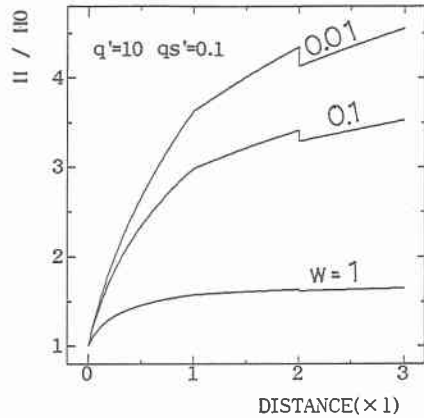


図-10 水深の縦断変化

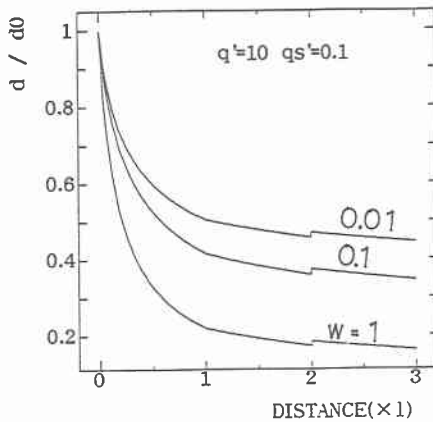


図-11 平均粒径の縦断変化

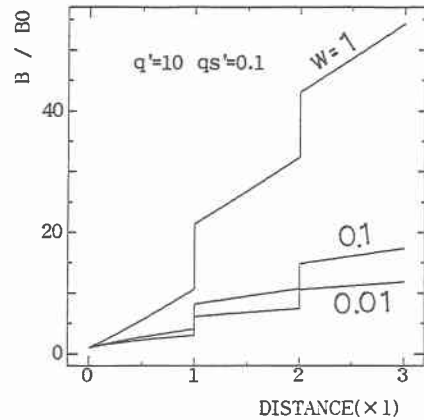


図-12 川幅の縦断変化

## 7.おわりに

以上のように支配流量と平衡河道を想定して土砂の横流入を考慮した河道諸特性量の縦断変化を求める理論を構築した。しかし、実流域に適用するには多くのパラメーターの分布特性を明らかにする必要がある。本理論のように、流量と流砂量の外部リンク流入量を一定とした場合でもそれらの横流入量の比である  $q'$ 、 $q_s'$ 、を同定する必要があり、さらに  $([Q_U]_i/[Q_{BU}]_i)^{4/7}$  に比例する数  $w$  を定める必要がある。実流域に適用するには国土数値情報から河床高縦断形を読み取り、 $q'$ 、 $q_s'$  を同定し、流量・ダム堆砂量（流砂量）の資料から河道特性諸量を求めていくことになる。

## 参考文献

- (1) 黒木幹男・板倉忠興：安定河道縦断形状に関する研究、水工学論文集第39巻、pp641-646、1995
- (2) 黒木幹男・山本徹・板倉忠興：河道網を考慮した流域土砂生産の評価、土木学会北海道支部論文報告集、1996
- (3) 池田駿介・G.Parker・千代田将明・木村義孝：直線礫床河川の動的安定形状とそのスケール、土木学会論文集、pp117-126、No.375/II-6、1986.11