

V - 39

軸対称RCスラブの非線形有限要素解析

北海道大学工学部 学生員 藤掛 寿士

北海道大学工学部 正 員 佐藤 靖彦

北海道大学工学部 正 員 上田 多門

北海道大学工学部 正 員 角田與史雄

1. はじめに

近年、材料非線形性を考慮した有限要素解析プログラムが開発され、鉄筋コンクリート(RC)部材の構造解析にも応用されることが多くなっている。しかし、RC部材に関しては、壁やはりといった2次元問題に対しては良い精度で解析できることが示されている¹⁾²⁾ものの、軸対称スラブのような3次元問題では、ひびわれ後を含めた非線形解析を精度良く解析した例は少ない。本研究では、以前より2次元問題のために開発された非線形有限要素プログラムに導入されている構成則や、3次元弾塑性構成則⁴⁾⁵⁾を組み合わせることにより、軸対称非線形有限要素解析プログラムの開発をすすめている。それらは、構成則の組み合わせかたにより何種類かにわかれるが、本研究においては、まったくひびわれかからない状態から1方向のみのひびわれ発生時には3次元ひびわれ発生基準⁷⁾を、そのあと別方向のひびわれ発生時には2次元ひびわれ発生基準を導入したプログラムを作製した。そのプログラムを用いて、曲げ補強筋およびせん断補強筋の剛性が異なる軸対称RCスラブを解析し、それらが押抜きせん断力におよぼす影響について考察した。

2. 解析プログラム

本研究で開発したプログラムは、RC部材用に開発された2次元の非線形有限要素解析プログラムを軸対称部材用に拡張したものである。鉄筋コンクリート要素の平均ひずみ-平均応力の関係を、鉄筋およびコンクリート各々の平均応力-平均ひずみの関係を重ね合わせたものとし、分散ひびわれモデルを採用している。鉄筋コンクリート要素は8節点アイソパラメトリック要素であり、応力や剛性などは9つのガウス積分点で評価される。

2.1 ひびわれ発生前の構成則

ひびわれ発生前の構成則は、前川らにより提案されている3軸応力下におけるコンクリートの弾塑性破壊モデル⁴⁾⁵⁾を用いた。このモデルにおいて、コンクリートは図1に示されるように塑性を伴った損傷を受けた連続体とみなされる。全応力は損傷を受けていない構成要素における内部応力の和として表される。また、図1において弾性ひずみは損傷を受けていない弾塑性要素の内部応力に比例し、塑性と破壊を支配する損傷を伴った連続体の内部応力強度を表している。さらに、3軸応力状態によるコンクリートの破壊と塑性に対する拘束効果は、以下の4項目にまとめられる。

A) 静水圧応力状態における破壊

体積弾性ひずみエネルギー吸収能は、拘束の程度(I_{1c})やコンクリートの損傷の程度に影響を受けず、平均応力は以下のように表される。

$$I_1 = 3K_0 I_{1c} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、

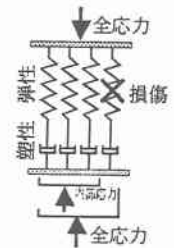
 K_0 : 体積弾性剛性


図1

B) セン断における破壊

せん断弾性ひずみ吸収能は、載荷荷重による破壊により低下する。コンクリートの連続的損傷の進展をあらわす破壊パラメータは J_{2e} , J_{3e} および I_e により規定される。

$$J_2 = 2G K(F) J_{2a} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$F: F(I_e, J_{2a}, J_{3e})$, G_0 : セン断弾性剛性

F は過去の載荷履歴中に浮けた最大値 $F_{\max}$ に等しく、 F が $F_{\max}$ を超えない限り破壊は進行しない。

C) セン断における塑性

せん断による塑性偏差量は内部せん断応力強度 (J_{2a}) により増加するが、拘束の程度の影響をうけない。

$$J_{2p} = H(J_{2a}) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、

H : 塑性硬化関数

J_{2a} は過去の載荷履歴中の最大値 $J_{2a \max}$ に等しく、 J_{2a} が $J_{2a \max}$ を超えなければ塑性は進行しない。

D) 体積における塑性

せん断塑性に関する体積塑性ひずみは、 I_e によって示される拘束の程度の影響を大きく受ける。この非線形性は体積膨張導関数 D により表される。

$$dI_{3p} = D(I_e, K) dJ_{2p} \dots\dots\dots (4)$$

式(1), (2)を解くことにより、 M マトリクスが得られる。

$$d\sigma_{ij} = M_{ijkl} d\epsilon_{kl} \dots\dots\dots (5a)$$

$$M_{ijkl} = 2G_0 K \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{1}{3} \left[(3K_0 - 2G_0 K) \delta_{ij} + 2G_0 e_{ij} U_f \left(\frac{\partial K}{\partial F} \right) \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial I_e} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial J_{2a}}{\partial J_{3e}} \right)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial J_{3e}} \right) \right\} \right] \delta_{kl} \\ + 2G_0 e_{ij} U_f \left(\frac{\partial K}{\partial F} \right) \left[\left(\frac{\partial F}{\partial J_{2e}} \right) \frac{e_{kl}}{2J_{2e}} + \left(\frac{\partial F}{\partial J_{3e}} \right) \frac{e_{ekm} e_{ilm}}{3J_{3e}^2} \right] \dots\dots\dots (5b)$$

ここで、

$$F = F_{\max} \text{ かつ } dF \geq 0 \text{ ならば } U_f = 1$$

$$\text{そうでなければ } U_f = 0$$

式(3), (4)を解くことにより、 L マトリクスが得られる。

$$d\epsilon_{pi} = L_{ijkl} d\epsilon_{kl} \dots\dots\dots (6a)$$

$$L = \left(\frac{e_{ij}}{J_{2e}} + D \delta_{ij} \right) \left(\frac{dH}{dJ_{2e}} \right) \frac{U_p e_{kl}}{2J_{2e}} \dots\dots\dots (6b)$$

ここで、

$$J_{2a} = J_{2a \max} \text{ かつ } dJ_{2a} \geq 0 \text{ ならば } U_p = 1$$

$$\text{そうでなければ } U_p = 0$$

これらと全ひずみを表す下記の式(7)により、増分構成式ができあがり、弾塑性および破壊のマトリクスは式(8)のようになる。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{eij} + d\epsilon_{pij} \dots\dots\dots (7)$$

$$d\{\sigma\} = [M] ([I] + [L]) d\{\epsilon\} \dots\dots\dots (8)$$

2.2 ひびわれ発生基準

本研究においては、2種類のひびわれ判定基準を用いている。発生するひびわれは、 rz 面に対して垂直に入る周方向ひびわれと、 $r\theta$ 面および $z\theta$ 面に対して垂直に入る半径方向ひびわれの2種類にわけられる(図 2.1)。まったくひびわれていない状態においてひびわれの発生を判定する場合には3次元用のひびわれ発生基準を用い、1方向のみのひびわれが入った状態で、さらに別方向のひびわれの発生を判定する場合には2次元用のものを用いた。

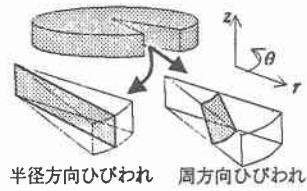


図 2.1

2.2.1 3次元用ひびわれ発生基準

Ottosen による4パラメータモデル⁷⁾を使用した。このモデルは、右に示すような不偏量 I_1 , J_2 , θ の関数で表される。

$$f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = a \frac{J_2}{f_c^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_c^2} + b \frac{I_1}{f_c^2} - 1$$

ひびわれは、各ガウス積分点において上記の関数 f が 0 以上となる時に発生するものと規定した。その際、ひびわれは3つの主応力(引張を正とする)のなかの最大主応力の方向に直交する平面にはいるものとした(図 2.2)。なお、最大主応力が2つ存在する場合、2方向に同時にひびわれが発生するものとした。

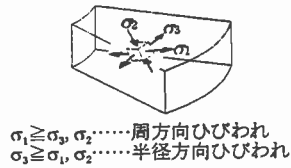


図 2.2 ひびわれの発生方向

2.3.2 2次元用ひびわれ発生基準

1方向のみにひびわれが発生した後は、そのひびわれ面内において2軸応力下のひびわれ発生基準を適用した。2軸応力下でのコンクリートの破壊包絡線としては、圧縮－引張領域については二羽モデル¹⁾、引張－引張領域については青柳・山田モデル¹⁾を採用した。このモデルでは、コンクリートに生じる応力がひびわれ発生基準に達しても直ちにひびわれが発生するのではなく、塑性の影響を考慮し、主ひずみがその限界ひずみに達したときにひびわれが発生するものとしている。当モデルでは、その限界引張ひずみをコンクリートの応力が破壊包絡線に達したときの主ひずみの2倍としている。

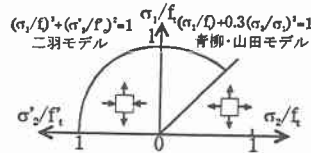


図 2.3 破壊包絡線

2.3 ひびわれ発生後の構成則

2.3.1 周方向ひびわれのみ発生後の構成則

ひびわれ直角方向の応力は、 rz 平面における引張剛性モデル¹⁾とせん断伝達モデル¹⁾の重ね合わせで算定する。ひびわれ界面におけるせん断力については、せん断伝達モデルを適用する。ひびわれ面内方向の応力は、ひびわれていない2次元問題として平面応力構成則¹⁾を適用する (図 2.4(1))。

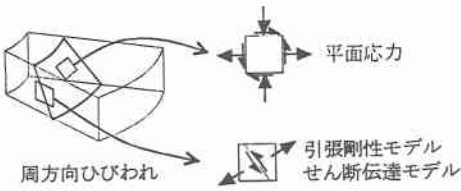


図 2.4(1) 周方向ひびわれのみ発生後の構成則

2.3.2 半径方向ひびわれのみ発生後の構成則

ひびわれ直角方向 (θ 方向) の応力は、 θ 平面における引張剛性モデル¹⁷⁾で算定し、ひびわれ面 (η) 内は平面応力構成則を適用する。

2.3.3 2方向ひびわれ発生後の構成則

2 方向のひびわれが同時に発生した場合または第 1 のひびわれが発生した後に第 2 のひびわれが発生した場合は、周方向ひびわれ直角方向(x 方向)の応力は、 yz 平面における引張剛性モデル¹⁾とせん断伝達モデル¹⁾の重ね合わせで算定する。周方向ひびわれ界面におけるせん断力については、せん断伝達モデルを適用する。半径方向ひびわれ直角方向(θ 方向)の応力は、 yz 平面における引張剛性モデル¹⁾で算定し、双方のひびわれに平行な方向の応力は圧縮剛性モデルを適用する。

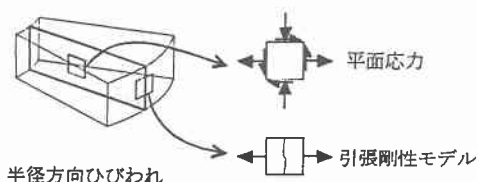


図 2.4(2) 半径方向ひびわれのみ発生後の構成則

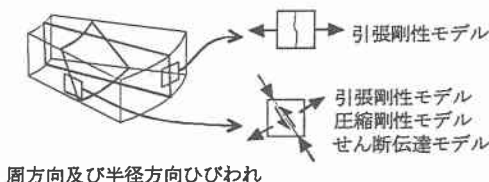


図 2.4(3) 2方向ひびわれ発生後の構成則

2.3.4 平面応力構成則

1 方向のみのひびわれ発生後のひびわれに平行する面内では、前川・岡村の 2 次元弾塑性破壊モデル¹⁾を用いて応力を計算する。このモデルにおいて、等価応力ー等価ひずみの関係は次のように初期弾性係数、破壊パラメータおよび等価弾性ひずみによって定式化されている。等価弾性ひずみは等価全ひずみから等価塑性ひずみを引いたものであり、等価塑性ひずみは応力が 0 となったときの等価ひずみとされる。破壊パラメータは除荷過程における弾性係数の低下を現わす。また、等価ひずみが過去の荷重履歴の最大値を超えない限り、等価塑性ひずみも破壊パラメータも進行しないと仮定されている。

$$S = E_0 K E_t$$

$$= E_0 K (E - E_b) \dots \dots \dots (9)$$

ここで, S : 等価応力, E : 等価全ひずみ, E_e : 等価弾性ひずみ, E_0 : 初期弾性係数, K : 破壊パラメータ, E_p : 等価塑性ひずみ

等価応力は平面応力状態における作用応力レベルを現わす指標であって、以下に示すように平均応力と偏差応力の関数として表される.

$$S = \sqrt{(a\sigma_m)^2 + (b\tau_d)^2} \dots\dots\dots(10)$$

a, b : 定数

$$\sigma_m = \sqrt{2} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} : \text{平均応力}$$

$$\tau_d = \sqrt{2} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} : \text{偏差応力}$$

 σ_1, σ_2 : 主応力($\sigma_1 \geq \sigma_2$)

等価ひずみはひずみレベルを表す指標であり、平均ひずみと偏差ひずみとで表される。

$$E = \sqrt{(\alpha \epsilon_m)^2 + (d \gamma_d)^2} \dots\dots\dots (11)$$

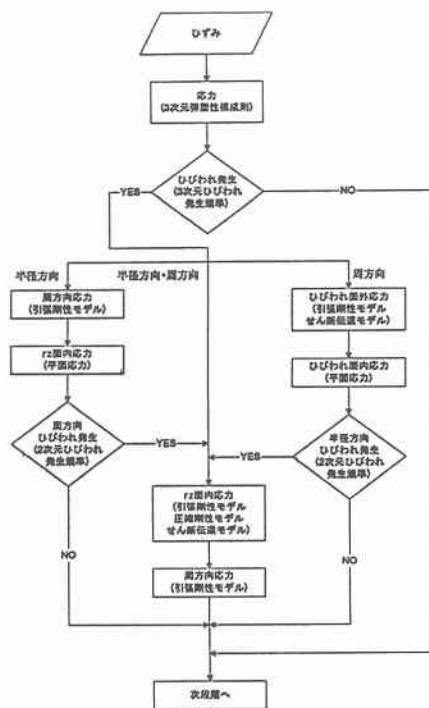


図2.5 応力算出フロー

c, d: 定数

$\varepsilon_m = \sqrt{2} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$: 平均ひずみ

$\gamma_d = \sqrt{2} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$: 偏差ひずみ

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$: 主ひずみ($\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2$)

図 2.5 に、ひずみから応力を算出するまでの概略計算フローを示す。

3 解析結果

3.1 供試体

形状はスパン 1000mm、スラブ厚 100mm、有効高さ 75mm の円形スラブとし、要素分割図は図 3.1 に示されている。なお、スパン中央には載荷板として直径 200mm の円形鋼板要素を設け、中央に強制変位を与えることによって載荷した。各供試体のパラメータを表 1 に示す。

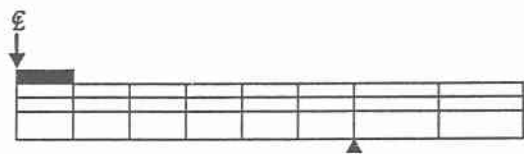


図 3.1 要素分割図

表 1 解析供試体

供試体	コンクリート	補強鉄筋				
	圧縮強度 f_c (MPa)	弾性係数 E_s (GPa)	降伏強度 E_s (MPa)	引張強度 f_t (MPa)	曲げ補強筋比 ρ_b (%)	せん断補強筋比 ρ_t (%)
1	29.2	176	343	519	1.454	0.00
2	29.2	176	343	519	3.091	0.00
3	29.2	176	343	519	1.454	0.45
4	29.2	176	343	519	1.454	1.08

供試体 1 と 2 では曲げ補強筋比を、3 と 4 ではせん断補強筋比を変化させた。

解析結果として、供試体 1, 2 の荷重－変位曲線を図 3.2 に、供試体 1, 3, 4 の荷重－変位曲線を図 3.3 に示す。

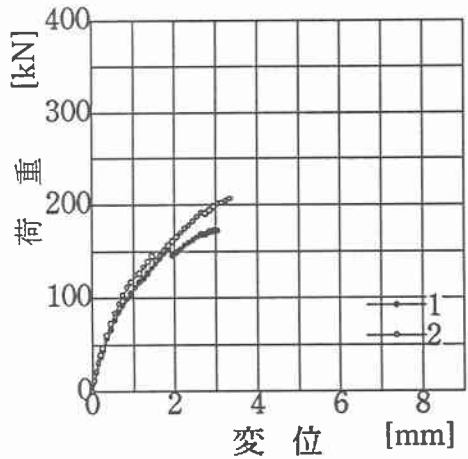


図 3.2

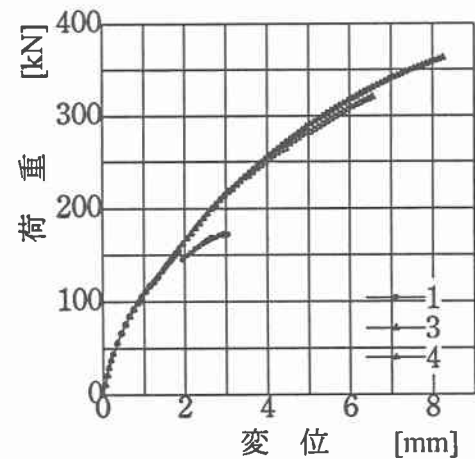


図 3.3

3.2 曲げ補強筋の影響

ここでは、供試体 1, 2 の解析結果から、押抜きせん断力に及ぼす曲げ補強筋比の影響を考察する。図 3.2 に示される解析結果より、曲げ補強筋比が大きくなることにより、剛性が増加するとともに、耐力も増加することが確認できる。

3.3 せん断補強筋の影響

供試体 3, 4 は、せん断補強筋を配置していない供試体 2 に、せん断補強筋を配置したものである(表 1)。これらの供試体の解析結果は図 3.3 に示されており、せん断補強筋比が大きくなることによって、耐力が増加することが確認された。しかし、剛性に関しては、せん断補強筋比による大きな差異は認められなかった。

4 まとめ

曲げ補強筋比と同様に、せん断補強筋比が増加することにより、押抜きせん断耐力は増加する。ただし、今回解析した供試体のせん断補強筋比の範囲では、剛性の増加は認められなかった。

5 おわりに

はじめに述べたとおり、軸対称問題を含め、3 次元問題に対する、ひびわれ後も追跡可能な RC の非線形有限要素解析を精度良くおこなうことはまだ難しい段階にある。本研究においても、プログラムには応力レベルで精度の問題が残っており、現在のところは定性的な判断のみを報告するにとどまっているというのが実状である。しかし、修正を加えるたびに少しづつではあるが精度が改善されており、今後も信頼性のあるプログラムの完成のために努力していきたいと考えている。

参考文献

- 1) 岡村 甫・前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則，技報堂出版，1991年5月
- 2) 申鉉穆：繰り返し面内力を受ける鉄筋コンクリート部材の有限要素解析，東京大学大学院学位論文，1988年6月
- 3) ナレス パンタラトーン：鉄筋コンクリート梁におけるせん断抵抗機構の有限要素解析，東京大学大学院学位論文，1991年3月
- 4) MAEKAWA Koichi, TAKENAKA Junichi, Paulus IRAWAN and IRIE Masaaki : Continuum Fracture in Concrete Nonlinearity under Triaxial Confinement, 土木学会論文集, pp.113-122, 1993年2月
- 5) MAEKAWA Koichi, TAKENAKA Junichi, Paulus IRAWAN and IRIE Masaaki : Plasticity in Concrete Nonlinearity under Triaxial Confinement, 土木学会論文集, pp.123-130, 1993年2月
- 6) MAEKAWA Koichi, TAKENAKA Junichi, Paulus IRAWAN and IRIE Masaaki : Triaxial Elast-Plastic and Fracture Model for Concrete, 土木学会論文集, pp.131-138, 1993年2月
- 7) Ottosen, N. S. : A Failure Criterion for Concrete, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, pp.527-535, 1977年8月