

I-87

寒冷地道路トンネルにおける地山熱定数の同定と考察

北海道大学 工学部工学研究科 学生会員 岡原 貴司
 (株)地崎工業 技術開発部 正会員 須藤 敦史
 北海道大学 工学部土木工学科 フェロー会員 三上 隆
 北海道大学 工学部土木工学科 正会員 荻澤 憲吉

1. はじめに

寒冷地における道路トンネルは、冬期間の凍上防止のために断熱材を施工する例が多くなっており施工性・経済性の観点からその合理的な設計が課題となっている。しかし、断熱材の設計厚さはトンネル周辺地山の熱定数(熱伝導率・熱容量)に大きく依存し、かつ熱定数等は空間的なばらつきや不均質性を示すものである。そこで、著者らは断熱材の設計に関する資料収集のため、拡張カルマンフィルタ¹⁾を基本とした手法(EK-WLI法)²⁾を用いて地山熱定数を実際の温度履歴より推定する研究^{3), 4)}を行っている。

そこで本報告は、推定値による熱伝導解析値と実際の地山温度履歴を比較することにより、覆工コンクリートに対する熱伝達率や季節による熱の流れ状況の考察を行っている。

2. 解析手法の概要

地盤定数等は不均質性を示す量であり、加えて観測値は誤差を有する値である。そこで拡張カルマンフィルタは、未知量のばらつきと観測誤差をそれぞれに含まれるガウシ性のノイズ^{*}で表現し、その特性は平均と分散(共分散)で表される量と定義した、非線形連続型状態方程式(1)と非線形離散型観測方程式(2)より構成される。加えて状態量の事前情報(初期推定値・初期共分散値)与えられるものとして、事後情報(観測値)が得られる度に確率密度関数を更新して、その期待値を推定する逐次型の手法である。

$$\frac{dx_t}{dt} = f(x_t, t) + G_t w_t \quad (1)$$

$$y_{tk} = h(x_{tk}, t_k) + v_{tk} \quad (2)$$

x_t, x_{tk} : 連続型・離散型状態量, G_t : 変換行列

w_t, v_{tk} : システム・観測ノイズ^{*}, y_{tk} : 観測量

$$E\{w_t\} = 0, E\{w_t w_t^T\} = Q_t, E\{v_{tk}\} = 0, E\{v_{tk} v_{tk}^T\} = R_{tk}$$

ここで観測値 y_{tk} が得られた時の x_t が起こる条件付き確率密度関数はベイズ^{*} 定理より次式となる。

$$p(x_t | y_{tk}) = \frac{p(y_{tk} | x_t) p(x_t)}{p(y_{tk})} \quad (3)$$

この式(3)を最大にする $\hat{x}_t$ が最適推定値であり、以下の目的関数 θ を最小にする $\hat{x}_t$ を求めればよい。

$$\theta = -\frac{1}{2} \{ (x_t - \bar{x}_t)^T P_t^{-1} (x_t - \bar{x}_t) + (y_{tk} - H_t x_{tk})^T R_{tk}^{-1} (y_{tk} - H_t x_{tk}) \} \quad (4)$$

そこで観測値が得られる度に基本式(1), (2)を推定状態量の近傍で線形化し、ガウス・ニュートン法による繰り返しアルゴリズムを構成したものが、拡張カルマンフィルタの漸化式である。

拡張カルマンフィルタは式(4)の右辺第1項(事前情報)と第2項(事後の観測情報)をバランサせて最小とする x_t を最適推定値としている。しかし線形化による推定誤差と推定誤差共分散行列値 P_{tk} が減少する弊害を有する²⁾。そこで、これらの要因を抑制する推定誤差共分散行列に重み W を乗じた手法を用いている。

$$P_{tk} = W \cdot P_{tk-1} \quad (5)$$

W : 重み ($W > 1$)

この修正アルゴリズムは、初期推定(事前情報)誤差の影響を早期に解消した後に、観測情報を重視した最尤法による推定に順次移行するものである。

$$\theta_1 = -\frac{1}{2} \{ [y_{tk} - h(\hat{x}_{tk})]^T R_{tk}^{-1} [y_{tk} - h(\hat{x}_{tk})] \} \quad (6)$$

θ_1 : 目的関数(最尤法)

次に、トンネル周辺地山や断熱材、覆工コンクリートの温度履歴は三次元問題として取り扱うべきであるが、解析を簡略化するため一次元問題とする。加えて非定常熱伝導方程式の空間方向の離散化には有限要素法を採用し、要素内の温度分布は線形的に変化すると仮定している。また時間方向に対する離散化には無条件安定なスキームのCrank-Nicolson法を用いている⁵⁾。

したがって、式(7)に示す非定常熱伝導有限要素式が得られ、初期条件と境界条件が与えられれば未知節点の温度履歴が求められる。

$$\left[\frac{[K_{uu}]}{2} + \frac{[C_{uu}]}{\Delta t}\right]\{T_u\}_{N+1} = \left[\frac{[C_{uu}]}{\Delta t} - \frac{[K_{uu}]}{2}\right]\{T_u\}_N + \frac{1}{2}\{\{P_u\}_{N+1} + \{P_u\}_N\}, N = 0, \Delta t, 1 \cdot \Delta t, \dots \tag{7}$$

Δt : 時間刻み

いま、各地山要素の熱伝導率 k_e と熱容量 $(\rho c)_e$ を拡張カマフィルタの状態(未知)量とし、これらが定常性を示すものとする、式(1)は以下になる。

$$x_{ik+1} = [I]x_{ik} + w_{ik} \tag{8}$$

また、式(7)において一部節点 n_1 の温度履歴が観測されるものとする、式(2)の観測方程式は以下となる。

$$y_{ik} = \{T_u\}_{N+1}^{n_1} + v_{ik} \tag{9}$$

n_1 : 観測節点数($n_1 < n$)

$$\therefore \{T_u\}_{N+1} = \left[\frac{[K_{uu}]}{2} + \frac{[C_{uu}]}{\Delta t}\right]^{-1} \left(\left[\frac{[C_{uu}]}{\Delta t} - \frac{[K_{uu}]}{2}\right]\{T_u\}_{N+1} + \frac{1}{2}\{\{P_u\}_{N+1} + \{P_u\}_N\} \right)$$

ここで、拡張カマフィルタでは基本式を推定点 $\hat{x}_k$ のまわりで線形化(1次)した変換行列が必要となるが、状態方程式(8)は線形なため観測方程式(9)を偏微分した変換行列 $M\{t_k; \hat{x}(t_k)\}$ を求めなければならない。

$$M[t_k; \hat{x}(t_k)] = \left[\frac{\partial h_t(x_t)}{\partial x_t} \right]_{x_t = \hat{x}_k} \tag{10}$$

しかし、観測方程式は非定常熱伝導有限要素式で構成されるため、変換行列を算出する手順は煩雑となる。そこで差分近似を用いて変換行列を求める⁶⁾ことにより、拡張カマフィルタと非定常熱伝導有限要素法による地山の熱伝導率 k_e と熱容量 $(\rho c)_e$ の推定が可能となる。

3. 実観測値による地山熱定数の推定

一般国道37号豊浦町礼文華トンネルで観測された温度履歴と覆工コンクリート地山の熱伝導解析により、地山の熱伝導率 k と熱容量 (ρc) の推定を行うが、本トンネルでは断熱材の施工がなされていないため覆工コンクリート-地山をFig. 1に示す6領域(要素分割数72)に分割した解析モデルを用いる。

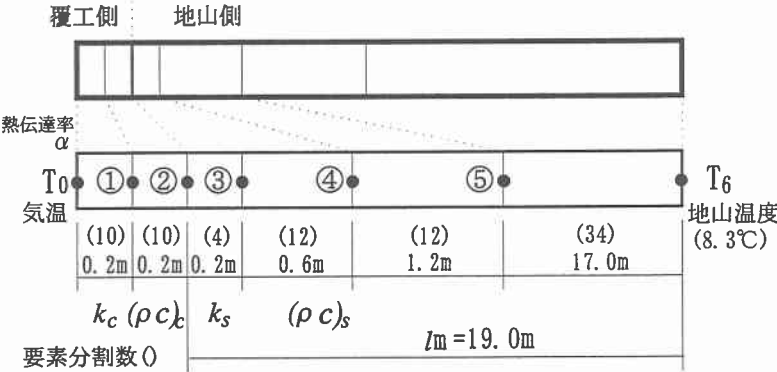


Fig. 1 解析モデルと温度観測点

ここで、冬期・夏期の観測温度履歴をFig. 2(a), (b)に示す。なお熱定数の推定には、冬期はNo. ①～⑤までの5点の温度履歴、夏期ではNo. ④が欠損しているため④を除く4点の温度履歴を用いている。加えて、トンネル内空側の温度 T_0 は観測気温、地山深部の定常温度は付近の平均気温 $T_6 = T_m (8.3^\circ C)$ 、 $l_m = 19.0m$ としている。

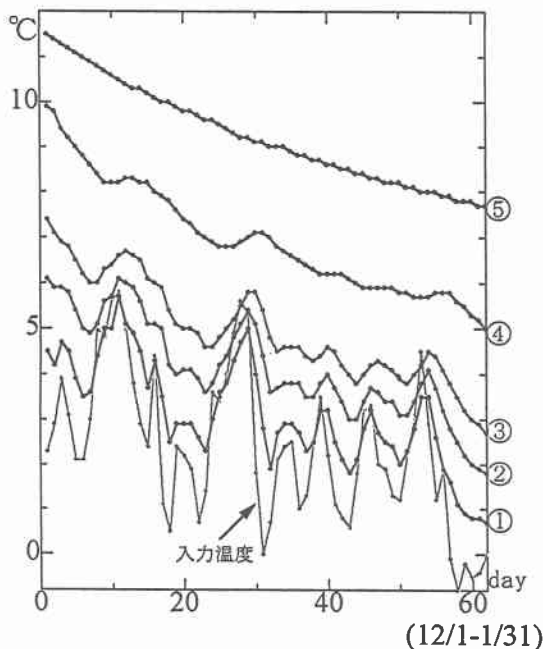


Fig. 2(a) 観測温度履歴(冬期間)

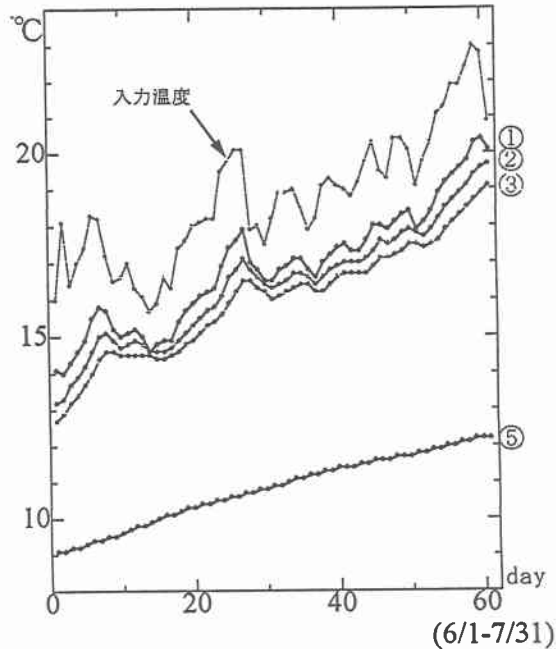


Fig. 2(b) 観測温度履歴(夏期間)

3.1 覆工に対する熱伝達率 α と熱伝導係数 $(k)_c$ の影響

トンネル内空側の温度 T_0 は覆工コンクリート表面の正確な測定値ではないため、空気層と覆工面の熱伝達率 α が熱伝導解析に影響を及ぼすおそれがある。そこで熱伝達率 α の変化が解析に与える影響を検討する。加えて、夏期ではトンネル内の湿度が上昇し、覆工コンクリートの含水率による熱伝導率の変化が懸念されるため、設定する熱伝導率を $(k)_c = 1.0 \sim 2.0$ に変えて推定を行った結果をTable 1に示す。

Table 1 熱伝達係数による推定値

熱伝達率\同定値・残差	熱伝導率(k)s	熱容量(ρc)s	mP(残差)	
Winter 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.0	5	1.0	280	10.64
	10	1.0	340	4.18
	20	1.1	380	2.83
	50	1.1	400	1.87
	100	1.1	410	1.67
	∞	1.1	420	1.56
Summer 覆工(ρc)c=400 (k)c=1.0	5	1.1	360	10.45
	8	1.1	420	7.45
	10	1.1	450	7.20
(k)c=1.5	5	1.2	460	5.73
	8	1.3	570	5.14
	10	1.3	610	5.64
(k)c=2.0	5	1.2	540	3.71
	8	1.4	680	4.49
	10	1.4	750	5.86

ここで、本解析では推定誤差共分散行列に重み W を乗じているため、推定値の評価には得られた推定値に再現温度と観測温度の残差とする評価関数 P を用いている。

$$P = \frac{1}{mn_1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_1} (T_{ij} - T_{ij}^*)^2 \quad (11)$$

m : 日数(日), n_1 : 観測点数
 T : 再現温度, T^* : 観測温度

Table 1より、冬期では覆工コンクリートの熱伝達率 α を大きく設定するにしたがい再現値の残差 mP は小さくなり解析精度は向上している。このことより冬期間のトンネル内では空気層が激しく移動している状態が推測される。また、夏期では覆工コンクリートの熱伝導率 $(k)_c$ を夏期に比べて大きく設定し、かつ空気層と覆工表面の熱伝達率を小さくした場合の残差 mP が最も小さい。これより、夏期ではトンネル内空側の空気層はあまり移動していない、かつ湿度により覆工コンクリートの熱伝導率が変化している

状況が推測される。したがって、地山の熱伝導率と熱容量を正確に推定をするには、観測値の得られた季節や観測点の状況を考慮して、空気層と覆工表面の熱伝達率 α と覆工コンクリートの熱伝導率を設定しなければならない。

3. 2層モデルによる逆解析

実際のトンネルでは覆工境界部付近は掘削や長期にわたる凍害などにより変質し、境界部付近と深部ではその熱特性が異なる場合が多い。したがって実際の状況に則したモデルを用いることが解析精度を保つために必要となる。そこで、2つの異なる地山熱定数を設定し推定を行った。なお境界面深度は覆工背面より0.5(m)と1.0(m)

Table 2 地山2層モデルによる推定値

境界(m) \ 同定値・残差		熱伝導率(k)s	熱容量(ρc)s	mP (残差)
Winter 覆工(ρc) $c=400$ (k) $c=1.0$ $\alpha=\infty$	0.5	(1層目) 1.1	310	1.37
		(2層目) 1.2	450	
	1.0	(1層目) 1.2	290	1.32
		(2層目) 1.5	480	
Summer 覆工(ρc) $c=400$ (k) $c=1.5$ $\alpha=5$	0.5	(1層目) 1.2	330	2.72
		(2層目) 0.9	510	
	1.0	(1層目) 1.1	530	3.23
		(2層目) 0.6	400	

とし、観測値は全観測点の値を用いている。結果をTable 2に示す。Tableより2層目(深部層)における熱伝導率・熱容量の推定値は、1層モデルによる推定値に近い値が得られ、加えて再現値の残差も最も小さい値を示している。このことより地山の熱定数の分布は2層に別れている可能性が大きい。解析モデルにおける境界面の設定などの課題は残る。ここで層境界面0.5(m)の温度履歴再現値と観測値をFig. 2(a), (b)に示す。

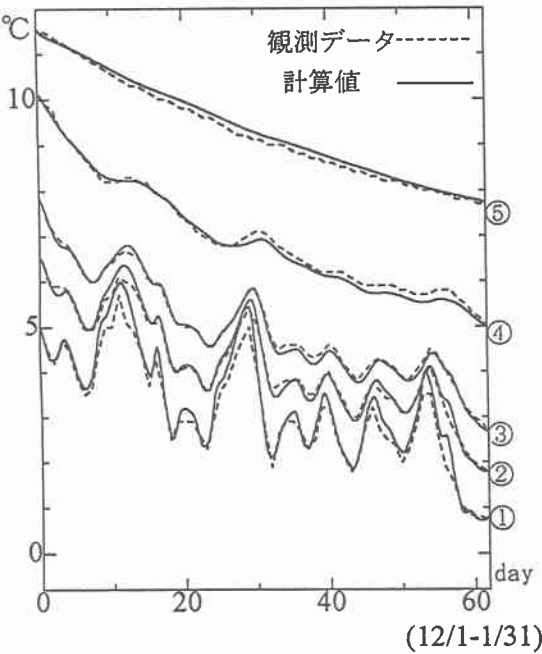


Fig. 2(a) 地山2層モデルによる再現値(冬期)

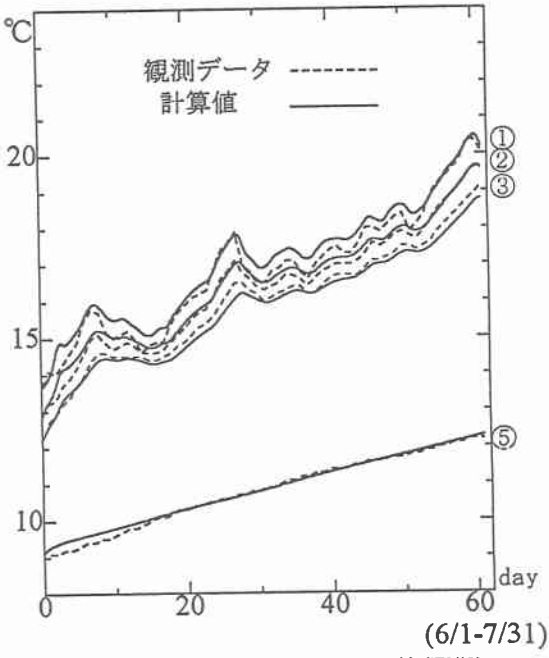


Fig. 2(b) 地山2層モデルによる再現値(夏期)

4. 結論

トンネル周辺地山の熱伝導率・熱容量の逆解析的な推定より、空気層-覆工コンクリート-地山の熱伝導状態の把握ができ、覆工コンクリートに対する熱伝達率や熱伝導率の推定も可能となった。加えて複数の地山熱伝導率・熱容量の推定が行えるが境界面の設定などの課題も多い。

参考文献

- 1) A.H.Jazwinski: Stochastic Process and Filtering Theory, Academic Press,1970.
- 2) 須藤敦史・星谷勝:拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案,土木学会論文集,No.437/1-17, pp.203~211,1991.
- 3) 斎藤知秀・三上 隆・須藤敦史:拡張カルマンフィルタを用いたトンネル地山の熱定数の予測,土木学会北海道支部論文報告集, 第51号, 1-23,pp.110-115,1995.
- 4) 斎藤知秀・三上隆・須藤敦史:拡張カルマンフィルタを用いたトンネル地山の熱定数の予測,土木学会第51回年次学術 講演会概要集, CS-25,pp.50-51,1996.
- 5) 芳村仁・三上隆・小山田欣裕:寒冷地道路トンネルの地山温解析(非定常熱伝導解析),土木学会北海道支部論文報告集, 昭和63年度,pp.109-112,1988.
- 6) W.G.-W.Yeh: Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology (The Inverse Problem), Water Resources Research,22(2),pp.95~108, 1986.