

I-86

確率論手法による未観測点の気温推定

(株)地崎工業 技術開発部 正会員 渋谷 卓
 北海道大学 工学部工学研究科 学生会員 岡原 貴司
 (株)地崎工業 技術開発部 正会員 須藤 敦史
 北海道大学 工学部土木工学科 フェロー会員 三上 隆

1. はじめに

寒冷地において新規に施工されるトンネルでは、冬期間の地山や地下水の凍上防止の目的で一次覆工と二次覆工の間に断熱材を施工する例が多くなっている。断熱材の設計ではトンネル覆工・断熱材・周辺地山を一次元非定常熱伝導モデルで近似して計算を行う場合が多いが、覆工・断熱材および周辺地山における温度分布はそれぞれの熱伝導率・熱容量やトンネル内・外気温に左右される^{1), 2), 3)}。したがって、断熱材の合理的な設計にはトンネル計画地点の正確な最低気温が必要となる。しかし、トンネル計画地点の最低気温はその位置・地形的な条件や経済的な理由により観測が難しい場合が生じ、信頼性の高い断熱材の設計計算が行えないのが現状である。そこで本研究では既存の観測気温からトンネル計画地点の最低気温を推定(補間)する手法の基礎検討を数値解析により試みている。

2. 未観測点における最低気温の推定

断熱材の設計精度はその入力値となる気温の精度に左右されるため、最低気温の正確な推定が必要となる。しかしトンネル計画地点での気温観測は経済的に負担が大きいため、何らかの方法により代替しなければならない。そこで7ヶ所の観測値を利用して最低気温が正確に推定できれば、経済的な効率化も計られかつ断熱材の設計精度が向上する。

既存の観測値を用いて未観測点の値や空間的な分布特性を推定する手法としてKriging⁴⁾があげられるが、この手法では対象領域の平均値や分散値・共分散値等の空間分布特性が既知であることが前提条件となる。しかし、実際の問題では観測数が少ないなどに理由により、事前に対象領域の平均値や分散値・共分散値を把握することは難しい。そこで、Krigingを基本としたVariogramを用いた手法^{5), 6)}により、未観測点の最低気温の推定を行う。

2.1 Variogramを用いた推定

Variogramを用いた推定法では、対象領域内における気温変動 $z(x)$ を本質的に定常性を有する標本場(Intrinsic Random fields)における値と定義し、加えて場の平均値 m_z は未知、Variogram $\gamma(d_{ij})$ は観測点 i, j の2点間距離(d_{ij})のみの関数として既知としている。したがって、対象とする領域において観測点間のVariogram $\gamma(d_{ij})$ (距離相関特性)が得られれば、未観測点における最低気温の推定が行える。

$$E[z(x)] = m_z \quad (1)$$

$E[X]$: X の期待値

$$2\gamma(d_{ij}) = \text{var}[z(x_i) - z(x_j)] = E[z^2(x_i)] - 2E[z(x_i)z(x_j)] + E[z^2(x_j)] \quad (2)$$

$$E[z(x_i)z(x_j)] = \frac{1}{2}E[z^2(x_i)] + \frac{1}{2}E[z^2(x_j)] - \gamma(d_{ij}) \quad (3)$$

Variogramでは式(4)に示すように、未観測点(x_r)における気温の推定値 $z^*(x_r)$ が既観測点の気温 $z(x_i)$ の線形和として表されるとしている。

$$z^*(x_r) = \lambda_0(x_r) + \sum_{i=1}^N \lambda_i(x_r)z(x_i) \quad (4)$$

$\lambda_i(x_r)$: 未観測点における値を推定する係数, N : 観測点数

ここで、式(4)が不偏推定式となるためには、式(5)を満足しなければならず場の期待値は式(6)となる。

$$E[z^*(x_r)] = E[z(x_r)] \quad (5)$$

$$m_z = \lambda_0(x_r) + \sum_{i=1}^N \lambda_i(x_r)m_z \quad (6)$$

Estimation of Periodic Change Temperatures using Stochastic method

By Taku SHIBUYA, Takashi OKAHARA, Atsushi SUTOH and Takashi MIKAMI

加えて式(6)が場の平均値 m_z によらず成立するには、以下の条件が必要となる。

$$\lambda_0(x_r)=0 \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(x_r)=1 \tag{8}$$

よって、式(7)、(8)より式(4)は次式となる。

$$z^*(x_r)=\sum_{i=1}^N \lambda_i(x_r)z(x_i) \tag{9}$$

したがって、式(9)の各重み係数 $\lambda_i(x_r)$ が決定されれば、未観測点の最低気温は推定される。

次に、推定値の誤差分散値が最小になるようにすると式(9)は式(10)となる。ここで重み係数 $\lambda_i(x_r)$ は、既観測値からのVriogram $\gamma(d_{ij})$ と式(10)、式(8)を解くことで求められる。

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(x_r)\gamma(d_{ik})+\mu(x_r)=\gamma(d_{kr}), \quad k=1,2,\cdots,N \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(x_r)=1$$

ここで、対象場のVriogram $\gamma(d_{ij})$ を観測値より正確に求めることが重要となる。

2.2 観測位置

図-1に示す北海道中部に計画されたトンネルにおける坑口の気温変動を推定した。この解析における既観測点はトンネル周辺における上川、東川、白滝、滝上7㍊、計4地点の観測気温を用いている。

Variogramでは対象領域が本質的に定常性を有する標本場であり、加えて観測値の関係は2点間距離で定義している。しかし、観測点の位置は3次元的でありかつ標高差による気温差や局所的な気象変動などを有する値であるため、トレンドや非定常による影響の除去が難しい。そこで、2地点の標高差による気温差のみを式(11)に示すような関係式を用いて除去する。

$$\Delta z=0.6\times\Delta h/100 \tag{11}$$

Δz :気温差, Δh :標高差(m)

したがって、7㍊の観測値には局所的な影響による非定常性を有する値が含まれていると考えられるが、本解析では100km×100km程度の領域においては近似的に定常性は成立すると仮定している。

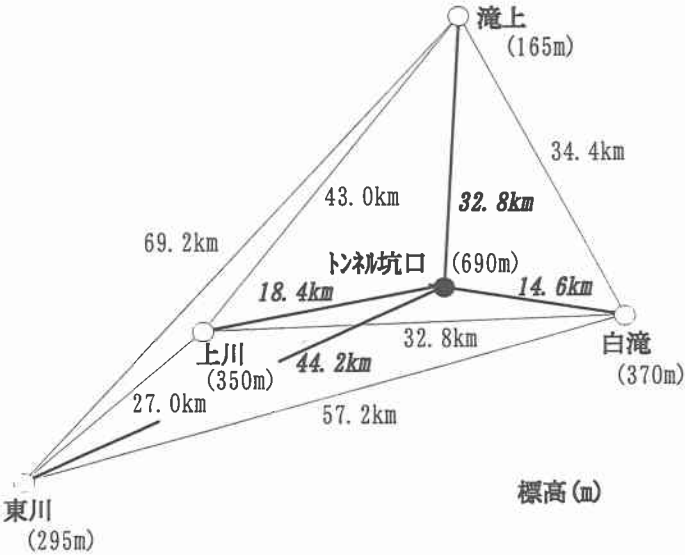


Fig.1 観測位置図

3. 実観測値による最低気温の推定

7メタスの各観測気温 $z(x_i)$, ($i=1,2,\dots,N$)より、標本場の2点間のVariogram $\gamma(d_{ij})$ を以下の式で推定する。

$$d_a = \frac{1}{N(a)} \sum_{i=1}^{N(a)} d_{ij} \quad (12)$$

$$\gamma(d_a) = \frac{1}{2N(a)} \sum_{i=1}^{N(a)} [z(x_i) - z(x_j)]^2 \quad (13)$$

ここで、任意の2観測点 (x_i, x_j) の距離が $(a+1) \times d$ から $a \times d$ 間($a=1,2,\dots$)のある組数を $N(a)$ であり、離散距離 d は2kmとしている。各観測値よりExperimental Variogram $\gamma(d_{ij})$ を求め、得られた離散値をもとに式(23)に示す指数関数式よりTheoretical Variogram $\gamma(d)$ を推定した図-2に示す

$$\gamma(d) = \sigma_z^2 [1 - \exp(-\frac{d}{L_v})] \quad (14)$$

L_v : Variogramの相関距離

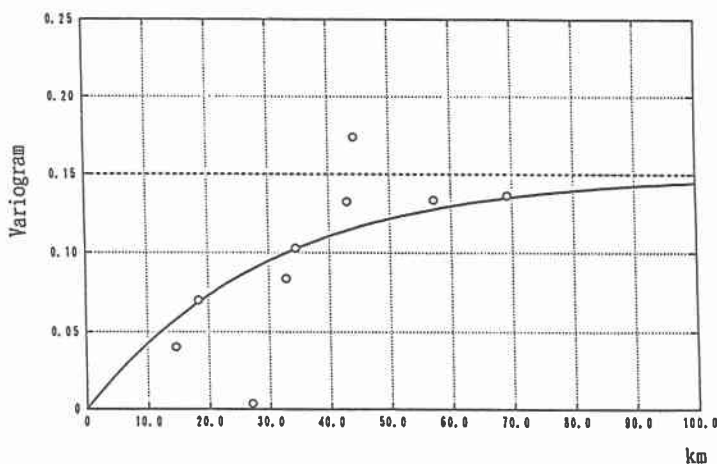


Fig.2 Variogramの推定値

ここで、Variogramの相関距離 L_v は60kmとなった。また本解析では観測点が少ないため場の統計的性質を算定することができないが、求めたVariogramより標本場の分散が推定される。

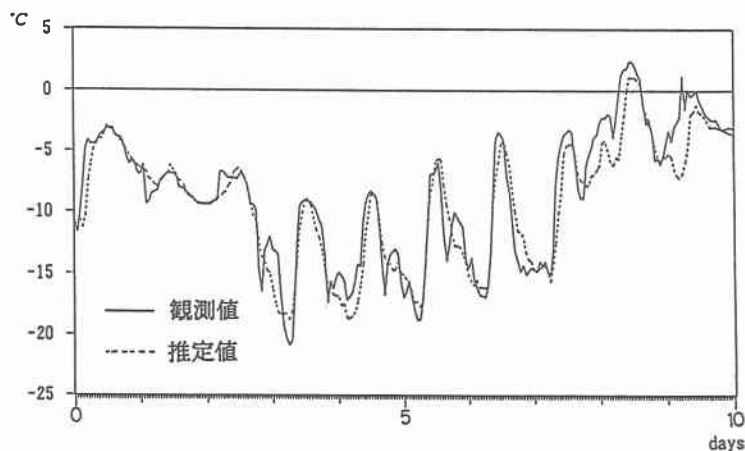


Fig. 3(a) 最低気温の推定値(1)

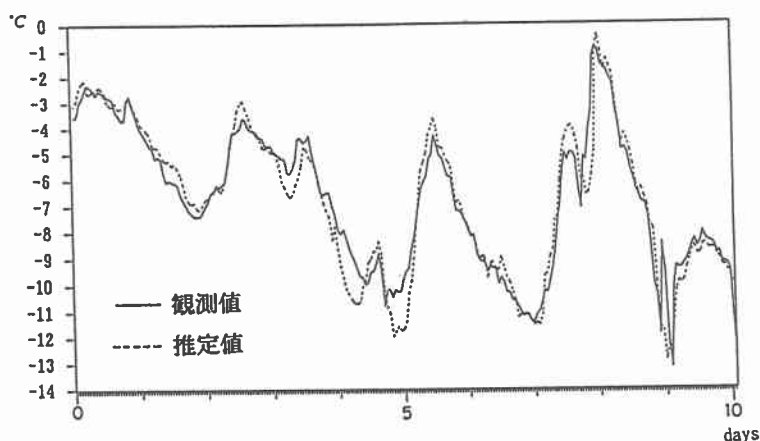


Fig.3(b) 最低気温の推定値(2)

各7マス目の観測気温をもとにVariogramを用いた手法により、上北トンネルの気温を推定した結果を図-3(a), (b)に示す。また、観測値と推定値の相関および推定誤差の平均値と分散を表-1に示す。図-3と表-1より、安定した推定結果を得ている。

Table. 1 推定誤差

相関係数	推定誤差平均	推定誤差分散
0.9346	-0.1035	2.6517

4. 結 論

本研究は寒冷地トンネルの断熱材設計における最低気温の合理的な推定を目的として、7マス目の観測気温を利用した未観測点における気温推定をVariogramを用いた数値解析により検討した。

- 気温変動や最低気温は非定常性を有するものであるが、限定した領域(100km×100km程度)において定常性を仮定することが可能であり、観測値の関係はその距離のVariogramで定義できる。
- 未観測点の気温変動や最低気温は、Variogramを用いた手法により推定が可能であり、推定した最低気温の推定誤差は小さい。

参考 文献

- 岡田勝也・高木憲治・朝倉俊弘・藤林征男:長大トンネルにおける断熱二重巻覆工の断熱材厚さ通減に関する設計法,土木学会論文集,No.505/III-29,pp.211-218,1994.
- 三上 隆・林 憲造・権田静也:寒冷地道路トンネルの断熱材設計のための実用的な温度算定式の提案,土木学会論文集, No.498/VI-24,pp.87-93,1994.
- 斉藤知秀・三上 隆・須藤敦史:拡張カルマンフィルタを用いたトンネル地山の熱定数の予測,土木学会北海道支部論文報告集, 第51号, I -23,pp.110-115,1995.
- D.G.Krige: Two-dimensional Weighted Moving Averaging Trend Surfaces for Ore Evaluation, Proc. of Sym. on Math. Stat. and Comput. Appl. for Ore Evaluation, Johannesburg, South Africa, pp.13-38,1966.
- J.P.Delhomme: Kriging in the Hydrosience, Advance in Water Resources, Vol.1, No.5, pp.251-266,1978.
- 小宮謙一・山本欣弥・星谷勝:地震時の地盤変位の条件付シミュレーション,土木学会第51回年次学術講演概要集, 第1部(B), pp.222-223,1996.