

# I-73

## 可変剛性システムによる吊床版橋の振動制御について

北海道大学工学部 正 員 小幡 卓司  
 北海道大学工学部 学 生 員 宅和 大助  
 北海道大学工学部 フェロー 林川 俊郎  
 北海道大学工学部 フェロー 佐藤 浩一

### 1. まえがき

土木構造物においても、地震荷重、風荷重、交通荷重等の不規則な外力に起因する振動を、TMD 等をはじめとする各種の制振用デバイスを用いることによって軽減しようという試みが盛んに行われている。近年ではコンピュータの発達により、構造物の振動を観測し、それに応じた制御力を計算して制振を行う、アクティブ振動制御が次第に実用化の域に達しつつある。

アクティブ振動制御を行う場合、制御対象の構造物に対して、どのような制御理論を用いるか、また如何にして制御力を付加するかが問題となる。このうち、制御理論に関しては、従来より多くの研究が行われ、最適制御理論、瞬間最適制御理論、 $H^\infty$ 制御理論、Fuzzy 制御理論等の各種制御理論が確立されているため、比較的容易に選択することが可能である。一方制御力の付加方式については、重錘を駆動して、その反作用により構造物に制御力を与える方法が現在では主流であるが、この方式では重錘のストロークを十分に確保する必要を有するため、制御装置の設置に比較的広いスペースを必要とする。このような場合、構造物の断面性能を直接変化させることにより制振を行う、可変剛性システム<sup>1)</sup>が有効であることが知られている。

そこで本研究では、土木構造物における可変剛性システムの適用性を検討するために、塔状構造物ならびに吊床版橋に関してアクティブ振動制御シミュレーションを実施した。具体的には、可変剛性型システムに瞬間最適制御理論<sup>1,2)</sup>を採用し、塔状構造物については、部材の剛性を直接変化させることにより、吊床版橋に関しては、ケーブル張力を変化させることによって解析を行い、制振効果あるいは適用性等に関して比較検討を試みた。よって本研究はこれらの結果を報告するものである。

### 2. 解析手法

#### 2-1. 構造物のモデル化

本研究では、制御対象に3層の塔状構造物<sup>3)</sup>および吊床版橋<sup>4)</sup>を用い、両者とも3質点系にモデル化することにより解析を行った。まず塔状構造物については、著者らが従来より制振実験等を実施してきた供試体を用いることとした。図-1に解析モデルを、表-1に減衰自由振動実験で得られた塔状構造物の振動特性の一覧を示す。つぎに吊床版橋に関しては、北海道石狩市のあるゴルフ場に建設された吊床版橋を参考とし、その断面諸元、支間長およびサグ比等のデータをそのまま用いて解析を行うこととした。構造物のモデル化については、塔上構造物と同様に、2次元の3質点系モデルを採用し、事前に固有振動解析を行ってその振動特性を求めた。図-2に吊床版橋のモデル図を、表-2に振動特性一覧表を示す。

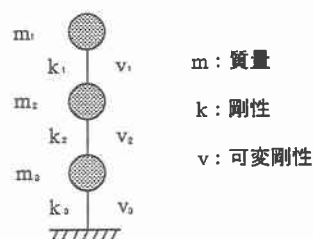


図-1 解析モデル (塔状構造物)

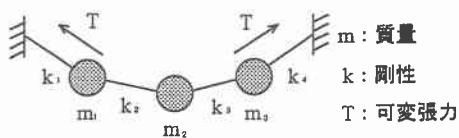


図-2 解析モデル (吊床版橋)

Analytical Study of Active Vibration Control on Stress Ribbon Bridge by Using of Adjustable Stiffness System  
 by Takashi Obata, Daisuke Takuwa, Toshiro Hayashikawa and Koichi Sato

表－１ 振動特性値一覧表（塔状構造物）

|                    | 1次モード  | 2次モード  | 3次モード  |
|--------------------|--------|--------|--------|
| $\omega$ (rad / s) | 8. 943 | 26. 02 | 37. 99 |
| $f$ (Hz)           | 1. 423 | 4. 242 | 6. 047 |
| $T$ (s)            | 0. 703 | 0. 241 | 0. 165 |
| $\zeta$ (%)        | 0. 36  | 0. 25  | —      |

表－２ 振動特性値一覧表（吊床版橋）

|                    | 1次モード  | 2次モード  | 3次モード  |
|--------------------|--------|--------|--------|
| $\omega$ (rad / s) | 10. 21 | 22. 35 | 25. 23 |
| $f$ (Hz)           | 1. 625 | 3. 559 | 4. 017 |
| $T$ (s)            | 0. 615 | 0. 281 | 0. 249 |
| $\zeta$ (%)        | 0. 50  | 0. 50  | —      |

## 2－2．瞬間最適制御理論

瞬間最適制御理論とは、本来構造物が受ける外乱は予知不可能ではあるが、観測可能な外乱情報を積極的に用いることを目的として、評価関数を各ステップごとに設定して最適化を行い、その都度状態量に対する制御ゲインを計算し、制御を行う手法である<sup>1)</sup>。

一般に可変剛性システムを導入した場合の多自由度系の運動方程式は、以下のようになる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{K} + \mathbf{L}^T \mathbf{V}(t) \mathbf{L}) \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad \cdots (1)$$

$\mathbf{M}$  : 質量マトリックス  $\mathbf{K}$  : 剛性マトリックス  $\mathbf{C}$  : 減衰マトリックス

$\mathbf{f}(t)$  : 外力ベクトル  $\mathbf{V}(t)$  : 可変剛性マトリックス  $\mathbf{L}$  : 可変剛性配置マトリックス

本研究では、式（１）における可変剛性マトリックス $\mathbf{V}(t)$ を瞬間最適制御理論によって求め、時刻歴応答解析を行うことにより、振動抑制効果の比較検討を試みる。時刻歴応答解析に関しては、ニューマーク $\beta$ 法による直整数値積分法を採用し、その係数 $\beta$ は0.25、時間刻みは $\Delta t=0.01\text{sec}$ として計算を行った。また、減衰マトリックス $\mathbf{C}$ には、レーレー減衰マトリックスを用い、その減衰定数については、塔状構造物においては実験値を、吊床版橋には1次、2次とも0.5%とすることとした。

可変剛性値の算出に関しては、可変剛性装置の数を $m$ として、式（２）で定義されるような可変剛性ベクトル $\mathbf{v}(t)$ を用いて、式（１）の左辺最終項の一部を式（３）によって置換する。

$$\mathbf{v}(t)^T = \{v_1(t) \quad v_2(t) \quad \cdots \quad v_m(t)\} \quad \cdots (2)$$

$$\mathbf{L}^T \mathbf{V}(t) \mathbf{L} \mathbf{x}(t) = \mathbf{L}^T \mathbf{F}(t) \mathbf{v}(t) \quad \cdots (3)$$

ここで、 $\mathbf{v}(t)$ は可変剛性値そのものであり、 $\mathbf{F}(t)$ は可変剛性装置を接続した質点の、自由度間における相対変位を対角要素に持つマトリックスである。式（３）を式（１）に代入すると、以下の式を得る。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{L}^T \mathbf{F}(t) \mathbf{v}(t) = \mathbf{f}(t) \quad \cdots (4)$$

一般の制御においては、可変剛性値の算定に実際の制御時より1ステップ前の応答あるいは外乱の情報を用いるために、式（４）を次式のように近似的に表現する。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{L}^T \mathbf{F}(t-1) \mathbf{v}(t) = \mathbf{f}(t-1) \quad \cdots (5)$$

以上より、式（５）を変形することにより、以下のような状態方程式を得ることができる。

$$\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}_s(t-1) - \mathbf{B}(t-1) \mathbf{v}(t) + \mathbf{D} \mathbf{f}(t-1) \quad \cdots (6)$$

$\mathbf{x}_s(t)$  : 状態ベクトル  $\mathbf{A}$  : システムマトリックス

$\mathbf{B}$  : 制御力配分マトリックス  $\mathbf{D}$  : 外力配分マトリックス

ここで、重みマトリックス $\mathbf{Q}$ および $\mathbf{R}$ を介した状態ベクトルと制御力ベクトルの2次形式の和で構成された式(7)のような評価関数 $J(t)$ を用いて<sup>2)</sup>、これが最小になるような可変剛性ベクトルを式(8)を用いて求めることができる。なお本研究においては、状態ベクトル $\mathbf{x}_s(t)$ は構造物の応答変位、応答速度ならびに加速度を用いることとした。

$$J(t) = \mathbf{x}_s^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{v}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{v}(t) \quad \dots (7)$$

$$\mathbf{v}(t) = [\mathbf{R} + \mathbf{B}^T(t-1) \mathbf{Q} \mathbf{B}(t-1)]^{-1} [\mathbf{B}^T(t-1) \mathbf{Q} \{\mathbf{A} \mathbf{x}_s(t-1) + \mathbf{D} \mathbf{f}(t-1)\}] \quad \dots (8)$$

### 3. 解析結果とその考察

以上のような手法により本研究では塔状構造物と吊床版橋に対し、可変剛性システムを用いて振動シミュレーションを行った。

まず、解析ケースは表-3のような構造物の振動状態の異なる4ケースである。表-3中の「自由振動」における「1次卓越」等とは、1次～3次モードの固有振動数を有するsin波で5秒間加振し、加振終了と同時に制御を開始したものである。また、「強制振動」に用いた地震波は、釧路沖地震の際に千代田大橋において観測された橋軸方向の加速度波形を、最大100galに変換して用いている。

表-3 解析ケース

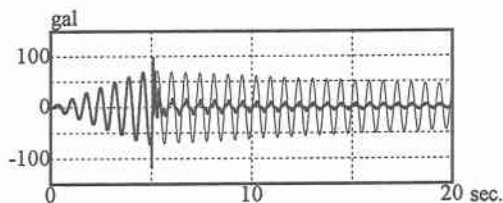
| 自由振動 | 強制振動             |
|------|------------------|
| 1次卓越 | 釧路沖地震<br>(千代田大橋) |
| 2次卓越 |                  |
| 3次卓越 |                  |

次に、制御によって生じる剛性の最大変化量に関しては、塔状構造物については部材の剛性に対して±50%まで変化させることとし、吊床版橋においては、実橋のケーブル張力(450tf)より、制御によって張力が負にならないことを条件として最大±300tfまで変化させ解析を実施することとした。

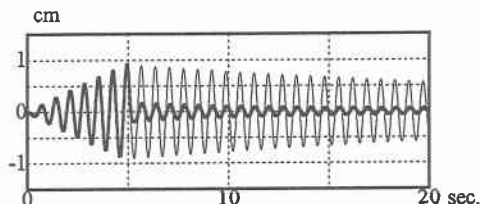
これらの解析結果の1例として、「自由振動」、「1次卓越」の場合の塔状構造物における結果を図-3に、吊床版橋の結果を図-4に示す。なお図中の細線は非制御時の応答を、また太線は制御時の応答を表している。

ここで、図-3に着目すると、制御開始後数秒でその振幅は非制御時の1/5程度まで減少するが、後半部分においては振動抑制効果が十分でないことがわかる。図-3(c)からも、制御初期においては大きな剛性変化が認められるが、10秒程度以降ではほとんど剛性が変化せず、ほぼ減衰自由振動の状態となっているものと思われる。また加速度応答において、制御開始直後に加速度が増大する傾向が認められるが、これは高剛性化による固有振動数の変化に伴って生じているものと推定される。これらの主な原因としては、式(8)における重みマトリックス $\mathbf{Q}$ および $\mathbf{R}$ の設定が考えられる。すなわち、これらを大きな値に設定すれば、全体的な制振効果は向上するが、上記の加速度応答にかなりの影響を及ぼすことは容易に推測できる。本研究においてもいくつかの重みの組み合わせで解析を試みたが、十分な振動抑制効果は得られなかった。したがって、応答波形による比較のみで最適な $\mathbf{Q}$ および $\mathbf{R}$ を見出すことは困難であり、何らかの形で制振効果を定量的に判断し、GA等の最適化手法を用いて重みマトリックスを同定することが必要であろう。

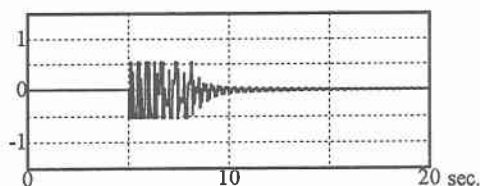
つぎに吊床版橋の解析結果に着目すると、塔状構造物のような初期における急激な振幅の減少は認められないが、制御の後半部分でも比較的大きな張力の変動が生じており、塔状構造物に比してより有効な制振が行われているものと思われる。また、制御の初期においても高剛性化による大きな加速度の変動は見られない。この理由としては、吊床版橋の全体剛性に対する張力の寄与率が比較的小さく、よって可変張力の最大値が出力された場合でも制御そのものは比較的穏やかに行われているためであると考えられる。また重みマトリックスに関して検討を行った結果においても、加速度応答の変動をはじめとする塔状構造物のような急激な制振効果の変化は認められず、むしろ初期張力と可変張力の関係が応答値に大きな影響を及ぼすことが判明した。吊床版橋においては、ケーブル張力は設計段階において比較的容易に調整することが可能であると考えられ、このような構造に対する可変剛性システムの適用は有効な手法の1つであると推定できる。



(a) 上層の応答加速度

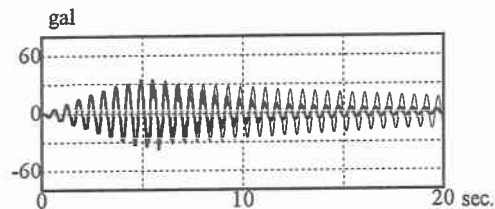


(b) 上層の応答変位

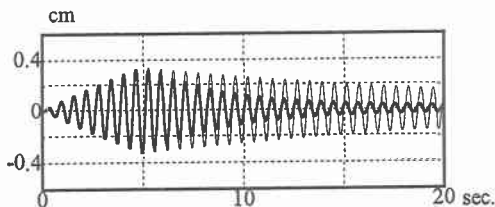


(c) 上層の変剛性比

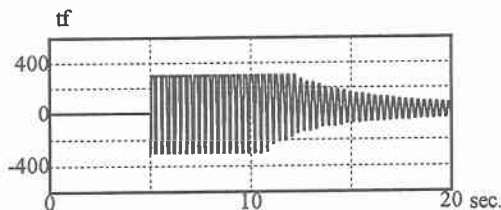
図-3 解析結果（塔状構造物）



(a) 支間中央の応答加速度



(b) 支間中央の応答変位



(c) 可変張力

図-4 解析結果（吊床版橋）

#### 4. あとがき

以上のように本研究は、塔状構造物および吊床版橋のアクティブ振動制御に瞬間最適制御理論による可変剛性システムを採用し、その制振効果あるいはその適用性に関して検討を加えたものである。

まず、塔状構造物に関しては、制御の初期においてはある程度効果を発揮するが、その後有効な制振が行われず、全体的には不十分な結果となっている。この原因として、重みマトリックス $Q$ および $R$ の設定が非常に大きな影響を及ぼすことが認められ、十分な振動抑制効果をもたらすためには、何らかの手法によって重みマトリックスの最適化を行う必要があるものと思われる。

また、吊床版橋においては重みマトリックスによる制振効果の急激な変化は認められず、初期張力と可変張力の関係を調整することによって、比較的容易に有効な制振効果が得られることが判明した。したがって、このような構造における可変剛性システムの適用は有効な手法であると推定される。

#### 参考文献

- 1) 小堀鐸二：制振構造、鹿島出版会、1993。
- 2) 岡林隆敏、尾口慎也、加賀俊明：各種フィードバック制御則による道路橋交通振動のアクティブ制御、構造工学論文集 Vol.42A, pp.731-738, 1996。
- 3) 下田和敏、小幡卓司、林川俊郎、佐藤浩一：アクティブ振動制御における Fuzzy 制御理論の適用に関する研究、土木学会北海道支部論文報告集、第 52 号(A), pp.392-397, 1996。
- 4) 林川俊郎、角田典史雄、今和也：吊床版橋の固有周期の算定について、土木学会北海道支部論文報告集、No.47, pp.31-36, 1991。