

北海道大学工学部 正 員 小幡 卓司
北海道大学工学部 学 生 員 亀井 与志
北海道大学工学部 フェロー 林川 俊郎
北海道大学工学部 フェロー 佐藤 浩一

以上を踏まえて、本研究では歩道橋の動的応答特性を把握するために札幌市内の歩道橋についての減衰自由振動実験³⁾を行い、固有振動数および減衰定数の把握を試みた。固有振動数については、共振歩行時および非共振歩行時における固有振動モードの時間的変化を検討するため、高速フーリエ変換(FFT)に基づいたランニングスペクトル解析を行った。次に減衰定数に関しては、減衰自由振動波形より算出する方法と、1/2 法(half-power-method)を用いて計算を実施し、その算定手法の精度、動的応答量に対する減衰定数の振幅依存性等について考察を行った。したがって本研究ではこれらの結果を報告するものである。

リエ級数と呼ばれる。

ここで、ある周期を有する離散値関数の周期関数 $f(t)$ は、 $0 \leq n \leq N - 1$ 以外で0である長さ N を有する有限区間の孤立波の離散数列とすると、周期数列 $f(t)$ とその離散値フーリエ級数の係数 $F(k)$ との間には、

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} kn} \qquad 0 \leq k \leq N - 1 \tag{3}$$

なる関係が成り立つ。ここで j は虚数である。式(3)を $f(n)$ の離散フーリエ変換と呼ぶ。

離散フーリエ変換は有限個の数列で表される波形のフーリエ変換であり、その効率的な計算アルゴリズムとして高速フーリエ変換(FFT)⁴⁾が知られている。1965 年に Cooley と Tukey によって開発されて以来、デジタル信号の処理等に有効に用いられており、現代の情報技術にとって不可欠なものとなっている。

上述の通り、実験における減衰自由振動波形は 20.48 秒のデータが得られているため、1～20 秒まで 1 秒間隔でランニングスペクトルを求めている。各時間間隔におけるデータ点数は、±400 点、±600 点、±800 点の 3 ケースを設定し比較を行った。これらを時間幅で表現すれば±2 秒、±3 秒、±4 秒となる。同時に振動数の分解能を考慮して、各標本点間において 10 点の線形補間を行った。したがってこの場合の振動数領域における分解能はそれぞれ 0.48828Hz、0.24414Hz、0.12207Hz となる。

2.2 減衰定数の算出

本研究における減衰定数の算定手法は、1/2 法⁹⁾ならびに減衰自由振動波形から直接求める方法⁹⁾の 2 種類を採用し、計算を行うこととした。

まず 1/2 法とはパワースペクトル曲線が共振曲線の 2 乗に比例することに基づき減衰定数を求めるものである。

式(3)の離散フーリエ変換で得られた $F(k)$ より、パワースペクトル密度は近似的に以下のように示される。

$$S_x(f_k) = \frac{1}{N\Delta t} |F(k)|^2 \qquad (f_k \leq f_n) \tag{4}$$

以上より得られた図-1 のようなパワースペクトル曲線に対し、1/2 法により減衰定数は以下の式で求められる。

$$h = \frac{1}{2} \frac{(f_2 - f_1)}{2f_0} \tag{5}$$

次に減衰自由振動波形より算出する方法は、一般に隣り合う極大値あるいは極小値間の比の対数を取り、 2π で割り戻すことにより減衰定数を得ることができる。以下にその式を示す。

$$h = \frac{\ln(x_{i-1}/x_i)}{2\pi} \tag{6}$$

なお図-2 は減衰自由振動波形からの減衰定数の算定方法である。一般に波形から直接求める方法を用いる場合、実験による観測波形は励振された複数の振動モード、観測ノイズあるいは衝撃応答等を含んでいる。本研究ではこれらの影響を消去するため、バンドパスフィルタを用いて 1 次固有振動モードのみの波形を取り出すこととした。その際のフィルタ特性はパスバンド 0.1Hz、フィルタ次数 400 次を用いている。

3 解析結果とその考察

3.1 歩道橋の動的応答特性

以上のようにして、著者らが実験を行った 4 橋に対してランニングスペクトルおよび減衰定数の計算を実施した。表-1 に解析対象とした歩道橋のスパン、1 次固有振動数等の一覧を示す。図-3 に解析結果の一例として c 橋における共振歩行時の、図-4 に非共振歩行時のランニングスペクトルを示す。なお図-3、4 の解析結果は、解析時間 20 秒、時間間隔 1 秒、時間幅±2 秒で求めたものである。

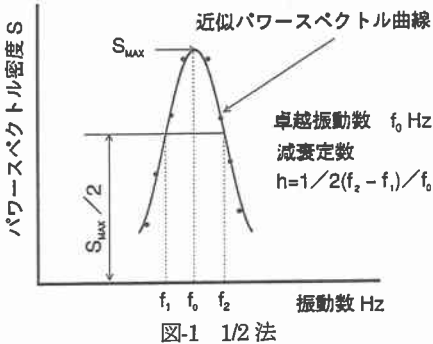


図-1 1/2 法

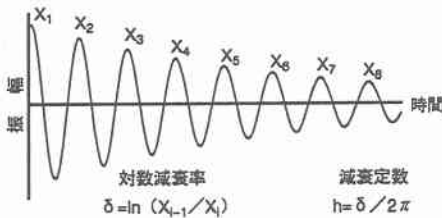


図-2 波形より直接求める方法

図-3 に着目すると共振歩行時における固有振動数は、解析時間である20秒を通じて1次固有振動数(約4.05Hz 付近)が卓越して得られている。また図-4 より非共振歩行時における固有振動数は、強制加振の初期における時間付近においては2次固有振動数が卓越し、またスパン中央通過前後($t=10$ 秒程度)においては1次固有振動数が卓越し、加振終了付近においては、再び2次固有振動数が卓越する結果が得られた。したがって、2次固有振動数が2Hz 前後の歩道橋においては、非共振歩行の際にも振動使用性に問題が生じる可能性を有するものと推定される。

表-1 解析を行った歩道橋

No.	スパン (m)	1次固有 振動数	主桁断面形状 flg.	web.	床版形式
a	15.5	5.42	200×12	576×9	RC
b	18.8	5.42	200×16	768×9	RC
c	20.8	4.05	200×16	768×9	鋼
d	22.6	4.05	200×16	768×9	鋼

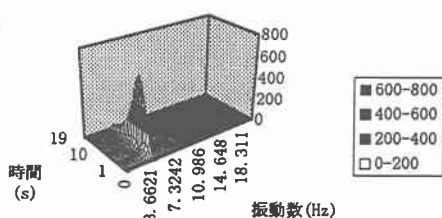


図-3 ランニングスペクトル(共振歩行時)

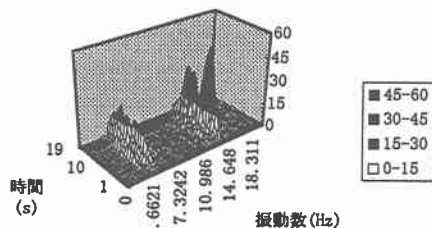


図-4 ランニングスペクトル(非共振歩行時)

3.2 減衰定数に関する考察

減衰定数の求め方に関しては前述の通り、波形から直接求める方法と1/2法が知られているが、本研究ではその適用手法によって以下の3ケースについて解析を行った。

- ①減衰自由振動波形より算定する方法
- ②通常のパワースペクトル解析に1/2法を適用した方法
- ③ランニングスペクトルに1/2法を適用した方法

まずはじめに上記の方法の妥当性およびその精度を検討するために以下の式で示される波形について解析を行った。

$$x = 0.5022 \exp(-0.045 \times 20.79t) \cos(20.77t - 0.093) \quad (7)$$

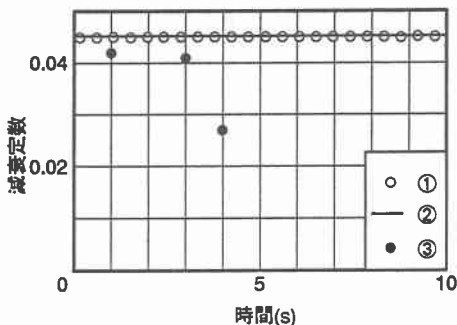


図-5 3 ケースによる減衰定数

ここで1/2法によって減衰定数を算定する場合、最小2乗法等を用いて近似パワースペクトル曲線を求める必要がある。ランニングスペクトルを用いる場合、その分解能が比較的小さいため、ある卓越振動数を中心とし、低振動数領域と高振動数領域に分割し、それぞれ指数近似を行うことによりパワースペクトル曲線を得ることとした。これらの結果を図-5 に示す。

図-5 より上記の3方法で算定された減衰定数を比較すると、①および②から得られた結果は時間に関係なく常に一定の減衰定数を示しており、またほぼ完全に一致していることがわかる。したがって、これら解析方法は妥当であると思われる。しかし③より得られた結果に着目すると、振幅の大きい部分では比較的良好な結果が得られているが、振幅の小さい部分では実際の減衰定数よりもかなり小さい値となり、不十分な結果となっていることがわかる。一般に1/2法においては、卓越振動数とその1/2の振動数におけるスペクトル値の比によって減衰定数が求められる。このため近似パワースペクトル曲線が相似であれば、その減衰定数は全く同一のものとなる。よってこの結果は③の方法におけるパワースペクトル曲線の近似方法に検討が必要であると思われる。また上記の理由により、ランニングスペクトルを用いて減衰定数の時間的変化に検討を行うことは困難であろう。そこで本研究では減衰定数の振幅依存性について検討を加えるため、①の方法を用いて実験結果に対し各時間に

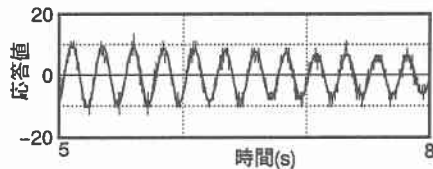


図-6 応答波形

おける減衰定数の算定を行った。実験で得られた波形においてはノイズ等の影響を強く受けているため、まずバンドパスフィルタを用いてノイズを消去し、さらに解析精度を向上させるため、ある極大値に対して5周期後の値を用いて計算を行った。

図-6 に波形の一例を、c 橋の時間に対する減衰定数を図-7 に示す。各歩道橋における最大応答振幅と最大減衰定数を用いて、各時間の振幅および減衰定数の無次元化を行った。その結果を図-8 に示す。また図-8 において a,b,d 橋の傾向が似ているため、その3 橋および全橋についてそれぞれ対数曲線で近似した。以下に、その曲線のうち3 橋についての近似曲線の式を示す。

$$y = 0.994325 + 0.129146 \ln x \quad (8)$$

図-7 および図-8 の結果より、最大振幅が大きいほど減衰定数も大きくなる傾向が認められ、歩道橋の減衰特性に関しては明らかな振幅依存性を有することが確認された。式(8)より、振幅比が0.6~1.0 程度までの範囲においては減衰定数の変化は比較的小さく、振幅比がおおよそ0.6 以下になると、減衰定数は急速に減少することがわかる。

本研究の実験においては、その最大振幅は加速度応答値で50~80gal であり、正確な減衰定数の測定にはこの程度の最大応答値が必要であるものと考えられる。

4 おわりに

以上のように本研究は、FFT に基づいたランニングスペクトル解析を行い固有振動モードの時間的変化に関して検討し、さらに減衰定数を波形より直接求める方法と1/2 法を用いて計算し動的応答量に対する減衰定数の振幅依存性等について考察を加えたものである。

ランニングスペクトルにおいては、共振歩行時における固有振動数は、解析時間を通じて1 次固有振動数が卓越して得られるが、非共振歩行時の場合は、はじめに2 次固有振動数が卓越し、スパン中央通過前後においては1 次固有振動数が卓越し、加振終了付近において再び2 次固有振動数が卓越する結果が得られた。したがって、2 次固有振動数が2Hz 前後の歩道橋においては、非共振歩行の際にも振動使用性に問題が生じる可能性を有するものと推定される。

前述の3 方法で算定された減衰定数を比較すると、①および②による解析方法は妥当であると思われる。しかし③より得られた結果に着目すると、不十分な結果となっている。よって③の方法におけるパワースペクトル曲線の近似方法に検討が必要であると思われる。また上記の理由により、ランニングスペクトルを用いて減衰定数の時間的変化に検討を行うことは困難であろう。

最大振幅が大きいほど減衰定数も大きくなる傾向が認められ、歩道橋の減衰特性に関しては明らかな振幅依存性を有することが確認された。振幅比がおおよそ0.6 以下になると、減衰定数は急速に減少する傾向を有し、よって、正確な減衰定数の測定には加速度応答値で50~80gal 程度の最大振幅が必要であるものと考えられる。

参考文献

- 1) 日本道路協会：立体横断施設技術基準・同解説、丸善、1979.
- 2) 梶川康男・加藤雅史：歩道橋の振動と使用性設計、振動制御コロキウム PART.B 講演論文集、pp.9~14、1991.
- 3) 小幡卓司・伊藤公彦・林川俊郎・佐藤浩一・亀井与志：歩道橋の動的応答と歩行外力の同定に関する一考察、鋼構造年次論文報告集第4巻、pp.447~454、1996.
- 4) 篠崎寿夫・富山薫順・若林敏雄：現代工学のための応用フーリエ解析、現代工学社、1983.
- 5) 橋梁振動研究会：橋梁振動の計測と解析、技報堂出版、1993.

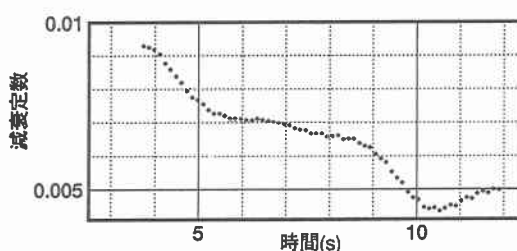


図-7 時間に対する減衰定数

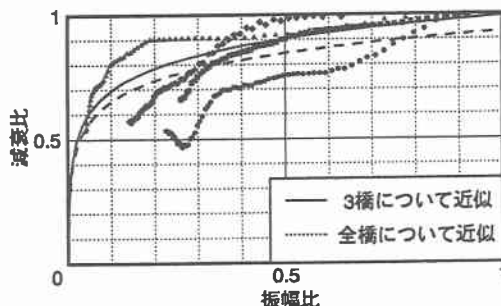


図-8 減衰定数の振幅依存性