

I-68

2 主桁曲線橋のフランジに発生する応力の曲率の影響について

北海道大学工学部 正 員 平沢 秀之

北海道大学工学部 フェロー 林川 俊郎

北海道大学工学部 フェロー 佐藤 浩一

1. まえがき

鋼橋の合理化、省力化を達成する方法として少主桁橋が近年注目されてきており、平成7年に完成した日本道路公団・北海道縦貫自動車道ホロナイ川橋は大きな関心呼んだ。一般的に少主桁橋の合理化の効果としては、鋼重低減による経済性向上、横桁構造の簡素化や横構の省略等材片数の大幅減少による製作及び架設の省力化、さらに施工の機械化、工期短縮等が挙げられる。また一方、今後将来に向かって維持管理を必要とする橋梁の数が増大するため、高い耐久性を持つと同時に維持管理の容易な橋梁形式の開発が重要となってきた。少主桁橋はこれらの製作費、施工費、維持管理費を含めたトータルコストの低減を図ることを可能にする構造形式として積極的に開発的研究が行われるようになってきている。これらの研究は主として直線橋を対象としたものが多く、曲線橋に対しては少ないと思われる。しかしながら、今後鋼橋の合理化への要求がますます高まると、箱桁や並列I桁が多用されている曲線橋にもこの種の形式が採用されてゆくものと予想される。そこで本研究では、曲線橋に少主桁橋(ここでは2主桁橋)を用いた場合、構造的な特性に平面線形の曲率がどの程度影響するか、特にフランジに生じる応力や、たわみ、曲げモーメントに着目して検討を行った。解析に当たってはまず曲線部材に対する断面定数や応力算定式を示し、実橋を基にした計算モデルについて曲線格子桁の剛性マトリックス¹⁾を適用して計算を行った。

2. 曲率を有する桁の断面定数

図-1に示す任意断面の曲線桁に関する断面定数を求める。点D、O、Sはそれぞれ任意に選定した点、中立点、せん断中心を表し、 R_D 、 R_O 、 R_S はそれぞれの点の曲率半径である。桁の断面上の任意の点Pの曲率半径を ρ 、微小断面積を dF とすると点Dの座標系 y - z に関する諸量は次式で定義される²⁾。

$$F = R_D \int_F \frac{1}{\rho} dF \quad (\text{等価断面積}), \quad F_y = R_D \int_F \frac{y}{\rho} dF \quad (z \text{ 軸に関する断面1次モーメント}),$$

$$F_z = R_D \int_F \frac{z}{\rho} dF \quad (y \text{ 軸に関する断面1次モーメント}), \quad F_{yy} = R_D \int_F \frac{y^2}{\rho} dF \quad (z \text{ 軸に関する断面2次モーメント}),$$

$$F_{zz} = R_D \int_F \frac{z^2}{\rho} dF \quad (y \text{ 軸に関する断面2次モーメント}), \quad F_{yz} = R_D \int_F \frac{yz}{\rho} dF \quad (\text{断面相乗モーメント}) \quad (1a \sim f)$$

点O、Sに関する諸量についても上式と同様にして表すことができる。点DとOに関しては、

$$\bar{y} = y - y_0, \quad \bar{z} = z - z_0 \quad (2a, b)$$

が成り立つ。 $F_{\bar{y}} = F_z = 0$ であるから式(2)を用いて、

$$R_D \int_F \frac{y - y_0}{\rho} dF = 0, \quad R_D \int_F \frac{z - z_0}{\rho} dF = 0 \quad (3a, b)$$

を解くことにより中立点の座標 (y_0, z_0) を求めることができる。
すなわち、

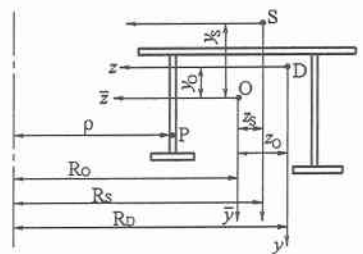


図-1 座標系

Effect of curvature for stresses in flange of 2-main girders curved bridges
by Hideyuki HIRASAWA, Toshiro HAYASHIKAWA and Koichi SATO

$$y_o = \frac{F_y}{F}, \quad z_o = \frac{F_z}{F} \quad (4a, b)$$

したがって中立点に関する諸量を次式のように得ることができる。

$$F_{\bar{y}\bar{y}} = F_{yy} - y_o^2 F = F_{yy} - \frac{F_y^2}{F} \quad (\bar{z} \text{ 軸に関する断面 2 次モーメント})$$

$$F_{\bar{z}\bar{z}} = F_{zz} - z_o^2 F = F_{zz} - \frac{F_z^2}{F} \quad (\bar{y} \text{ 軸に関する断面 2 次モーメント})$$

$$F_{\bar{y}\bar{z}} = F_{yz} - y_o z_o F = F_{yz} - \frac{F_y F_z}{F} \quad (\text{断面相乗モーメント}) \quad (5a \sim c)$$

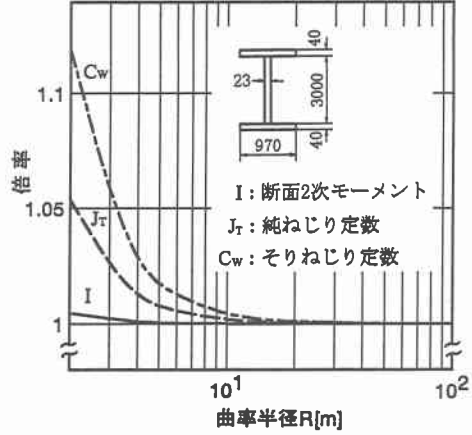


図-2 断面定数

次に点 O、S に関するそり関数をそれぞれ $\bar{w}$ 、 $\bar{w}$ とおくと、これらには次式の関係がある。

$$\bar{w} = \left(\frac{R_s}{R_o} \right)^2 \left\{ \frac{R_s}{R_o} \bar{w} + \frac{R_o}{\rho} (z_s \bar{y} - y_s \bar{z}) \right\} \quad (6)$$

またそりねじりに関する諸量は次式で定義される。

$$F_{\bar{w}} = \int_F \bar{w} dF, \quad F_{\bar{y}\bar{w}} = \int_F \bar{y} \bar{w} dF, \quad F_{\bar{z}\bar{w}} = \int_F \bar{z} \bar{w} dF, \quad F_{\bar{w}\bar{w}} = \int_F \frac{\rho}{R_s} \bar{w}^2 dF \quad (7a \sim d)$$

式(7a～c)は点 S を原点とする座標系に関して求めると 0 となるから、式(6)を式(7b, c)に代入して点 S の座標 y_s, z_s について解くと、以下ようになる。

$$y_s = \frac{F_{\bar{y}\bar{w}} F_{\bar{z}\bar{w}} - F_{\bar{y}\bar{z}} F_{\bar{w}\bar{w}}}{F_{\bar{y}\bar{y}} (F_{\bar{z}\bar{z}} + F_{\bar{w}\bar{w}} / R_o) - F_{\bar{y}\bar{z}} (F_{\bar{y}\bar{z}} + F_{\bar{z}\bar{w}} / R_o)}, \quad z_s = \frac{F_{\bar{z}\bar{w}} (F_{\bar{y}\bar{z}} + F_{\bar{z}\bar{w}} / R_o) - F_{\bar{y}\bar{w}} (F_{\bar{z}\bar{z}} + F_{\bar{w}\bar{w}} / R_o)}{F_{\bar{y}\bar{y}} (F_{\bar{z}\bar{z}} + F_{\bar{w}\bar{w}} / R_o) - F_{\bar{y}\bar{z}} (F_{\bar{y}\bar{z}} + F_{\bar{z}\bar{w}} / R_o)} \quad (8a, b)$$

式(8)を式(6)に代入し、さらに式(7d)を用いるとそりねじり定数 C_w を得ることができる。

$$C_w = \left(\frac{R_s}{R_o} \right)^4 \left\{ \frac{R_s}{R_o} F_{\bar{w}\bar{w}} + z_s F_{\bar{y}\bar{w}} - y_s F_{\bar{z}\bar{w}} \right\} \quad (9)$$

また純ねじり定数 J_T は、薄肉構造の場合、板厚を t 、板厚中心線に沿う座標を s として結果のみ示すと次式となる。

$$J_T = \frac{1}{3} R_s^3 \int_s \frac{t^3}{s^3} ds \quad (10)$$

曲線部材の断面定数は、これらの式で示された通り曲率の影響を受けるため、直線桁の断面定数とは異なる。そこで曲率半径 R の違いによってこれらの断面定数がどの程度変化するかを比較したものが図-2 である。対象とした断面は I 形で、ホロナイ川橋の断面とほぼ等しい寸法である³⁾。図-2 の縦軸は直線桁($R=\infty$)の断面定数を 1 としたときの倍率を表している。図に示す通り、曲率半径の小さい範囲で断面定数が増加する傾向があるが、断面の大きさと比較してきわめて R が小さい範囲で見られる傾向であり、実際の橋梁における R の値(20～30m 以上)では、直線桁としての断面定数とほとんど等しいと見なすことができる。

3. 曲線桁に生じる応力⁴⁾

3.1 垂直応力

曲線桁に生じる垂直応力は次式により求められる。

曲げによる垂直応力

$$\sigma_M = \frac{R_0}{\rho} \frac{F_{yy}\bar{z} - F_{yz}\bar{y}}{F_{zz}F_{yy} - F_{yz}^2} M_{\bar{y}}$$

そりねじりによる垂直応力

$$\sigma_W = \frac{W}{C_W} \tilde{w} \quad (11a,b)$$

ここで、 $M_{\bar{y}}$ 、 W はそれぞれ $\bar{y}$ 軸に関する曲げモーメント、そりモーメントである。I形断面の場合はこれらの他に曲率の影響による2次応力がフランジに発生する。図-3に示すようにフランジには曲げ応力 σ_f による引張力あるいは圧縮力 F_x が生じる。この F_x は、曲率半径 R_s のために半径方向に合力 $F_x d\theta$ を発生させる。この合力により圧縮フランジには半径方向外向きに、引張フランジには内向きに単位長さ当たり F_x/R_s の分布横力が作用することになる。フランジが間隔 λ で横桁や横構によって剛支持されているとすれば、 F_x/R_s の分布荷重を受ける支間 λ の連続桁に置換することができる。すなわち、フランジに生じる2次応力は、この分布荷重を受ける連続桁の曲げ応力と等しく、フランジの両縁部における応力は次式となる。

$$\sigma_{wf} = \pm 0.106 \frac{\sigma_f}{b_f R_s} \left(6 + \frac{A_w}{A_f} \right) \lambda^2 \quad (12)$$

ここで、 σ_{wf} は2次応力、 A_w 、 A_f はそれぞれウェブ、フランジの断面積、 λ はフランジ固定点間距離である。したがってI形断面曲線桁に生じる垂直応力 σ は次式となる。

$$\sigma = \sigma_M + \sigma_W + \sigma_{wf} \quad (13)$$

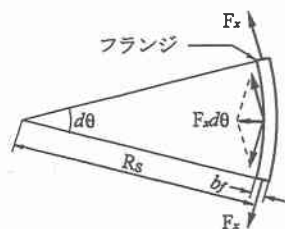


図-3 付加応力

3.2 セン断応力

せん断応力は次式により算出される。

せん断力 Q によるせん断応力

$$\tau_Q = - \frac{F_{yy} R_0 \int_0^s (\bar{z}t) / \rho ds - F_{yz} R_0 \int_0^s (\bar{y}t) / \rho ds}{F_{zz} F_{yy} - F_{yz}^2} \frac{Q}{t}$$

純ねじりモーメント T_1 によるせん断応力

$$\tau_1 = \left(\frac{R_s}{\rho} \right)^2 \frac{T_1}{J_T} t \quad (14a \sim c)$$

2次ねじりモーメント T_2 によるせん断応力

$$\tau_2 = \frac{T_2 R_s}{C_W t} \int_0^s \frac{\tilde{w} t}{\rho} ds$$

また垂直応力の場合と同様、I形断面のフランジには曲率の影響による2次的なせん断応力が生じる。このせん断力は支間 λ の連続桁に作用する分布荷重 F_x/R_s によるせん断力から求めることができ、その最大値は支点上(横桁、横構取付位置)で生じ、式(15)により得られる。

$$\tau_{wf} = \pm \frac{3}{2} \frac{\sigma_f \lambda}{2 R_s} \left(1 + \frac{A_w}{6 A_f} \right) \quad (15)$$

したがってI形断面曲線桁に生じるせん断応力 τ は次式となる。

$$\tau = \tau_Q + \tau_1 + \tau_2 + \tau_{wf} \quad (16)$$

4. 数値計算例

以上に示したI形断面曲線桁の垂直応力、

せん断応力について曲率半径の影響を調べるための計算を行った。計算モデルは単純2主桁橋であり、断面諸元は、ホロナイ川橋とほぼ同じである。平面線形は参考文献(5)より並列I桁曲線橋が適当とされる中心角の範囲を参照し、本計算例では $0 \leq \theta \leq 0.25[\text{rad}]$ とした。これより大きい中心角とすると箱形断面が望ましく、開断面では変形が大きくなるため曲線橋としては不適である。

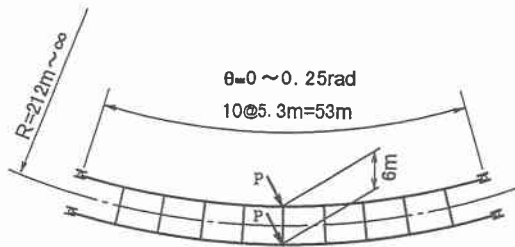


図-4 計算モデル

4.1 計算例1

図-4 に示すような平面形状及び図-2 の断面寸法を用いた。荷重は支間中央の主桁上に $P=10[\text{tf}]$ を載荷させた。図-5 は支間中央におけるたわみ δ 、曲げモーメント M 、支点反力 V について中心角 $\theta=0$ (直線橋) の場合を 1 としたときの倍率で表したものである。添字の 1、2 はそれぞれ外桁、内桁に関する値を表している。鋼道路橋設計便覧⁹⁾ には、3 本主桁、4 本主桁の場合の図が載っており、曲線橋の設計の際の目安として用いることができるようになっている。図-5 は 2 主桁橋に対して、縦軸、横軸をこれらの図にあわせて作成したものである(ただし横軸は、 $0 \leq \theta \leq 0.25[\text{rad}]$ の範囲としている)。中心角 θ に対する δ 、 M 、 V はほぼ直線的に増加し、特に外桁のたわみが最も中心角の影響を受ける。

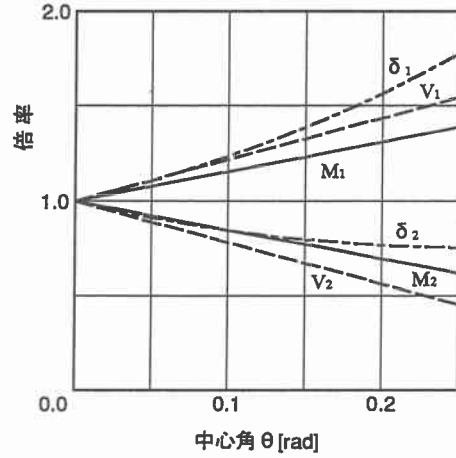


図-5 たわみ、反力、曲げモーメント

図-6 は I 形断面における垂直応力分布、せん断応力分布を表したものであり、式(13)、(16)により描くことができる。図中の σ_i 、 σ_c 、 σ_o はそれぞれフランジにおける曲率の中心方向側、中央部、外側の垂直応力を、 τ_f 、 τ_w はそれぞれフランジ、ウェブのせん断応力の最大値を表している。これらの応力について曲率の影響を調べたものが図-7、8 である。着目する断面の位置は、応力の値が最も大きくなる支間中央とした。 σ_o はフランジ中央部であるので式(13)における σ_M と等しいが、曲率の影響により σ_i 、 σ_o は σ_w と σ_{wf} を加算した値となる。したがって当然ながら中心角 θ の増加に対する σ_o の増加が著しい。せん断応力についてみると、ウェブに生じる τ_w は中心角による影響はほとんど見られないが、フランジに生じる τ_f は中心角の増加に伴いかなり増加する。しかしながら τ_f の値自体は非常に小さく、 $\theta=0.25[\text{rad}]$ のときでも垂直応力の数%程度である。

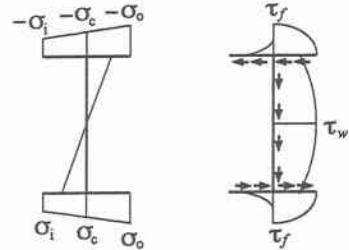


図-6 σ 、 τ

図-9 は図-7 の垂直応力のうち、式(13)における σ_M 、 σ_w 、 σ_{wf}

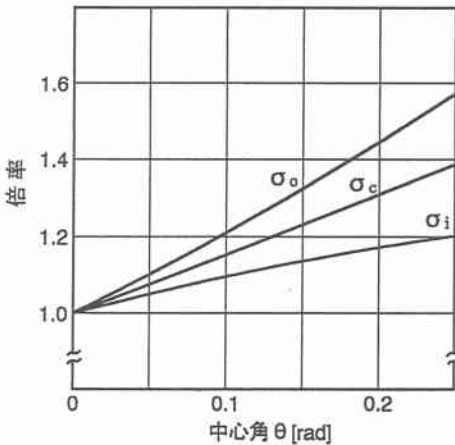


図-7 垂直応力分布

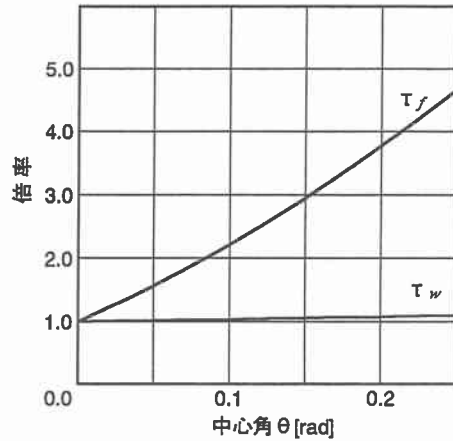


図-8 せん断応力分布

がどの程度の割合を占めるかを表したものである。この図よりフランジに生じる応力は、 σ_M と σ_{wf} が大きな割合を占め、そり応力 σ_w は非常に小さいことが分かる。一般に並列 I 形断面曲線橋の設計においては、そりねじりによる応力を無視してよいとされている⁹⁾が、2 主桁橋の場合でも同様で、 σ_w は無視し得る程の値である。

4.2 計算例 2

断面諸元は計算例 1 と同様で、さらに横構を配置させ、桁全体のねじり剛性を高めたモデルについて計算を行った。横構はここでは主要部材と考え、細長比の規定(120 以下⁷⁾)から定まる断面とした。載荷状態は計算例 1 と同じ図-4 の通りである。計算結果を以下図-10~13 に示す。記号等は計算例 1 と同じである。

図-10 はたわみ、曲げモーメント、支点反力と中心角との関係を表したものである。図-5 と比較してたわみ、曲げモーメント、支点反力共に小さくなり、横構の効果がかなり現れていることが分かる(縦軸のスケールは図-5 と異なっている)。

図-11, 12 はそれぞれ垂直応力、せん断応力と中心角との関係を表したものである。ウェブにおけるせん断応力 τ_w は、横構のない場合と比較してほとんど差が見られないが、その他の応力については横構を設けることによりかなり軽減されている。 σ_o についてみると、 $\theta=0.25[\text{rad}]$ のとき、直線桁と比較して約 25% の増加、また横構なしの場合と比較して約 21% の減少となっている。

図-13 は垂直応力のうち、 σ_M 、 σ_w 、 σ_{wf} のそれぞれの割合を表している。中心角の増加に伴い、これらの応力は増加傾向にあるが、 σ_M と σ_{wf} は横構なしのとき(図-9)と比較して増加の割合は減少している。 σ_w は横構なしのときよりも増加しているが、 $\theta=0.25[\text{rad}]$ のときでも 5% 程度にすぎず、値としては小さいものである。

横構の効果はまた、ねじり曲げ剛比⁹⁾から考察することができる。横構を有する断面は準閉断面をなすと見なせるので、換算板厚公式⁹⁾により板厚を求め、これを用いて準閉断面の純ねじり剛性が得られる。ここで用いた計算モデルについて、純ねじり剛性、そりねじり剛性、その他必要なパラメータを用いてねじり曲げ剛比 γ を計算すると、 $\gamma=0.286$ となる。この γ であれば対応する中心角 θ の範囲は、 $\theta \leq 0.3[\text{rad}]$ 程度まで広げることが可能となる。

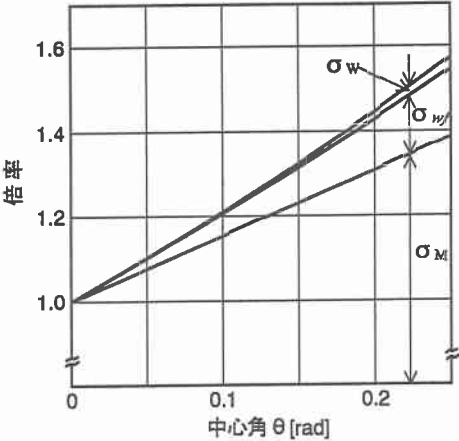


図-9 σ_M 、 σ_w 、 σ_{wf}

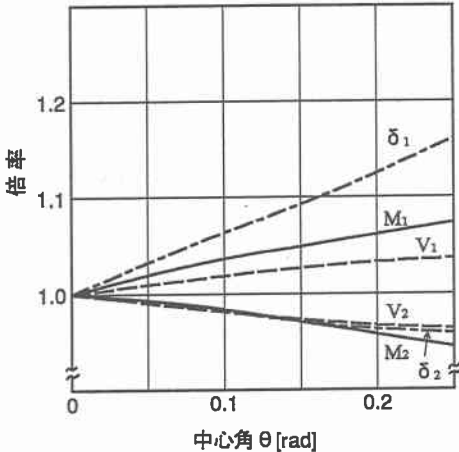


図-10 たわみ、反力、曲げモーメント

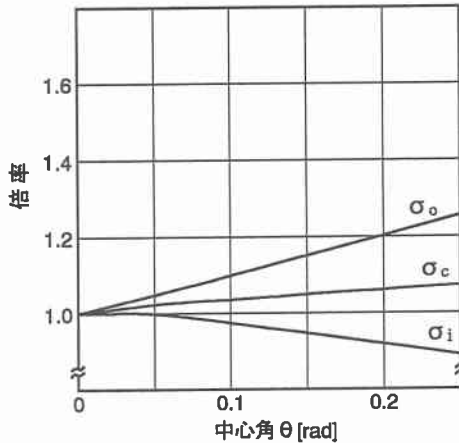


図-11 垂直応力分布

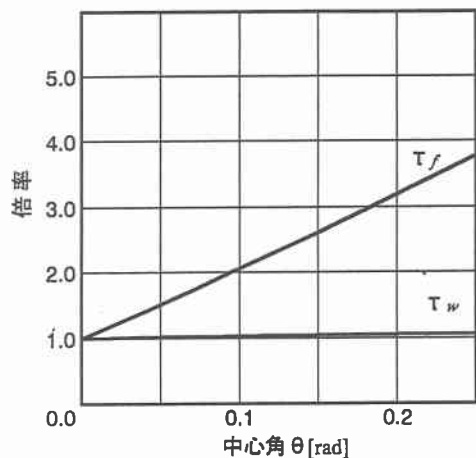


図-12 せん断応力分布

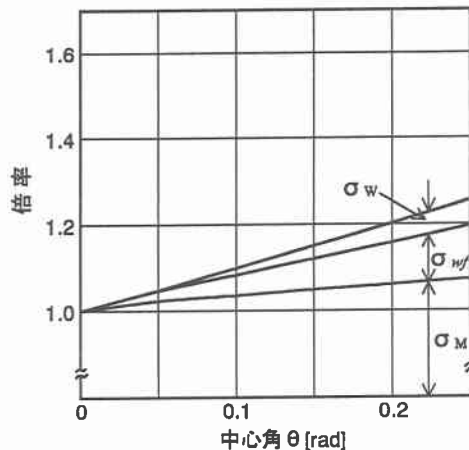


図-13 σ_M 、 σ_w 、 σ_{wf}

5. あとがき

I 形断面を有する曲線 2 主桁橋を対象として、中心角が $0 \leq \theta \leq 0.25[\text{rad}]$ の範囲で断面に生じる応力や、たわみ、曲げモーメント等を計算し、曲率による影響を調べた。支間長や主桁の断面諸元が 1 通りの計算モデルでしか検討していないが、一般的な中規模程度の橋梁に対しては本報告と同様の傾向があるものと思われる。

曲率を有する桁の断面定数については、本計算例で用いた I 形断面の場合は、直線桁としての断面定数と見なしてよいが、曲率半径の方向に広がりを持つ 1 箱桁橋や 2 箱桁橋の場合には、曲率の影響をより大きく受けるため、直線桁の断面定数とは異なってくるものと思われる。

横構を配置した計算例では、応力、たわみ、曲げモーメント等が軽減され、その効果が大きいことが示された。しかしながら横構を配置することは、製作における材片数の増加と現場での作業量の増加につながるため、合理化、省力化という点に逆行する可能性がある。合理化、省力化の観点からは、横構の有無が橋梁全体のトータルコストに及ぼす影響を曲率の大きさに応じて検討する必要があるものと思われる。

<参考文献>

- 1) 渡辺昇、稼農知徳、藤井裕司：曲げねじれ剛性をもった曲線桁橋の剛性マトリックス法による解析、土木学会論文集、第 218 号、pp. 1～8、1973.
- 2) 深沢泰晴：薄肉曲線材の静力学的解析に関する基礎理論、土木学会論文集、第 110 号、pp. 30～51、1964.
- 3) 高橋昭一、橋吉宏、志村勉、小西哲司：PC 床版 2 主桁橋「ホロナイ川橋」の設計および解析・試験検討、橋梁と基礎 Vol. 30、No. 2、pp. 23～30、1996.
- 4) 中井博、北田俊行：鋼橋設計の基礎、共立出版、1992.
- 5) 小松定夫、中井博、田井戸米好：ねじり定数比とねじり曲げ剛比から考察した曲線桁橋設計計算法への一提言、土木学会論文報告集、第 224 号、pp. 55～66、1974.
- 6) (社)日本道路協会：鋼道路橋設計便覧、1980.
- 7) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説、Ⅱ鋼橋編、1994.
- 8) 小松定夫：薄肉構造物の理論と計算、山海堂、1969.