

## I-62 断面の部分軟化を考慮したRC橋脚の非線形応答とエネルギー分布

北見工業大学 学生員 石川 義樹

北見工業大学 正員 三上 修一

株開発工営社 正員 青地 知也

北見工業大学 フェロー 大島 俊之

北見工業大学 正員 山崎 智之

北見工業大学 学生員 久保 和子

### 1はじめに

多数の橋脚は鉄筋コンクリートからなり、この鉄筋コンクリートの材料特性は非線形性を有する。コンクリートの応力-ひずみ関係は引張側では脆的に破壊し、圧縮側では比較的大きな応力を発現する挙動を示す。さらに弾性係数が負勾配となるひずみ軟化領域も存在し、未だその全貌が解明されていない材料の一つである。そして鉄筋とコンクリートが複合した鉄筋コンクリートの非線形挙動は非常に複雑なものとなり、材料の降伏による剛性変化を考慮した非線形振動解析ではその材料特性により応答に大きな影響をもたらす。従来より断面の応力とひずみの関係により得られた曲げモーメント-曲率曲線、または履歴復元力と応答変位の関係を武田モデル等の数本の直線でモデル化して動的非線形振動解析<sup>1)</sup>が行われてきたが、履歴復元力特性のモデル化では評価しきれないほど鉄筋コンクリートの非線形挙動は複雑なものである。例えば断面の塑性化に伴う引張側コンクリートのクラック発生や鉄筋の降伏によって、曲げモーメント-曲率曲線が一時的に負勾配となる軟化部を有する場合(図1)もあり、引張側コンクリートが負担していた応力を解放する際に抵抗曲げモーメントが低下したものである。しかしこのような剛性軟化部を有する場合には一つの抵抗曲げモーメントに対し実現可能な曲率は三つ考えられ、解の一意性が無く数値計算上では収束しないことが多い。つまり非線形振動論におけるBifurcation Point(分岐点)もしくはSaddle Point(鞍点)と呼ばれる問題である。田辺らはこの剛性軟化領域での構造物の不安定挙動について理論的・解析的検討を行い、Bifurcation Point後の挙動と負の固有値及びそれに対応する固有モードとの関係を明らかにし、ひずみ軟化材料に対する分岐問題の位置付けを行っている。<sup>2)</sup>また座屈問題やシェル問題ではポテンシャルエネルギーの安定性から不安定領域での飛び移り解析が行われているが、動的解析への応用は十分なされていない。

本研究では軟化領域における系のひずみエネルギーを評価することにより応答経路を追跡し、断面の剛性軟化を考慮したRC橋脚の動的非線形振動応答解析を行い、モデル化した非線形復元力による解析との応答及びエネルギー分布の比較検討を目的とする。

### 2 解析モデル

解析対象橋脚は釧路沖地震で段落し部に被害を受けた依田橋橋脚を用いた。同橋脚はT型円形橋脚で断面直径は140cmで2段階の段落しか施されており、主鉄筋D19が橋脚基部にて48本、1回目段落し部にて24本、2回目段落し部にて12本となっている。同橋脚を図2の様に9分割した離散質点系はり要素にモデル化し、地中の質点には地盤バネを配した。また橋軸直角方向の支承及び橋脚上部工からの変位拘束効果は考慮せず、上部工に相当する質点10は自由端として解析を行う。また材料モデルは図3のように、鉄筋は降伏後その弾性係数が10分の1となるバイリニアモデル、コンクリートは道路橋示方書の応力

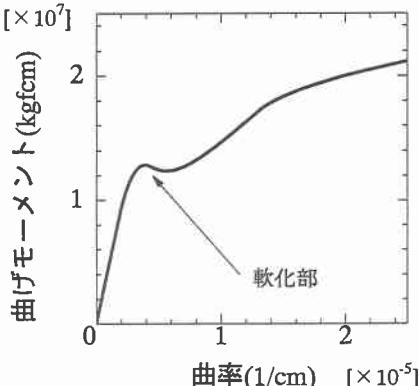


図1 曲げモーメント-曲率曲線

*Nonlinear Dynamic Response and Energy Distribution of RC Pier considering Strain Softening of partial cross Section by Yoshiki ISHIKAWA, Toshiyuki OSHIMA, Shuichi MIKAMI, Tomoyuki YAMAZAKI, Tomoya AOCHI and Kazuko KUBO.*

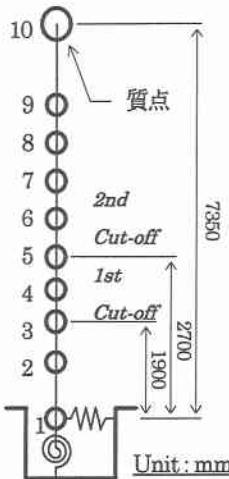


図2 解析モデル

ひずみ曲線モデルの曲線部を直線でモデル化し、引張側でひずみ軟化を考慮した。図4はモデル化した非線形復元力による解析で用いる曲げモーメント-曲率曲線である。図の各点はe点は断面の弾性限界、y点は引張側鉄筋の降伏点、u点は圧縮側コンクリートの降伏点、t点は圧縮側コンクリートが終局ひずみに達する点である。除荷時の履歴は引張側鉄筋が降伏に至っていないy点までは原点指向に、それ以上の曲率を経験した場合には原点とy点とを結ぶ直線の傾きで除荷するようにモデル化した。

### 3 動的応答解析

#### 3-1 履歴復元性を持つ運動方程式及びエネルギーの釣り合い式

橋脚モデルに対し減衰を含まない増分形の運動方程式は次式のようになり、Wilsonのθ法 ( $\theta=1.4$ ) を

$$[M]\Delta\{\ddot{u}\} + [K]\Delta\{u\} = \Delta\{P\} \quad \cdots(1)$$

用いて逐次積分を行う。式(1)中の $\Delta\{u\}$ は増分形の相対変位ベクトル、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は微小な時間間隔 $\Delta t$ に対して有効な剛性マトリックス、 $\Delta\{P\}$ は増分形の外力ベクトルである。また本モデルは減衰の影響を考慮に入れていないため、橋脚に入力されるエネルギーは全て運動エネルギーとひずみエネルギーに変換される。運動エネルギーは蓄積されないので最終的にはひずみエネルギーの蓄積により入力エネルギーが消費されることになり、この構造物に蓄積されるエネルギーは損傷の程度を示す重要な指標と考えられる。そこでエネルギーの釣り合い式を以下に示す。

$$\int \{\dot{u}\}^T [M] \Delta\{\ddot{u}\} dt + \int \{\dot{u}\}^T [K] \Delta\{u\} dt = \int \{\dot{u}\}^T \Delta\{P\} dt \quad \cdots(2)$$

ここで、各項は左辺より運動エネルギー、ひずみエネルギー、右辺は入力エネルギーをそれぞれ表す。

#### 3-2 剛性軟化を考慮した解析

非線形復元力は応答結果よりはり要素内の応力分布を求め、曲げモーメント-曲率曲線の傾きより曲げ剛度E Iを計算し剛性マトリックスを組み算定する。しかしこのような非線形復元力の算定法によるとコンクリートのひずみ軟化により一時的に抵抗曲げモーメントが低下する軟化部(図1参照)が発生し、その領域

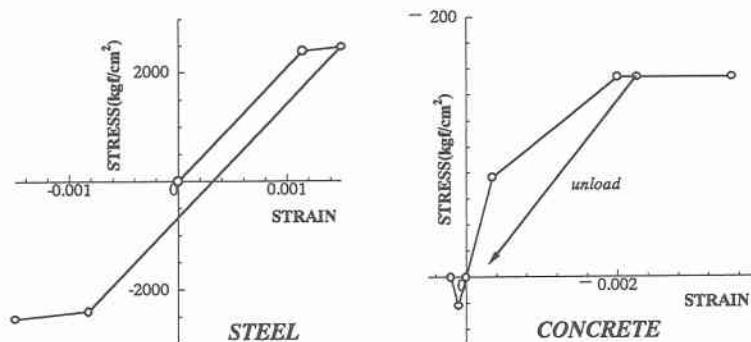


図3 応力-ひずみ曲線モデル

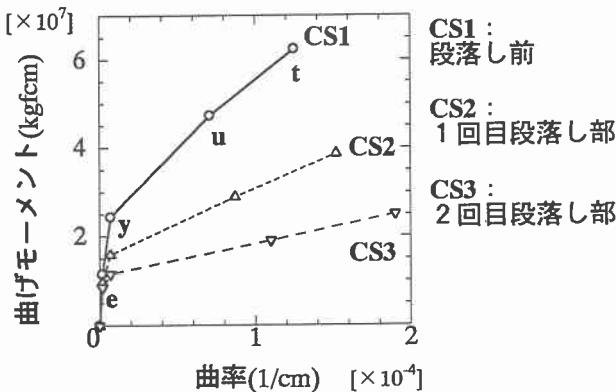


図4 モデル化した曲げモーメント-曲率曲線

において曲げ剛度は負勾配を有する。この軟化領域での増分形の逐次積分による応答計算では解は収束せず計算が不可能となる。これは一部のはり要素の曲げ剛度が負となり Bifurcation Point が発生することによって、その系は複数の釣り合い経路を持ち解の一意性が無くなるためである。Bifurcation Point は複数の平衡状態へ移行する分岐点であり、数学的には系の固有値が零もしくは負となる構造特異点を形成し、力学的には構造物の挙動が急激に変わる状態に対応するものである。そして不安定領域での複数の負の固有値の発生は、それぞれの固有値と関連した複数の平衡状態が同時に発生することを意味する。本研究では不安定領域での系のひずみエネルギーを評価し、安定領域への飛び移りにより軟化部を突破する解析手法を開発した。

今、図2の解析モデルにおいて下から二番目のはり要素が軟化した場合を例に解析手法を説明する。はり要素の軟化により負の固有値が発生する。この場合二つの負の固有値があり、二つの釣り合い経路の存在が考えられる。Bifurcation Point で直接運動方程式を解くことは不可能であるから、二つの負の固有値に対する変形モードを知る必要が生じる。図5はそれぞれの負の固有値に対応する固有モードを示す。負の固有値が零に近いモードは1次モードとなり推定される変形状態を表し、またもう一つは全く異なる変形状態に移行する可能性がある。そこで変位増分 $\Delta\{u\}$ を零に近い負の固有値に対応する固有ベクトル $\{\nu\}$ で表す。

$$\Delta\{u\} = \alpha\{\nu\} \quad \cdots(3)$$

ここで、 $\alpha$ は任意のスカラーである。ところで鉄筋コンクリートの不安定領域での挙動を考えると、急激に引張側コンクリートのひび割れが断面内へ進展し、やがて引張側鉄筋で応力を負担する事によりひび割れの進展は緩和されるが、実際にはごく微小な時間内で行われている現象である。エネルギー的侧面から考慮すると、引張側コンクリートの応力の解放によりひずみエネルギーは極小へ向かって減少し、その間に解放されるエネルギーは運動エネルギーに変換され、系は安定な釣り合いへと瞬時に移行する。したがって、式

(3) 中の $\alpha$ に任意の値を与え、ひずみエネルギーを評価し、極小値となるまで $\alpha$ を変えて繰り返し計算を行い、飛び移り位置を探す。図6は繰り返し計算中での $\alpha$ に対するひずみエネルギーと運動エネルギーの変化を示しているが、ひずみエネルギーは極小値に向かって減少し、同時に解放されたエネルギーが運動エネルギーに変換され増加している様子が分かる。この時、 $\alpha$ は約0.042にてひずみエネルギーは極小値をとるので、式(3)中にその値を入れ各応答値を求める。

#### 4. 応答解析結果

解析は橋脚モデルに加速度を正弦波（振幅400gal、周期0.4sec）で入力し、解析時間は10sec、時間間隔 $\Delta t$ は $2.0 \times 10^{-5}$ secとした。前記の条件にて剛性軟化を考慮した解析及びモデル化した非線形復元力による解析について検討を行う。図7は曲げモーメント-曲率曲線の履歴を示す。両解析とも鉄筋量の少ない2回目段落し部（図中右側）にて損傷が卓越する。剛性軟化を考慮した解析では両断面で曲率が約 $3 \times 10^{-6}$ 付近にて、再び抵抗曲げモーメントが増加し始める位置への飛び移りが確認でき、飛び移り後引張側コンクリートの損傷による剛性低下が見られる。また2つの解析の大きな相違は除荷後の履歴にある。モデル化された解析ではその履歴は平行四辺形状の経路を辿るが、上の2つのグラフではモデル化されたものとは大きく異なり、履歴経路の描く面積はそれほど大きくない。特に2回目段落し部での比較をするとモデル化した方は残留曲率を有するのに対し、剛性軟化を考慮した場合は原点指向の履歴特性を持つ。図8は橋脚自由端部

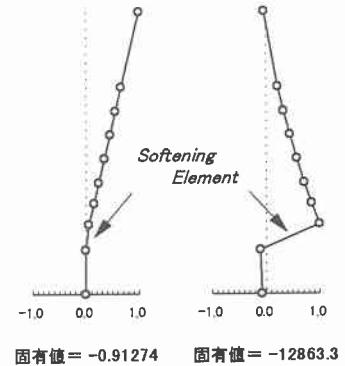


図5 負の固有値に対する固有モード

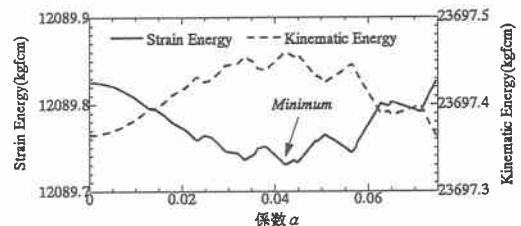
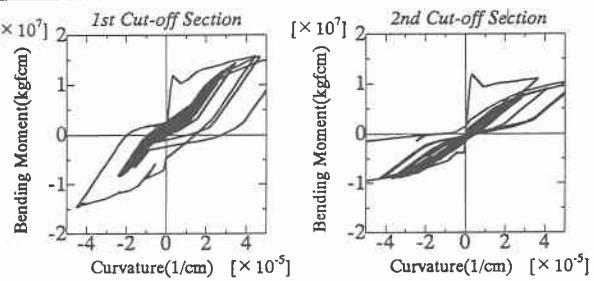


図6 不安定領域での $\alpha$ とエネルギーの関係

の水平変位応答である。剛性軟化を考慮した解析では約0.5secにて最大水平変位を示すが、この付近で根元や変断面部にて軟化しておりコンクリートのひび割れによる断面損傷が大きな要因と考えられる。またそれ以降の応答を比較すると波形形状はやや異なるか変位の振れ幅はほぼ同レベルにある。図9は各エネルギー分布（上より入力、ひずみ、運動エネルギー）を示す。左の剛性軟化を考慮した解析において、約0.4secにて運動エネルギーが最大値となるが、これは飛び移り時に解放されるひずみエネルギーが運動エネルギーに変換された結果と考えられる。またひずみエネルギーの蓄積に関して比較をすると、剛性軟化を考慮した解析はモデル化した解析に対して最終的な蓄積量は約1/2となる。しかしながら図7を見ると断面の損傷は、剛性軟化を考慮した解析の方が大きい。これは先に述べた履歴経路に関係し、その面積はエネルギーの蓄積量を意味する。モデル化した解析は履歴経路の面積が剛性軟化を考慮した解析に比して大きいため、この様な結果を得たと考えられる。

#### 剛性軟化を考慮した解析



#### モデル化した非線形復元力による解析

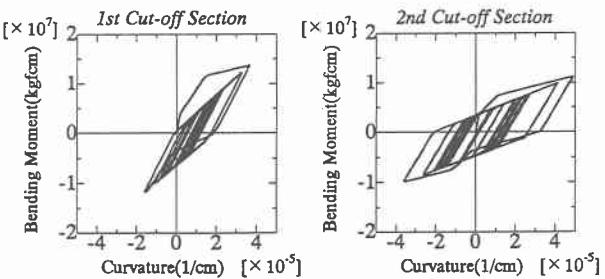


図7 曲げモーメント-曲率曲線履歴

#### モデル化した非線形復元力による解析

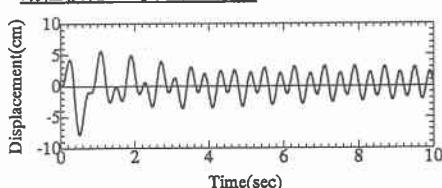


図8 橋脚自由端部の水平変位応答

#### 剛性軟化を考慮した解析

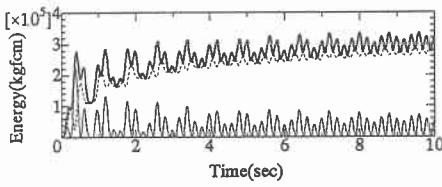
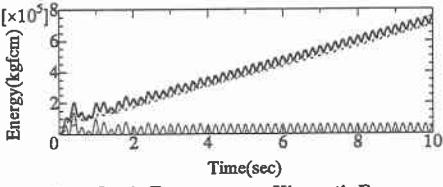


図9 エネルギー分布

#### モデル化した非線形復元力による解析



## 5.まとめ

以上、本論文では断面の剛性軟化を考慮した動的非線形振動解析を行い、モデル化した非線形復元力による解析との比較検討を行った。本解析で得られた結果を以下にまとめる。

- (1) 系のひずみエネルギーを評価することにより軟化領域からの応答経路の追跡が可能となった。
- (2) 剛性軟化を考慮した解析とモデル化した非線形復元力による解析とのひずみエネルギーの蓄積量の相違を曲げモーメント-曲率曲線の履歴経路と関連付けて比較を行った。

## 参考文献

- 1) 土木学会：動的解析と耐震設計、第1巻、第2巻、技報堂、1989
- 2) 中村、田辺：鉄筋コンクリートはりのポストピーク挙動に関する解析的研究。土木学会論文集No.490 V-23, pp81-90, 1994. 5.