

I-38 不完全合成連続桁の合成度と応力について

(株) 釧路製作所 正会員 井上稔康
北海道大学工学部 フェロー 佐藤浩一

1. まえがき

連続桁は中間支点付近の床版コンクリートに大きな引張応力が作用するため、合成桁として設計するとコンクリート部の耐久性が問題になる。中間支点にプレストレスを導入した連続合成桁が施工されているが施工性が悪い等の理由で実施例は少なく、従来連続桁は非合成として設計されることが多い。

合成桁は道路橋示方書により、鋼桁とコンクリートがジベルで完全に合成されたものとして設計しているが、スタッドジベルが変形するため合成効果(合成度)は100%でなく、厳密には不完全合成桁である。一方、非合成桁は鋼桁のみが応力を負担するものとして設計しているが、実際にはスラブアンカーによる合成効果があるためこれも不完全合成桁であり、実橋の載荷試験でも合成桁に近い挙動を示すことが確認されている⁴⁾。

本文は連続桁を不完全合成桁として解析することにより、その合成構造としての特性を明らかにし、断面の各部に実際に発生する応力や変形を算出する方法を示した。不完全合成桁の解析については有限要素法による方法⁵⁾等、いくつかの解法が提案されている。本研究ではジベルの弾性変形を考慮した微分方程式による剛性マトリックス解析法^{2), 3)}を用い、比較的簡単に不完全合成連続桁の計算ができることを示した。

2. 不完全合成桁の解析法と合成度

完全合成桁の曲げ解析におけるたわみ w_v に関する微分方程式は次式のとおりである¹⁾。

$$\frac{d^4 w_v}{dx^4} = \frac{p}{E_s I_v} \quad (1)$$

ここで、 p は分布活荷重強度、 E_s は鋼桁のヤング係数、 I_v は合成断面の断面二次モーメントで、

$$I_v = I_{cs} + I_{csv}, \quad I_{cs} = I_s + I_c/n, \quad I_{csv} = A_c s c s / n \quad (2)$$

n は鋼とコンクリートのヤング係数比、 I_s は鋼桁の断面二次モーメント、 I_c はコンクリート床版の断面二次モーメント、 A_s は鋼桁の断面積、 A_c はコンクリート床版の断面積、 s はコンクリート床版の重心と合成断面の重心間の距離、 c はコンクリート床版と鋼桁との重心間の距離である。

次に、不完全合成桁の曲げ解析におけるたわみ w_v に関する微分方程式は次式のとおりである^{2), 3)}。

$$E_s I_v \frac{d^4 w_v}{dx^4} - \omega^2 E_s I_v \frac{d^2 w_v}{dx^2} = -\omega^2 E_s I_v \frac{d^2 w_v}{dx^2} - \frac{n I_v}{n I_s + I_c} p \quad (3)$$

ここで、 K はジベルのばね定数であり、

$$\omega^2 = \frac{n I_v}{n I_s + I_c} \frac{K n}{E_s A_c} \frac{s}{c} \quad (4)$$

w_v と w との差を w とすれば、 w に関しては式(3)と式(1)との差より、

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \omega^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{p}{E_s I} \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \quad I = I_v (n I_s + I_c) / A_c s c s, \quad n = E_s / E_c. \quad (6)$$

断面諸元と境界条件を与えて、式(1)、(5)を解けばそれぞれのたわみが求まる。剛性マトリックスによる解法もその一つであり^{2)、3)}、連続桁にも適用できる。不完全合成桁のたわみ $w_{..}$ は完全合成桁のたわみ w_v と式(5)で示されるような桁の変形と w_v の代数和で計算される。応力も完全合成桁の応力と w_v の変形に見合う応力分布との代数和である。したがって、不完全合成桁のたわみ $w_{..}$ 、曲げモーメント $M_{..}$ 、軸力 $N_{..}$ 、ジベルに作用する水平せん断力 $T_{..}$ を求めると次のようになる。

$$w_{..}=w_v+w_{..}=w_v(1+w_{..}/w_v)=w_v(1+\gamma) \tag{7}$$

$$M_{..}=M_v+M_{..}=M_v+M_{..}I_v/I_v \tag{8}$$

$$N_{..}=(M_v-M_{..})A_c s c/nI_v \tag{9}$$

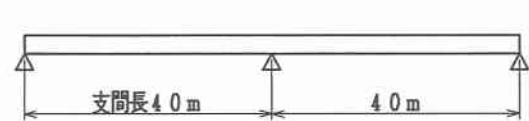
$$T_{..}=(Q_v-Q_{..})A_c s c/nI_v \tag{10}$$

ここで、
$$\gamma = \frac{w_{..}}{w_v} = \frac{I_v}{I_c} \cdot \beta = \frac{A_c s c s}{n I_s + I_c} \cdot \beta \quad , \quad \alpha = 1 - \beta \tag{11}$$

$$M_{..}(x) = -E_s I_c \cdot \frac{d^2 w_{..}(x)}{dx^2} \quad , \quad Q_{..}(x) = -E_s I_c \cdot \frac{d^3 w_{..}(x)}{dx^3} \tag{12}$$

であり、 γ は完全合成桁のたわみ w_v と曲げモーメント M_v に対する増加率、
 β は完全合成桁の軸力 N_v と水平せん断力 T_v に対する減少率、
 α は不完全合成桁の合成効果を示す合成度を、それぞれ表している^{2)、3)}。

3. 不完全合成連続桁の計算例



図－1 2 径間連続桁

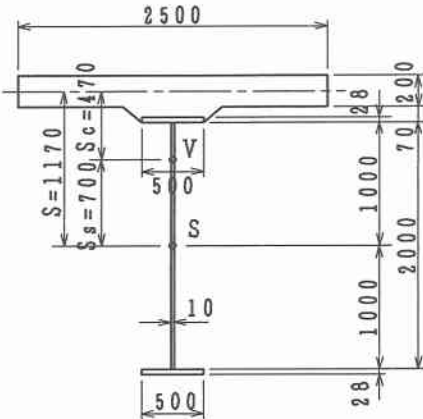
表－1 荷重強度

合成前死荷重	w_{d1}	1.839 tf/m
合成前死荷重	w_{d2}	0.460 "
活荷重	p_1	2.500 "
"	p_2	0.875 "
衝撃係数	i	0.222

図－1、2の2径間連続桁を計算モデルとして、次の4ケースの計算を行った。載荷荷重は表－1を使った。

- CASE-①：完全合成連続桁（合成度 $\alpha=1$ ）
- CASE-②：非合成連続桁（合成度 $\alpha=0$ ）
- CASE-③：不完全合成連続桁（ $0<\alpha<1$ ）
- CASE-④：中間支点付近を不完全合成とした連続合成桁（ $0<\alpha<1$ ）

CASE-③では一般的な非合成連続桁を、スラブアンカーのばねを考慮した不完全合成連続桁として解析した。スラブアンカー（ $\phi 13\sim 16$ 鉄筋、1mピッチ）のばね定数は $K=5000\text{kgf/cm}^2$ （全長に一定）とした⁵⁾。CASE-④は負の曲げモーメントが作用する中間支点付近のジベルを非合成桁並みに少なくした連続合成桁で、これを不完全合成連続桁として解析した。CASE-④の計算で使用したジベルはスタッドジベル（ $\phi 19$ ）で、1本当たりのばね定数を 220tf/cm とした⁵⁾。ジベル本数とばね定数 K を図－3に示す。

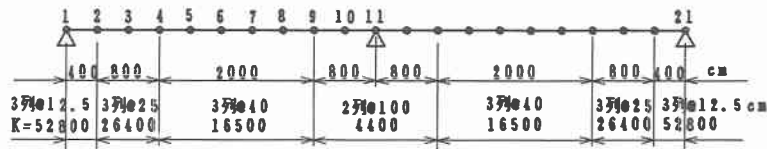


図－2 断面構成（mm）

$$A_c=480.0\text{cm}^2 \quad I_c=166,700\text{cm}^4$$

$$A_s=5,000\text{cm}^2 \quad I_s=3,545,000\text{cm}^4$$

$$I_v=7,499,000\text{cm}^4$$



図－３ CASE-④のジベル本数とばね定数K (kgf/cm²)

支間中央部 p t. 5 と中間支点部 p t. 11における断面力の計算結果を表－３に、 p t. 5 のたわみを表－２に示す。

表－２ 支間中央部 p t. 5 のたわみ (mm)

		①完全合成	②非合成	③不完全合成	④不完全合成
合成前死荷重	δd_1	33.96	33.96	33.96	33.96
合成後死荷重	δd_2	4.02	8.49	4.33	4.10
合成後 活荷重	δp_1	14.15	29.93	14.91	14.35
	δp_2	12.63	26.71	13.18	12.74
	合計 δp	26.78	56.63	28.09	27.09
合成度	α	1	0	0.930	0.980

表－３ 曲げモーメントM (tfm) と軸力N (tf)

			①完全合成②非合成		③不完全合成		④不完全合成	
			p t. 5	p t. 11	p t. 5	p t. 11	p t. 5	p t. 11
合成前	死荷重	Md ₁	207.4	-364.1	207.4	-364.1	207.4	-364.1
合成後	死荷重	Md ₂	51.9	-91.1	55.4	-113.1	53.3	-105.9
		Nd ₂	—	—	21.8	-31.8	22.7	-34.8
	活荷重	Mp ₁	216.4	-114.0	237.1	-139.6	225.6	-131.0
		Np ₁	—	—	88.5	-40.7	93.2	-44.2
	活荷重	Mp ₂	162.9	-211.7	171.2	-262.9	166.1	-246.2
		Np ₂	—	—	69.6	-74.0	71.7	-80.8
	合 計	M ₂	431.3	-416.8	463.7	-515.6	445.8	-483.1
		N ₂	—	—	179.9	-146.5	187.6	-159.7

表－２で、①の δ は式(7)における完全合成桁のたわみ w_v であり、③と④の δ は不完全合成桁のたわみ w_v である。③と④の合成度 α は、①に対する支間中央部 p t. 5 のたわみの増加量 w_v から求めた。非合成で設計されている連続桁でも、スラブアンカーをジベルとして考慮した不完全合成桁として計算すると、その合成度 α は 0.93 と大きく、完全合成桁の $\alpha=1$ に近い。

表－３で、①のMは式(8)の完全合成桁の曲げモーメント M_v であり、③、④のMとNは式(8)、(9)の不完全合成桁の曲げモーメントと軸力 M_v 、 N_v である。これらの断面力の間に次式の釣合いが成立している。これは合成断面の中立軸に作用する曲げモーメントが、不完全合成桁のコンクリート部と鋼桁部の重心にそれぞれ曲げモーメントと軸力に分配していることを示している。

$$M_v \cdot (n I_s + I_c) / n I_v + (s_c + s_s) \cdot N_v = M_v \quad (13)$$

不完全合成桁の断面応力度 σ は式(14)で計算できる。CASE-①～④の断面応力度計算結果を表－４に示す。

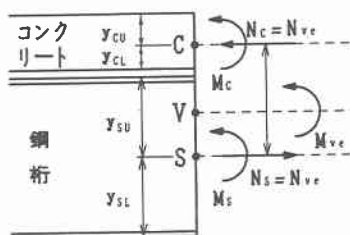


図-4

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{CU} &= -\frac{N_c}{A_c} - \frac{M_c}{I_c} y_{CU} \\ \sigma_{CL} &= -\frac{N_c}{A_c} + \frac{M_c}{I_c} y_{CL} \\ \sigma_{SU} &= +\frac{N_s}{A_s} - \frac{M_s}{I_s} y_{SU} \\ \sigma_{SL} &= +\frac{N_s}{A_s} + \frac{M_s}{I_s} y_{SL} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで、 $M_c = M_{v \cdot} \cdot I_c / n I_v$ 、 $M_s = M_{v \cdot} \cdot I_s / I_v$ (15)

表-4 断面応力度比較表 (kgf/cm²)

		①完全合成	②非合成	③不完全合成	④不完全合成
支間中央部 p t. 5	コンクリート上端 σ_{CU}	-46.8	—	-44.8	-46.0
	" 下端 σ_{CL}	-30.4	—	-27.1	-29.0
	鋼桁 上端 σ_{SU}	-790.0	-1851.8	-862.1	-821.7
	" 下端 σ_{SL}	1595.0	1851.8	1611.6	1603.2
中間支点部 p t. 11	コンクリート上端 σ_{CU}	45.3	—	39.1	41.1
	" 下端 σ_{CL}	29.4	—	19.4	22.7
	鋼桁 上端 σ_{SU}	1238.0	2264.1	1457.5	1385.2
	" 下端 σ_{SL}	-2016.2	-2264.1	-2067.1	-2050.6

4. あとがき

- 1) ジベルの弾性変形を考慮した微分方程式による、剛性マトリックスを用いた不完全合成桁の解析法^{2), 3)}、および合成度と曲げ応力度の計算方法を示した。
- 2) 従来多用されている非合成連続桁は、スラブアンカーのばねを考慮した不完全合成連続桁として解析すると、発生する応力と変形は完全合成連続桁に近い値となる。
- 3) この計算結果は、実橋の載荷実験で非合成桁として設計された連続桁が合成桁に近い挙動を示すことと符合し⁴⁾、非合成連続桁の余剰耐荷力が大きいことを示している。
- 4) 連続合成桁では、中間支点付近のジベル量を少なくして不完全合成連続桁として計算すると、コンクリートの引張応力度は小さくなる。(計算例では約10%)

【参考文献】

- 1) 島田静夫、熊沢周明：合成桁の理論と設計、山海堂、1973。
- 2) 井上稔康、佐藤浩一、渡辺昇：不完全合成桁の差分剛性マトリックス解析法について、構造工学論文集、Vol. 36A、pp. 1223-1236、1990. 3。
- 3) 佐藤浩一、渡辺昇、井上稔康：不完全合成桁と合成版の解析理論の相似性について、土木学会北海道支部論文報告集、第45号、pp. 55-60、1989。
- 4) 竹本邦仁、赤代恵司、谷内敬功、金子学、池田正夫：既設橋梁の載荷試験による耐荷力判定に関する考察、土木学会北海道支部論文報告集、第52号A、pp. 410-415、1996。
- 5) 小松定夫、佐々木孝：不完全合成格子桁橋の理論と近似計算法について、土木学会論文報告集、第329号、pp. 27-37、1983。