

IV-15

階層分析法の集計化に関する研究

北海道大学 学生員 永井隆夫  
 北海道大学 正員 高野伸栄  
 北海道大学 正員 佐藤馨一

1. はじめに

AHP (Analytic Hierarchy Process ; 階層分析法) は、サティ (Thomas.L.Saaty) によって、1971年に提唱されたモデルで、不確定な状況や多様な評価基準における意思決定手法である。この手法は、問題の分析において、主観的判断とシステムアプローチをうまくミックスした問題解決型意思決定手法の1つである。

すなわちAHP手法は、これまでのOR手法では対処しきれなかった問題の解決を図って開発されたものである。したがって、AHP手法を使って問題を解決するには、まず、問題の要素を最終目標-評価基準-代替案という関係で表される階層図で表す。そして、最終目標からみて評価基準の重要さを求め、次に各評価基準からみた代替案を評価し、最後に、これらを最終目標からみた各代替案の評価に換算する。AHP手法はこの評価の過程で、経験や勘を生かして、これまではモデル化したり、定量化したりするのが難しかった分野でも扱えるようになっているのが特徴である。

2. 従来のAHP手法の集計化の問題点

従来のAHP手法の集計化においては、一対比較値においては幾何平均が、ウェイトにおいては算術平均の値をもって、全体の意思として決定されるのが一般的である。しかしこの方法では、両極端の意見を持ったグループがちょうど全体の半分ずつを占めるといった場合や、個人の意見が分散しているような場合に、単純にウェイトの算術平均をとると、個人の意見とはかけ離れた意見が全体の意見と見なされてしまうという危険性がある。

このことについて次の3つの具体例で説明する。この3つの具体例はいずれもサンプル数10で、3つ

の代替案のうちA、Bの2つのウェイトを平均ウェイトと合わせて散布図で示したものである。

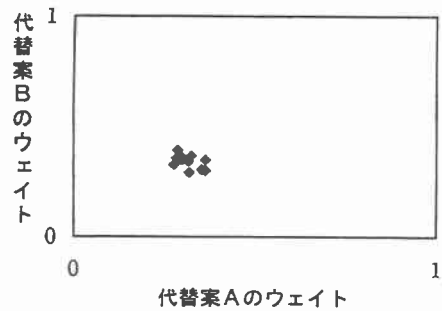


図1 ウェイト散布図1

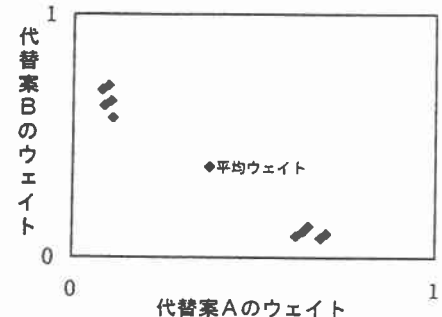


図2 ウェイト散布図2

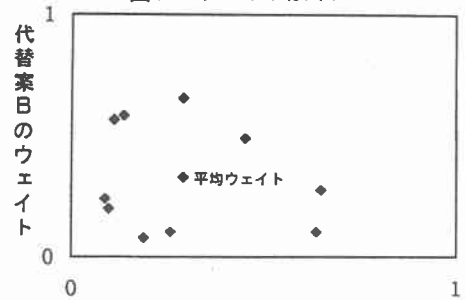


図3 ウェイト散布図3

A Study on Aggregation in Analytic Hierarchy Process  
 by Takao NAGAI, Shin-ei TAKANO, Keiichi SATOH

図1は全員の意見が非常に一致している例で、当然このような場合には、平均ウェイトの位置もこれらの個人の意見が集中しているところにあるので平均ウェイトの意見は全体の意見を表しているという点で何ら問題はない。

問題が生ずるのは、個人の意見がまとまっていない場合である。例として、図2のように、両極端の意見に完全に分かれているような場合や、図3のように平均ウェイトのまわりに個人の意見が分散しているような場合が挙げられる。図2の場合には明らかに5人ずつのグループの意見にまとめられるにもかかわらず、その平均値はそのどちらのグループにも属さない意見になっていることがわかる。このような意見が全体の意見となることに納得が得られるかどうかは疑問である。

また、図3のように平均ウェイトのまわりに個人の意見が分散している場合においても、平均のウェイトが全体の意見とみなしてよいのかという点に関しては疑問の余地が残る。

このように全体を1つの意見に集約することが困難であると判断された場合には、全体を幾つかの集団に分けることが考えられる。そこで、本研究ではAHPの集計化にグルーピングの概念を導入する。

### 3. 本研究におけるAHPの集計化

本研究では、このように全体の平均値が個人の意見とは全く違う意見になってしまうような場合に、集計化にあたって、個人の意見がどのように分布し、そして全体の平均値がどのように位置しているかを判断した上で、全体の意見を見極める方法を導き出そうとするものである。その上で、もし全体の平均値が的を外れた意見となっているような場合には、全体を幾つかのグループにグルーピングした上で、それぞれのグループごとの平均を示したものを、意思決定者の判断材料として提供しようとすることを目的とする。

次に本研究の集計化の流れについて述べる。まず、個人の一对比較値データからウェイトを算出する。次にそのウェイトのデータをもとにクラスター分析を行い、この結果からグループ内ウェイト分散の平均値を考慮してグループ数を決定する。このグループ内ウェイト分散の平均値の定義については6.で

述べる。まずクラスター分析におけるグループ数1の場合から分散の平均値 $v$ の計算を行い、ここで $v$ の具体的指標として $\alpha$ を定義し、 $v > \alpha$ の場合にはクラスター分析におけるグループ数を1つずつ増やしていき、 $v < \alpha$ となるまでこの作業を繰り返す。そして、 $v < \alpha$ となった時点でグループ数が決定する。そしてウェイトの散布図に個人のウェイトと全体の平均値とグループの平均値を示した上で、それぞれのグループの特徴を把握する。その上で各グループの平均値を用いて意思決定者が判断するという流れをとる。図4に本研究の集計化のフローを示す。

$N$  : グループ数

$v$  : グループ内ウェイト分散の平均値

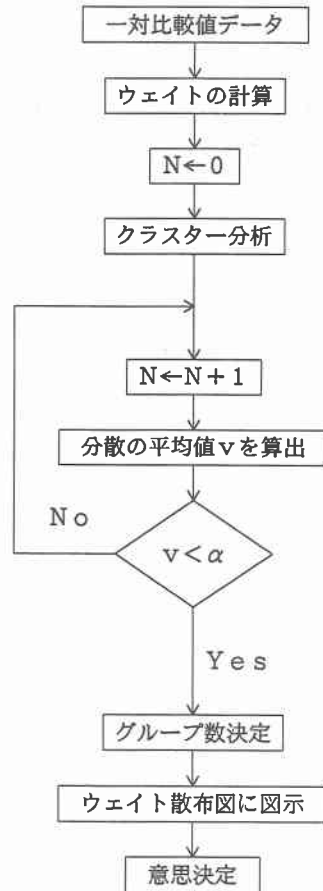


図4 本研究の集計化のフロー

#### 4. 具体的事例への適用

本研究の集計化を具体的事例に適用して示す。まず、図5に具体的事例の階層図を示す。

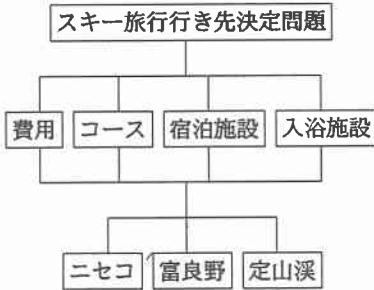


図5 具体的事例の階層図

この具体的事例についての一対比較を研究室の22名の学生に行い、この最終的な代替案の結果を用いて集計化した結果を以下に示す。

#### 5. クラスタ分析

集計化を行うに際し、グルーピングを行うことは前に述べたが、このグルーピングを行う際の基準となるのがクラスタ分析である。このクラスタ分析を、5. に示した具体的事例の最終的な代替案のウェイトに適用した結果を図6に示す。ここで、クラスタ分析はユークリッド距離の重心法を用いる。

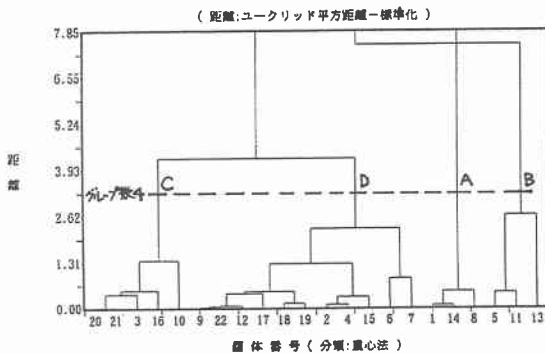


図6 クラスタ分析結果

このクラスタ分析結果をもとにグルーピングのグループ数を決定するわけであるが、その際に閾値として、クラスタ分析の距離を用いるのではなく、グループ内ウェイト分散の平均値を用いる。

#### 6. グループ内ウェイト分散の平均値

グループ数を決定する指標として、グループ内ウェイト分散の平均値を用いる。グループ内ウェイト分散とは、各グループ内でそのグループに属する個人のウェイトがそのグループの中心のウェイトからどの程度離れて分散しているかを表すものである。ここで、グループ内ウェイト分散の定義式を示す。

グループ数をNとし、i番目のグループの分散を $S_i$ とする。代替案数はM、i番目のグループはL人から構成されているとする。i番目のグループのj人目の代替案kに対するウェイトを $W_{kj}$ とする。またi番目のグループの代替案kの平均値を $\bar{W}_{ki}$ とする。ここでi番目のグループ内分散 $S_i$ は次式で導かれる。

$$S_i = \frac{\sum_{j=1}^L \sum_{k=1}^M (W_{kj} - \bar{W}_{ki})^2}{L} \quad \dots (1)$$

L : グループ構成人数

M : 代替案数

N : グループ数

グループ内ウェイトの分散の平均値とは、 $S_i$ の平均値である。よって、グループ内ウェイト分散の平均値 $v$ は次式で導かれる。

$$v = \frac{\sum_{i=1}^N S_i}{N} \quad \dots (2)$$

(1)式を用いて、具体例として、図6に示したグループ数4の場合のグループA、B、C、Dのグループ内分散 $S_i$ を表1に示す。

表1 グループ内ウエイトの分散

グループ名	A	B	C	D
分散 $S_i$	0.1226	0.2220	0.1878	0.2303

グループ内ウエイト分散の平均値  $v$  とは、(2)式より、表1の4つの値の平均値なので、この場合、 $v=0.1907$ となる。

表2に、図6のクラスター分析をもとにグループ数1、3、4の場合についてこのグループ内ウエイト分散の平均値  $v$  を計算したものを示す。

表2 グループ内ウエイト分散の平均値

グループ数	1	3	4
分散の平均値 $v$	0.3542	0.2048	0.1907

グループ数は表2のグループ内ウエイト分散の平均値  $v$  をもとに決定する。ここで、この例の場合には、例えば  $v$  に対して  $\alpha=0.2$  という指標を設けることにより、表2から  $v < 0.2$  となるのはグループ数4のときであるから、グループ数4と決定する。

### 7. ウエイト散布図

図7にウエイトの散布図を示す。ただし、代替案3つのうちニセコと富良野の2つの代替案のウエイトを示したものである。そして、グループごとの平均値と全体の平均値のウエイトを合わせて示す。図7により、各個人のウエイトの分布と、全体の平均およびグループの平均がどのような関係になっているかが明らかになる。

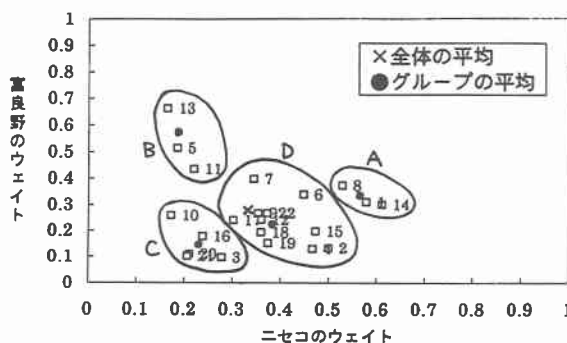


図7 代替案のウエイト散布図

図7の結果より、ニセコを重視しているグループA、富良野を重視しているグループB、定山溪を重視しているグループC、そのどちらでもない平均的なグループDの4つのグループに分かれていることがわかる。グルーピングを行うことにより、グループAやグループBのように、これまで無視されがちであった少数意見であっても、ひとつのグループを構成することにより、その存在が明らかとなり、意思決定者の判断に汲み入れられる可能性が生まれることになる。

また図7から、全体の平均値が最も個人の意見の密集しているところに位置しているということがわかる。このことから全体の平均値は全く的外れな意見ではないと言える。

図8に各グループのウエイトの平均値を示す。

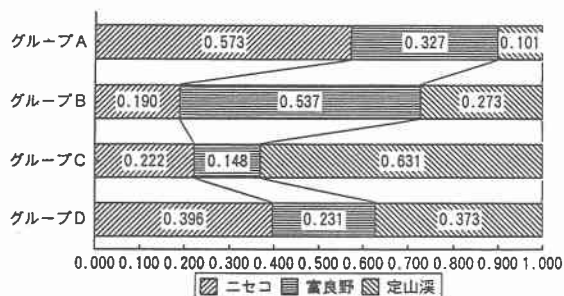


図8 各グループのウエイトの平均値

### 8. 終わりに

本研究では、AHP手法の集計化にあたって、グルーピングの概念を導入した。グルーピングにあたっては、クラスター分析の結果をもとに、グループ内ウエイト分散の平均値を用いてグループ数を決定することを提案した。グルーピングを行うことにより、それぞれのグループの特徴やグループの平均値がウエイト散布図のどのような位置に位置しているのかが明らかになる。このことは意思決定者にとって非常に大きな情報になると考える。

#### 【参考文献】

- 1) 刀根薫：ゲーム感覚意思決定法，日科技連，1986
- 2) 木下栄蔵：AHP手法と応用技術，総合技術センター，1993