

II-63

水平振動流中の円柱に働く流体力について

-high Reynolds number の場合-

北見工業大学 工学部 正員 佐藤 幸雄

北見工業大学 工学部 学生員 奥村 慎也

I. まえがき

水平振動流中に円柱を2次的においた場合、粘性の影響によって、ある水理条件の下では円柱表面に剥離が生じ、円柱の極く近傍において剥離渦が発生する。そのためにポテンシャル流れとは異なった流れ構造を示す。このような剥離渦を伴うような場合の円柱に加わる流体力については数年前より解析を試みて来たが主として、レイノルズ数が比較的小さい場合である。この場合でもK.C数が大きくなると円柱に加わる流体力はモリソン式の値より剥離を伴う方が大きい値を示すことが分かっている。今回の報告では、レイノルズ数がやや大きい場合について上述と同様の数値解析をスペクトル法あるいはA.D.I法により数値計算を試み、レイノルズ数が大きい場合の流体力についてモリソン式と比較検討を行った。しかし、レイノルズ数が大きくなるに従って、円柱の周りの流れに乱れが生じ結果的にそれ程大きなレイノルズ数までは計算が出来なかった。そこで、本報告では今回数値解析を行った high Reynold number の場合に今までに行った解析結果を加え流体力に関して総合的に取りまとめて報告することとした。

II. 解析方法の概略

振動流中に円柱を水平・2次的に置いた場合で座標系を図-1のように定義する。また、各変量を円柱の半径 R_0' および振動流の角周波数 σ' で無次元化し、さらに、 $x = e^r \cos \theta, y = e^r \sin \theta \dots (1)$ を用いて、座標系を (x, y) から (r, θ) に変換した場合、無次元化された渦度方程式および流れ関数に対するポアソン方程式はそれぞれ式(2) および式(3)である。[なお、解析方法の詳細は佐藤・折橋・浜中(海溝, 1993)を参照]

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J^{-1} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + v \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \right\} \dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = -J \omega \dots (3)$$

$$J = e^{2r} \{ J ; \text{式(1)のヤコビアン} \} \dots (4)$$

式(2) および式(3) に対する境界条件は円柱表面、 $r=0$ で $\partial \psi / \partial r = \partial \psi / \partial \theta = 0$ 、渦度 ω に関しては Thom's スキームを使用した。また、円柱より遠く離れた $r = \infty$ では $\partial \psi / \partial y = u$ 、 u ; 水平振動流の流速 $u = A \sin t$ であり、 $\partial \psi / \partial x = 0$ 、 $\omega = 0$ とした。

つぎに、無次元化された圧力方程式は

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 2 \left\{ \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \dots (5)$$

ここに、 $p = p' / \rho' (\sigma' R_0')^2$ 、 p' ; 有次元圧力、 ρ' ; 流体の密度 である。また、式(5)の境界条件は、円柱の表面上 $r=0$ で $\partial p / \partial r = -v (\partial \omega / \partial \theta)$

であり、 $r = \infty$ でポテンシャル流の圧力 $p = -A (e^r + e^{-r}) \cos \theta \cos t \dots (6)$

を使用した。

式(2)を使用して渦度 ω を求める場合、レイノルズ数 Re が小さいときはスペクトル法を使用し、また Re が大きい場合はA.D.I法を使用した。

スペクトル法は流れの場が θ 方向に周期的であると考えられる場合、渦度 ω および流れ関数 ψ をそれぞれフーリエ級数に展開し、その級数を使用して θ 方向の微係数を求める。また、 r 方向の微分は有限差分法を用いて解く方法であり、A.D.I法は陰的差分と陽的差分を組み合わせ、2段階で時間的ステップ Δt だけ更新させる方法で数値計算の安全性が高いと云われている方法である。

III. 計算条件

計算条件については $Re \geq 700$ の場合のみ表-1に示した。また、表-1の計算CASEを $Re \geq 700$ (○印) の場合も含めて、K.C.数- Re 数の関係で図に示したのが図-2である。表中のK.C.数およびレイノルズ数 Re に関しては以下のようなものである。

$$K.C. = U'T'/D' = \pi A$$

$$Re = U'D'/\nu = 2A/\nu$$

ここに、 A 、 ν はそれぞれ振動流速の最大値および動粘性係数の無次元量である。 NT は時間的ステップ Δt に関する1周期 2π の分割数であり、各CASEで種々変えた値を使用した。また、計算した周期は各CASE共に3cyclesまでである。このような計算条件で各CASEについてスペクトル法あるいはA

.D.I法を用いて計算を行い、いずれか比較的安全定数値が得られた方を採用することとした。その結果、図-2に示したように Re が小さい、大略 $Re < 1000$ 側はスペクトル法が良く、また、 Re が大きい、大略 $Re > 1000$ 側はA.D.I法が良いと云える。しかし、 Re が大きくなるに従って計算可能なK.C.数の値は小さくなる。(たとえば $Re = 5000$ でK.C.数は2.0以下)

図-3は計算CASEのK.C.数および Re 数に対応するような微小振幅波の波動場の範囲を示したもので、振動流の最大流速には波動場の静水面における流速を使用している。一例を挙げると、図-3において水深 $h' = 20.0m$ の時、水表面から没水深1m程度に直径 $D' = 10cm$ の円柱を設置した場合、計算CASEのK.C.数2~3、 $Re = 1000 \sim 3000$ に相当する微小振幅波の周期 T および波高 H の値は $T = 20sec$ で $H = 3cm$ 、また、 $T = 8sec$ で $H = 10cm$ 程度である。この場合、円柱上を通過する波は変形しないと考える。

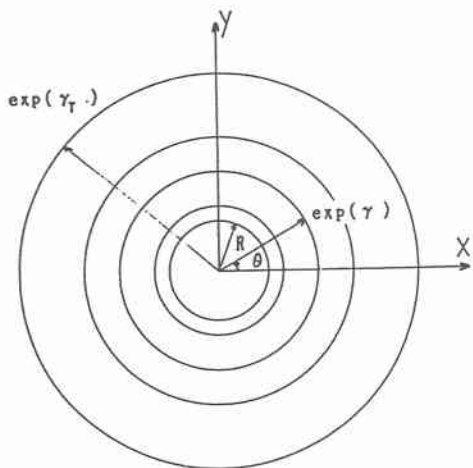


図-1 座標の定義

表-1 計算条件 ($Re \geq 700$)

CASE	K.C.数	Re	A	ν	NT	cycles
1	6.0	700	1.910	0.00546	4000	3
2-1	2.0	1000	0.637	0.00127	8000	3
2-2	4.0	1000	1.273	0.00255	16000	3
3-1	2.0	1500	0.637	0.00085	8000	3
3-2	3.0	1500	0.955	0.00127	16000	3
4-1	2.0	2000	0.637	0.00064	4000	3
4-2	3.0	2000	0.955	0.00096	16000	3
5-1	2.0	3000	0.637	0.00042	16000	3
5-2	3.0	3000	0.955	0.00064	4000	3
6-1	1.0	5000	0.318	0.00013	4000	3
6-2	2.0	5000	0.637	0.00026	2000	3

MM=64 NN=64 ET=2.7 b=3.0
時間ステップ $\Delta t = 2\pi/NT$

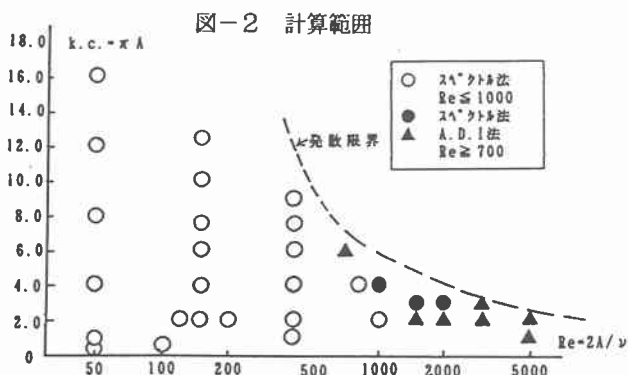


図-2 計算範囲

IV. 計算結果と考察

計算 CASE の中より $Re=1000$ 、 $K.C=4$ の Re の値が比較的小さい場合 (CASE2-2) と同様の $K.C$ 数で Re の値が大きい場合、 $K.C=3$ 、 $Re=3000$ (CASE5-2) の 2 CASE の場合について、渦度、流れ関数および圧力場の Contours 図を図-4~図-9に示した。図-4~図-6は CASE2-2 の場合であり、図-5の流れ関数の Contours に僅かながら流線の乱れが見られるが、計算が発散するまでには到っていない。

しかし、図-7~図-9の CASE5-2 の場

合になると図-7の渦度の Contours に僅かながら計算値が発散する様子が見られるようになり、図-8の流れ関数の Contours でも流線の乱れが現れている状態である。図-9はこの様な流れ場における圧力場の Contours を図示したものである。図-10および図-11は CASE2-2 および CASE5-2 の場合の流体力の 1 周期 ($t=2\pi$) に渡っての時間変化を示したもので、圧力 P 、せん断力 τ および流体力 $F(=P+\tau)$ はそれぞれ水平方向成分である。図中に数値解析の結果と比較するために Morison 式の値 (破線) とポテンシャル流の

図-3 波動場との比較

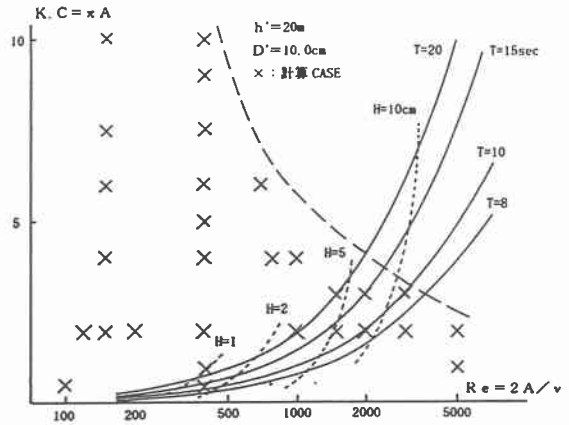


図-4 CASE2-2 渦度 Contours
K.C=4 Re=1000 $\Delta\omega=5$

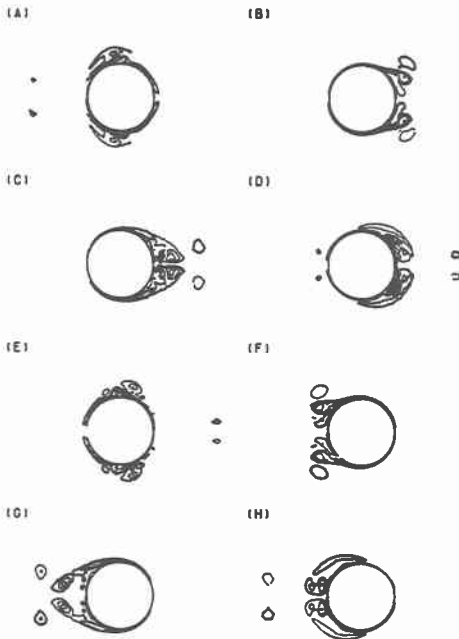


図-5 CASE2-2 流れ関数 Contours
K.C=4 Re=1000 $\Delta\psi=0.25$

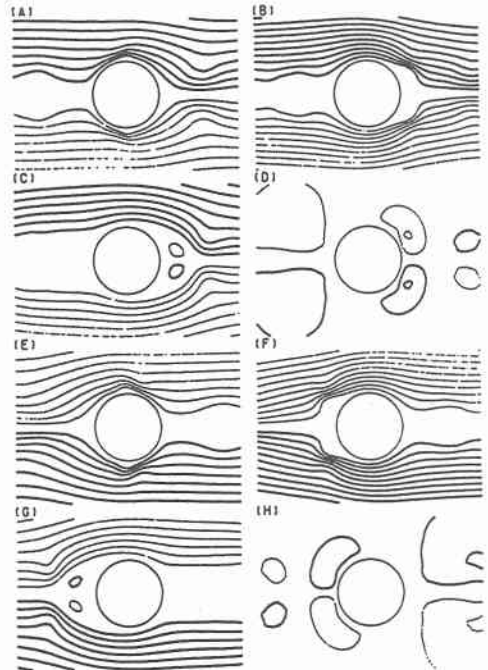


図-6 CASE2-2 圧力 Contours
 $K.C=4$ $Re=1000$ $\Delta p=0.5$

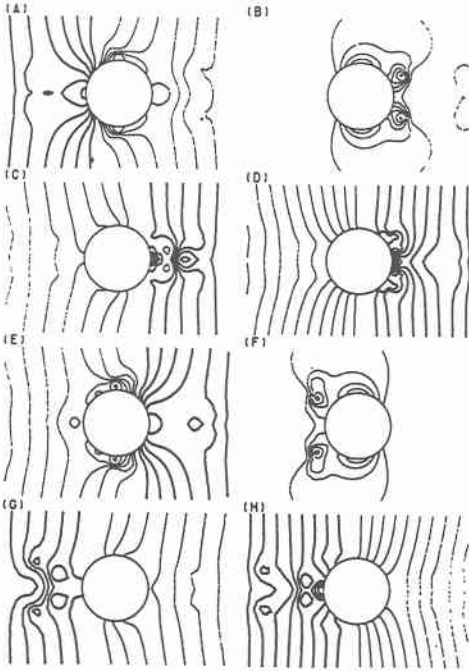


図-7 CASE5-2 渦度 Contours
 $K.C=3$ $Re=3000$ $\Delta\omega=5$

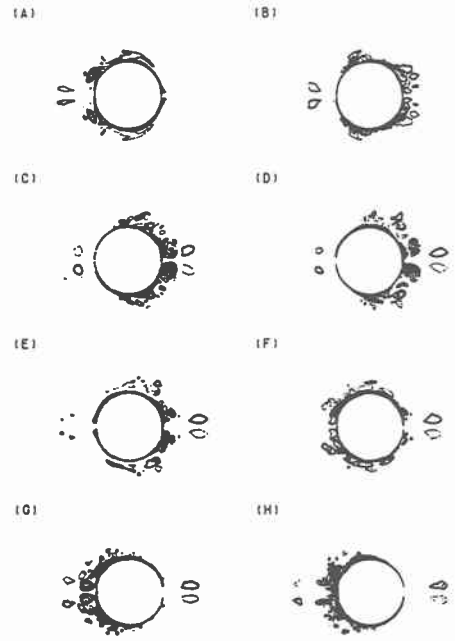


図-8 CASE5-2 流れ関数 Contours
 $K.C=3$ $Re=3000$ $\Delta\psi=0.25$

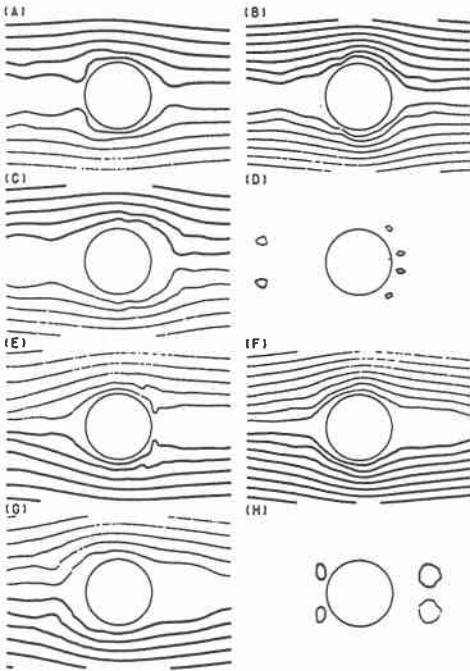
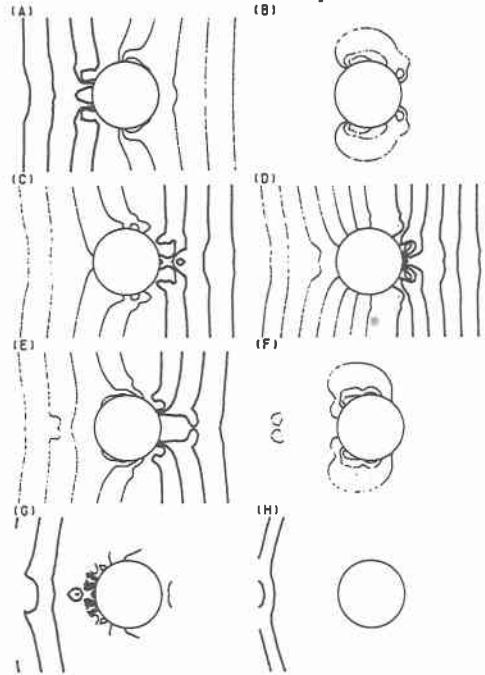


図-9 CASE5-2 圧力 Contours
 $K.C=3$ $Re=3000$ $\Delta p=0.5$



圧力（一点鎖線）を描いてある。Morison 式に使用した係数は $C_D = 1.17$ 、 $C_M = 2.0$ であり、またポテンシャル流の場合は振幅が $2.0KC$ の \cos 曲線である。図-10 の CASE2-2 ($Re=1000$) の場合は数値解析の値と Morison 式の値は大略一致しているが、ポテンシャル流とは位相のズレが見られる。また、いずれも流体力のピークの値についてほぼ同じ値を示していると云える。図-11 の $Re=3000$ で大きい値の CASE5-2 になると数値解析の値は Morison 式およびポテンシャル流とピークの値でやや小さい値を示すことと、また位相に関しても Morison 式とはズレが現れてくるようである。このことは数値解析に乱れが発生している事にも原因するものと思われる。

つぎに、流体の時間変化の中より最大値（ピーク）の値を各 CASE ($Re < 700$ の範囲) について抽出して、その値を数値解析の場合、 $F_{max} (= P + \tau)_{max}$ を縦軸に横軸に KC 数を取って図示すると図-12 のようになる。図中には Morison 式による $F_{M,max}$ (点線) とポテンシャル流の最大圧力 $P_{0,max}$ (一点鎖線) も描いてある。図-12 ($Re < 700$ の範囲) に見られるように Re が小さくなるに従ってせん断力が卓越してくるため、同一の KC でも F_{max} の値は大きくなるのが分かる。また、いずれの Re の値でも KC 数が小さい場合 Morison 式およびポテンシャル流の値に近い値を示すようになる。ここで、ポテンシャル流については $P_{0,max} = 2KC$ で直線となり、また、Morison 式は Re に無関係で、 KC 数のみに依存している。以

図-10 流体力の時間変化
CASE2-2 $KC=4$ $Re=1000$

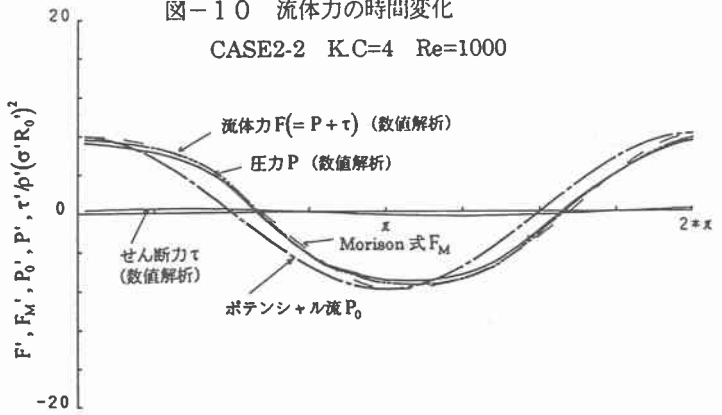


図-11 流体力の時間変化
CASE5-2 $KC=3$ $Re=3000$

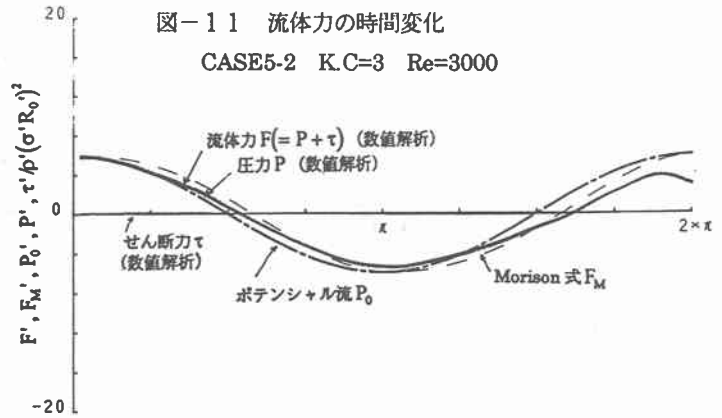
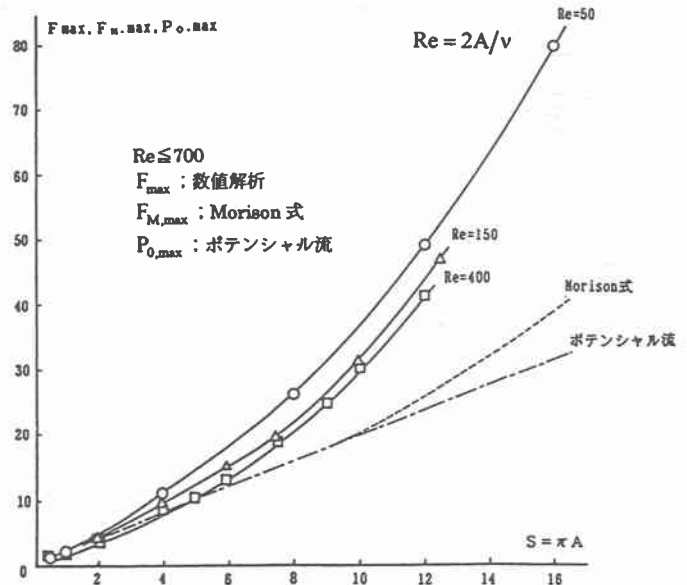


図-12 流体力の最大値



上の図を横軸に Re 数、縦軸に K.C 数を取り、Contours 図で描き直したものが図-13~図-15である。

各図は計算 CASE すべてについて取りまとめたものであり、図-13は数値解析の場合の円柱に加わる圧力の水平方向成分の値 P を使用して、Contours 図にまとめたものである。図より総合的に見て円柱の周りの剥離を伴う場合であっても P_{max} の値は Re に依存する部分は小さく、ほとんどは K.C 数に依存して変化していると云える。しかし、図-14のせん断力の水平方向成分 τ_{max} の値については前述したように絶対値は小さいがやはり Re の値に大きく依存し、Re が小さくなるに従い、また、K.C 数が大きくなると、大きな値を示すようになることが分かる。また反対に、 $Re > 2000$ の範囲では K.C 数が小さい値のところで急に小さい値を示し、すなわち、流体力に含まれるせん断力は極く小さくなる事が分かる。

図-13および図-14の P_{max} および τ_{max} の値の様子から流体力 F_{max} の Contours は図-15のようになり、流体力 F_{max} は K.C 数が大きくなると当然大きな値を示すが Re が大きくなると F_{max} の値は次第に小さくなること云える。図中に一点鎖線で示した Morison 式の $F_{M,max}$ との比較では、 $Re < 1000$ 、 $K.C > 4$ の範囲で $F_{M,max}$ より F_{max} の方が 1.5~2.0 倍大きな値を示すと云える。

図-13 圧力 P_{max} の Contours

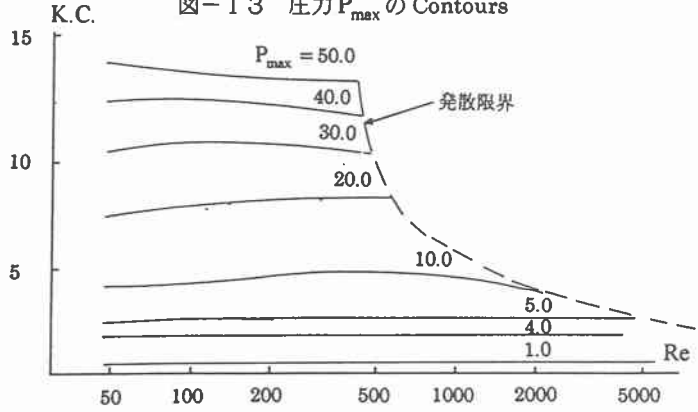


図-14 せん断力 τ_{max} の Contours

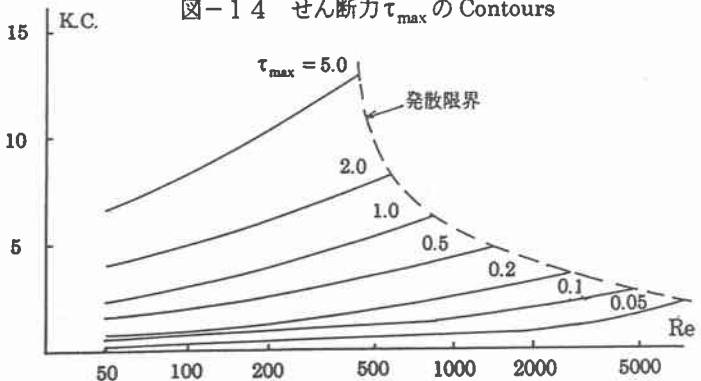
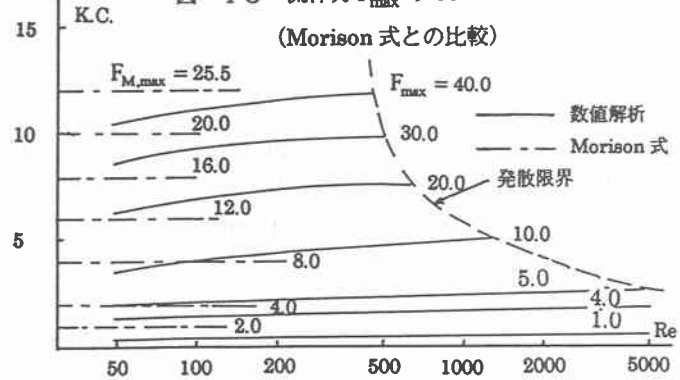


図-15 流体力 F_{max} の Contours



V. まとめ $1000 < Re < 5000$ の範囲では計算可能な K.C 数は $K.C < 2 \sim 6$ であるが、Re 数が大きくなるに従って剥離を伴う場合の流体力の最大値 F_{max} は次第に Morison 式あるいはポテンシャル流の圧力に接近し、特に変わった様子を呈することがないことが分かった。また Re の小さい計算 CASE を含めて総合的に剥離を伴う場合の、流体力を系統的に Contours 図にまとめることが出来た。

<参考文献>

佐藤・折橋・浜中：剥離を伴った振動流中の円柱に働く流体力について、海岸工学論文集第 40 巻(1993)