

II-62

波動場における円柱に加わる流体力について

北見工業大学工学部大学院 学生員 奥村 慎也
北見工業大学工学部 正員 佐藤 幸雄

1. まえがき

円柱を水平な状態で微小振幅浅水波や深水波等の波動場中に設置した場合、波動場中においては水平方向流速成分および鉛直方向流速成分が存在し流速は時間的に変化するため、これらの流速成分により円柱は種々の方向から流体力を受け、上下左右に動揺することが考えられる。また、粘性の影響により円柱表面上に剥離が生じ剥離渦を伴うような場合は、円柱に加わる流体力はポテンシャル流の場合と異なることが考えられる。

本論では円柱表面より遠く離れた境界層外縁にポテンシャル流である微小振幅浅水波の水平方向、鉛直方向の流速成分を与え円柱のまわりの流れ場ならびに円柱に加わる流体力を数値解析により求めクーリガン・カーペンター数、レイノルズ数の違いによる流体力の水平、鉛直方向の時間変化について比較検討を行い、また、Morison 式による流体力との比較検討を行った。

2. 基本方程式

固定され動揺しない円柱を波動内に図-1に示すような座標系の中に水平かつ2次的に設置し、流れに垂直な方向にy軸、平行な方向にx軸を取る。

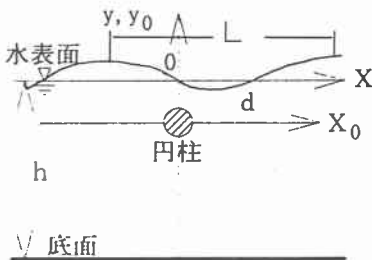


図-1 座標系の定義

つぎに、渦度方程式および流れ関数に対するポアソン方程式に使用される各変量を円柱の半径 R_0 ($2R_0 = D$; 直径) と表面波の振動数 σ' で無次元化した式をそれぞれ式(1)および式(2)に示す。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \nu \Delta \omega \quad \dots\dots(1)$$

$$\Delta \psi = -\omega \quad \dots\dots(2)$$

さらに、式(3)を用いた等角写像として図-2に示すような新しい座標系を導入すると無次元化された渦度方程式および流れ関数に対するポアソン方程式はそれぞれ式(4)、(5)となる。

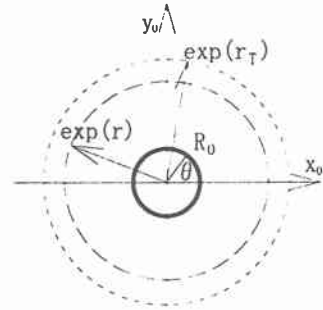


図-2 等角写像による座標系

$$x = e^r \cos \theta, \quad y = e^r \sin \theta \quad \dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J^{-1} \left[-\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \right] \quad \dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = -J \omega \quad \dots\dots(5)$$

ここで、Jは式(3)のヤコビアンで式(6)で表される。

$$J = e^{2r} \quad \dots\dots(6)$$

3. 境界条件

流れ関数 ψ の r 方向微分係数を求めると、

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \quad \dots\dots(7)$$

$$= -ve^r \cos \theta + ue^r \sin \theta$$

となり、円柱より遠く離れた境界層外縁 ($r = r_T$)

でポテンシャル流である微小振幅浅水波の流速成分を与えることとし、無次元化された水平方向、鉛直方向流速成分はそれぞれ、

$$u = u'/\sigma'R_0' \\ = A \cdot \frac{\cosh k(y+h)}{\sinh kh} \sin(kx-t) \quad \dots\dots(8)$$

$$v = v'/\sigma'R_0' \\ = A \cdot \frac{\sinh k(y+h)}{\sinh kh} \cos(kx-t) \quad \dots\dots(9)$$

水深: $h = h'/R_0'$ 、波長: $L = L'/R_0'$ 、

振幅: $A = H'/2R_0'$

により与えられる。

従って、境界層外縁での式 (4) および式 (5) の境界条件として式 (8)、式 (9) を式 (7) に代入したものを使用する。

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)_{r=r_T} = A \cdot R_T \left[\sin \theta \frac{\cosh ky_0}{\sinh kh} \sin(kx_0 - t) - \cos \theta \frac{\sinh ky_0}{\sinh kh} \cos(kx_0 - t) \right] \quad \dots\dots(10)$$

$$x_0 = R_T \cos \theta, \quad y_0 = h - d + R_T \sin \theta$$

$$k = 2\pi/L, \quad \exp(r_T) = R_T$$

また、境界層外縁での渦度の境界条件として、 $r = r_T$ において $\omega = 0$ である。

円柱表面上においては“non-slip”の条件より、 $u = v = 0$ であり式 (4)、式 (5) に対する境界条件として、

$$r = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = 0 \quad \dots\dots(11)$$

また、渦度については Thom の式を使用し、

$$r = 0 \quad \text{で} \quad \omega = -J^{-1} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \left\{ \frac{2\psi(\Delta \zeta)}{(\Delta \zeta)^2} \right\} \quad \dots\dots(12)$$

4. 数値解析方法

式 (4)、式 (5) を数値解析により解くために、

簡単な有限差分法を使用し、時間微分は前進スキームを用い、また空間差分には中央差分スキームを使用した。この場合、新しい時間ステップにおける渦度 ω の値は式 (4) より求められ、また、同じ時間ステップにおける流れ関数 ψ の値は式 (5) より得られる。

5. 圧力場について

Navier-stokes の方程式を使用して導かれた圧力方程式を無次元化したものを式 (12) に示す。

$$\Delta p = 2 \left\{ \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots(12)$$

$p = p'/\rho'(\sigma'R_0')$ 、 ρ' : 流体の密度

式 (12) の境界条件として、 $r-\theta$ 軸に関して円柱表面では、

$$r = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial p}{\partial r} = -v \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \quad \dots\dots(13)$$

である。

また、円柱より遠く離れたところでは微小振幅波の圧力を適用することとし、無次元化された圧力の式は、

$$p = \frac{A \cdot L}{2\pi} \frac{\cosh ky_0}{\sinh kh} \sin(kx_0 - t) \quad \dots\dots(13)$$

となる。

式 (13) により圧力 p を求める方法は、前述の 3. において、渦度 ω および流れ関数 ψ の値が求められると、この流れ関数 ψ の値を使用して、3. で ψ を求めたときと同様の方法で求めることができる。

6. 計算条件

計算条件を表-1 に示す。波動場を与えるデータとして、円柱の直径を $D' = 10\text{cm}$ 、波高 $H' = 10\text{Acm}$ としたとき、円柱の半径 R_0' で無次元化した無次元波長 L 、水深 h 、没水深 d の条件はそれぞれ、 $L = 2420$ 、 $h = 400$ 、 $d = 100$ の一種類でこれらを有次元量に直したものは、 $L' = 121\text{m}$ 、 $h' = 20\text{m}$ 、 $d' = 5.0\text{m}$ となり、周期 $T' = 11\text{sec}$ となる。また、円柱のまわりに組まれるメッシュの分割数は、 θ 方向に 64、 r 方向に 64 分割した。時間ステップは $\Delta t = 2\pi/16000$ とした。

また没水深 d における K.C. 数および Re 数はそれぞれ式 (14)、式 (15) となる。

$$\text{K.C. 数} = \frac{u'T'}{D'} = \pi A \frac{\cosh k(-d+h)}{\sinh kh} \quad \dots\dots (14)$$

$$\text{Re 数} = \frac{u'D'}{\nu'} = \frac{2\pi}{\nu} \frac{\cosh k(-d+h)}{\sinh kh} \quad \dots\dots (15)$$

表-1 計算条件

CASE	A	ν	K.C.	Re
1-1	2.3843	0.0127	8.0	150
1-2	3.8745	0.0551	13.0	150
2-1	1.1921	0.0169	4.0	400
2-2	2.3843	0.0339	8.0	400

6. 計算結果とその考察

CASE1-2 の K.C 数=13.0 が大きい場合の渦度 ω 、流れ関数 ψ の Contours 図を図-3、図-4 に示す。これらの図においては、1 周期を 8 分割した $2\pi \times 1/8$ 毎の位相における状態を示したものであり、太線は正の値、細線は負の値を示している。図-3 より、よどみ点はこれらの流速方向とは必ずしも一致しなくなっていくのがみられる。しかし、(B) : $t = 2\pi \times 2/8$ と (F) : $t = 2\pi \times 6/8$ の水平方向流速が最大になる点と (C) : $t = 2\pi \times 3/8$ 、(G) : $t = 2\pi \times 7/8$ の水平方向流速が最大を若干通り越し鉛直方向流速成分が現れ始めた点では、よどみ点は流速方向と一致しているのがみられる。図-4 の流れ関数 ψ の Contours 図は図-3 渦度に対応した状況が現れている。つぎに、図-5 の圧力の Contours 図についてみると、(A)~(C) で全て正の値、(E)~(G) で全て負の値で 1600~1100 (無次元量) という値を示しているのに対し鉛直方向流速成分が最大の点 (D),(H) では 20~-20 (無次元量) という値を示している。図-6 は数値解析と Morison 式により求めた円柱に加わる流体力の水平、鉛直方向成分、またその合力を示したものであるが、Morison 式について水平振動流の場合 (佐藤ら,1993) の場合 $C_D \cdot C_M$ の値はそれぞれ $C_D=1.17, C_M=2.0$ を使用していたが、波動場においては適合性が悪いため実験により求められた (増田ら,1985) $C_D \cdot C_M$ の値を使用した。これらの流体力は全体的に渡って Morison 式の値より数値解析により求めたもののほうが大きな値を示してい

る。また、(B)、(F) の点では鉛直方向流速が減速し、停止した点であるので、剥離渦の影響によって流体力の鉛直方向成分に違いが現れていると考えられる。図-7、図-8、図-9、図-10 は円柱表面上の圧力およびせん断力の水平方向、鉛直方向成分を円柱のまわり 1 周について積分し、時間変化 1 周期について求めたものである。図-7 は CASE1-1 の K.C. 数=8.0 の場合で、水平方向成分 (A) については $t = 1/4\pi$ の点で若干低くなる場所がみられるがそのほかの点では、Morison 式とは位相に若干ズレがでている。鉛直方向成分 (B) では Morison 式とは違った値を示し Morison 式の正の最大を表す点 ($t = \pi/2$) でゼロの値を示している。図-8 は CASE1-2 の K.C 数がより大きい場合で、水平方向 (A) で Morison 式に対して数値計算の値は最大値が大きく突出するようになり、その最大値を与える位相は、水平方向流速成分がゼロになる点 ($t = 0, t = \pi$) である。鉛直方向 (B) に関しては、Morison 式に全く適合しなくなり、鉛直方向流速成分が増・減速する点で突出する点が現れてきている。また、最大値に関して Morison 式よりも 10 倍程度の値を示している。つぎに、図-9 の Re=400、K.C. 数=4.0 の場合の水平方向、鉛直方向ともに位相が $t = \pi$ 以降の点で粘性の影響が考えられるため若干適合しなくなっているが、K.C. 数が小さいため Morison 式に近い値を示している。つぎに、図-10 の K.C. 数=8.0 の場合であるが (一点鎖線は、ポテンシャル流である微小振幅波の圧力を表す)、水平方向成分では、最大値を与える点が $t = \pi/4$ 程度ずれてきている、 $t = \pi$ の点以降では図-9 と同様に $t = 2\pi \times 6/8 \sim t = 2\pi \times 7/8$ の点で負の最大値を与えている。鉛直方向成分について、粘性と剥離渦の影響と考えられる複雑な動きをしている。

本研究では、波動場中の円柱に加わる流体力について水平、鉛直両方向成分を求めたが、鉛直方向成分の動きや波動場における K.C. 数と C_D, C_M の関係などまだ十分に説明し得ていないといえる。また、実海域規模を考えると Re 数が大きい場合の計算が必要と考えられるため、今後継続して数値解析を行う所存である。

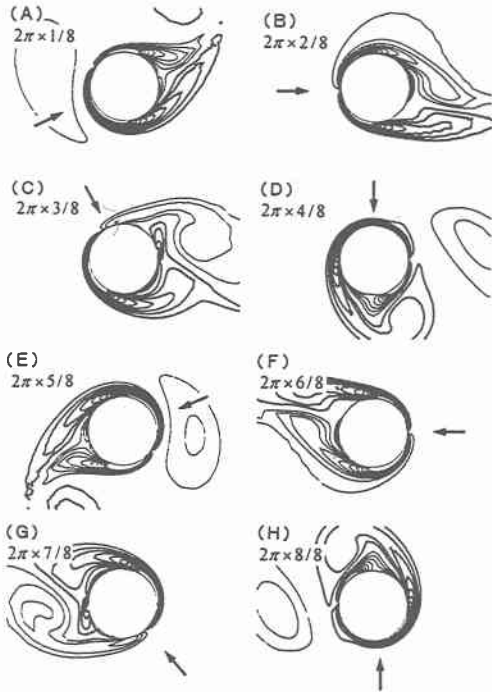


図-3 渦度の Contours 図, CASE1-1
 $K.C.=13.0, Re=150, \Delta\omega=3$

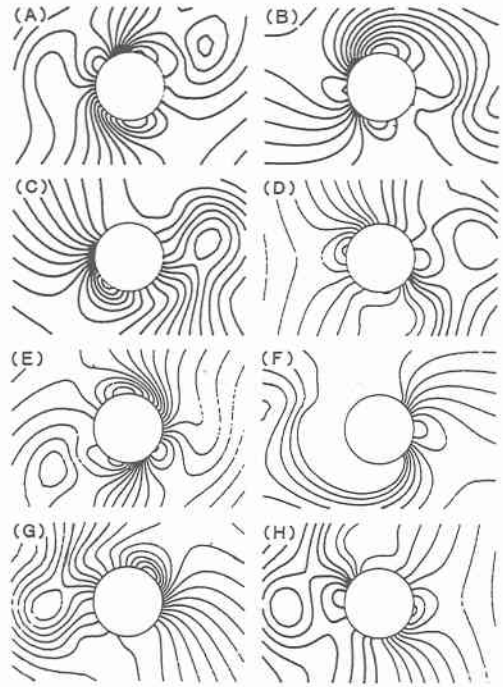


図-5 圧力の Contours 図, CASE1-1
 $K.C.=13.0, Re=150, \Delta p=0.33$

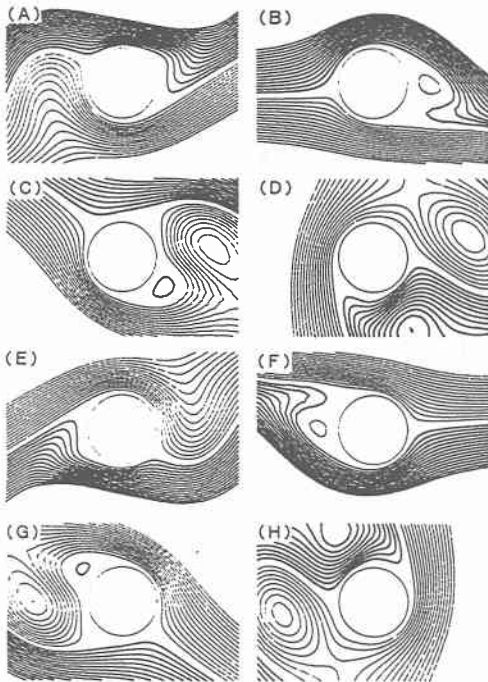


図-4 流れ関数の Contours 図, CASE1-1
 $K.C.=13.0, Re=150, \Delta\psi=0.33$

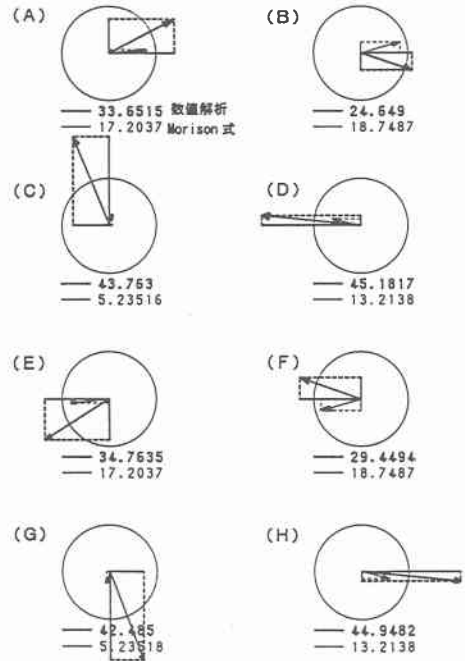


図-6 数値計算と Morison 式による流体力
 $K.C.=13.0, Re=150, \text{CASE1-1}$

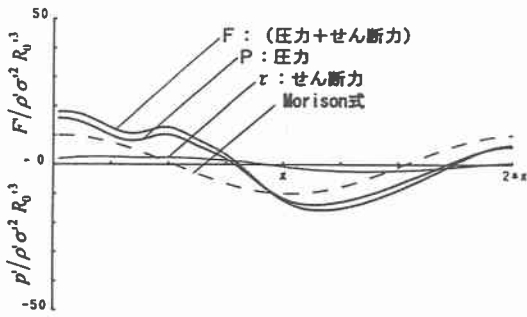


図-7 (A) 流体力の時間変化, CASE1-1
(水平方向成分)
K. C. =8. 0, Re=150, $C_D=1. 4$, $C_M=1. 26$

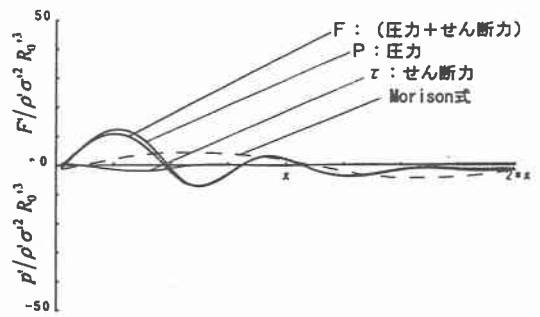


図-7 (B) 流体力の時間変化, CASE1-1
(鉛直方向成分)
K. C. =8. 0, Re=150, $C_D=1. 4$, $C_M=1. 26$

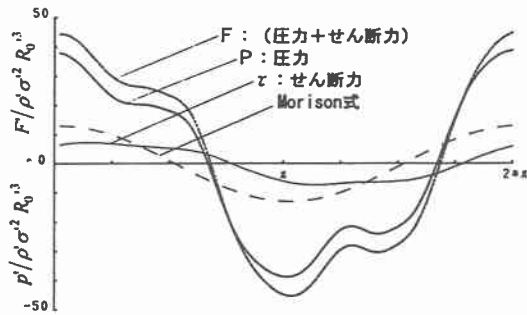


図-8 (A) 流体力の時間変化, CASE1-2
(水平方向成分)
K. C. =13. 0, Re=150, $C_D=1. 0$, $C_M=1. 0$

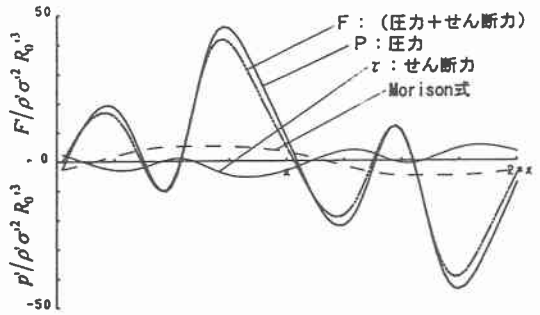


図-8 (B) 流体力の時間変化, CASE1-2
(鉛直方向成分)
K. C. =13. 0, Re=150, $C_D=1. 0$, $C_M=1. 0$

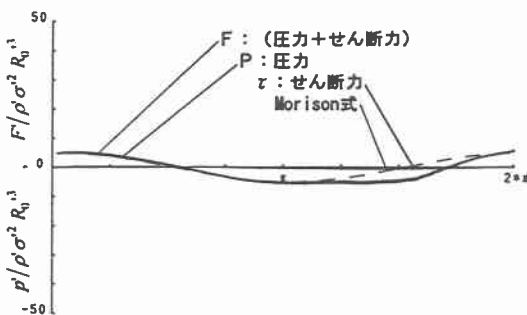


図-9 (A) 流体力の時間変化, CASE2-1
(水平方向成分)
K. C. =4. 0, Re=400, $C_D=1. 26$, $C_M=1. 26$

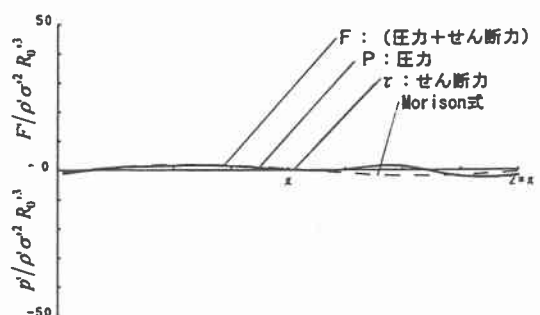


図-9 (B) 流体力の時間変化, CASE2-1
(鉛直方向成分)
K. C. =4. 0, Re=400, $C_D=1. 26$, $C_M=1. 26$

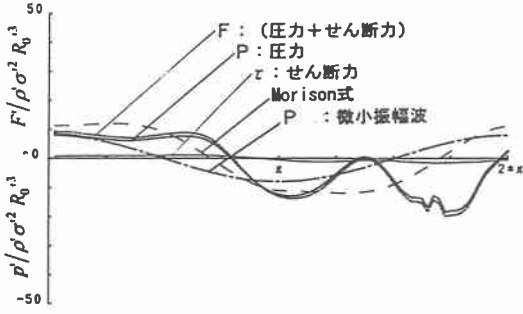


図-10(A) 流体力の時間変化, CASE2-2
(水平方向成分)
K. C. =8. 0, Re=400, $C_D=1.4$, $C_M=1.26$

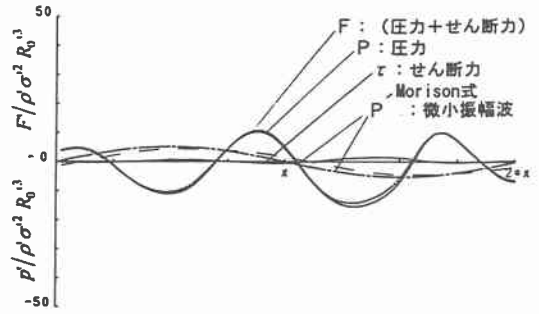


図-10(B) 流体力の時間変化, CASE2-2
(鉛直方向成分)
K. C. =8. 0, Re=400, $C_D=1.4$, $C_M=1.26$

<参考文献>

増田・渡辺・堀川；波動場におかれた水平円柱に作用する波力と周辺流速場
土木学会第40回年次学術講演会講演概要集 (1985)

佐藤・折橋・浜中；剥離を伴った振動流中の円柱に働く流体力について
海岸工学論文集 第40巻 (1993)