

V-47

梁に作用する衝撃荷重の予測

北海道大学大学院	学生員	桑 邊 和 幸
北海道大学工学部	正 員	三 上 隆
(株)地崎工業	正 員	須 藤 敦 史
北海道大学工学部	正 員	佐 伯 昇

1.はじめに

梁や板などの構造部材の衝撃挙動に関する研究が盛んに行われている¹⁾。衝撃応答の理論解析において、外力として作用する衝撃力の大きさと時間的変動は、基本的な応答特性の把握を目的にするため簡単な形で仮定される場合が多い。しかし、構造物の安定性の検討を行うためには、構造物に作用する衝撃力の正確な評価が重要となる。そこで本研究では、入力としての衝撃力と出力としての応答値(変位、ひずみ、加速度)を確率過程を用いてとらえ、パラメータ同定などに有効な拡張カルマンフィルタ^{2,3)}を適用し、出力波形から衝撃力波形を導く手法の検討を行ったものである。数値例では両端単純支持された Timoshenko 梁を取り上げ、手法の適用可能性・有効性を明らかにする。

2.カルマンフィルタ

本解析において、パラメータ同定には、確率論に基づくカルマンフィルタを用いている。一般的に確定論的な手法としては最小自乗法などが挙げられる。そこで、本章ではそれぞれの評価関数を比較することにより、パラメータ同定の基本的な考え方を説明する。

確率論的手法では、同定パラメータはばらつく値と仮定し、その特性は平均と分散で表されるものであり、かつ事前情報が得られていると定義している。同定パラメータはばらつく量の平均値とし、事前情報ではその初期推定値と初期推定誤差の共分散、加えて観測値の誤差分散を与える。次に、観測値を得ることにより事前情報による推定値の分布を更新させ、事後の分布を推定するものである。カルマンフィルタはベイズの推定を漸化的なアルゴリズムとして構成したものであるので、ここでは確率論的手法の説明についてはベイズの推定を用いる。以下、評価関数を用いて説明する。

確定論に基づく(最小自乗法)手法に用いられる評価関数を求める。

同定するパラメータ x と観測値 z が線形関係で表されるものとする

$$z = Hx \tag{1}$$

$H(m \times n)$: 既知

m が n より大きい場合、すなわち観測値の数が未知量の数より多い場合には式(1)のすべての条件を満たすことができないため、次の評価関数を定めることとする。

$$\theta_1 = \frac{1}{2}(z - Hx)^T W(z - Hx) \tag{2}$$

ここで $W(m \times m)$ は重み行列であり、観測値の重要度や信頼度に基づいて設定される値である。式(2)を最小にする x の値が同定値となる。

確率論に基づく(ベイズの推定)手法に用いられる評価関数を求める。

この場合、同定するパラメータに関する事前情報を与える必要があり、またこのことで観測値の数が未知量の数より少ない場合についての同定も可能となる。事前情報は、その統計的な性質が正規分布で与えられるものとし、平均値が \bar{x} 、推定誤差の共分散が M であるとする。

$$E(x) = \bar{x} \quad E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T] = M \quad (3)$$

ノイズの含まれた m 個の観測値が m 次元のベクトル z で表され、未知量 x と次式の関係があるものとする。

$$z = Hx + v \quad (4)$$

ここで、 v は m 次元の観測誤差を表すベクトルで x とは無相関であるとする。 v の確率的な特性は多次元正規分布で表されるものと仮定し、平均 0、共分散行列を $R(m \times m)$ とする。

$$E(v) = 0 \quad E[vv^T] = R \quad (5)$$

これらの式を用いて評価関数を求めると

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \left\{ (x - \bar{x})^T M^{-1} (x - \bar{x}) + (z - Hx)^T R^{-1} (z - Hx) \right\} \quad (6)$$

式(6)を最小にする x が同定値となる。ここで、右辺の第 1 項は事前情報を表し、第 2 項は事後情報(観測情報)を表している。式(2)の W を R^{-1} と置き換え、事前情報の項をつけ加えると式(6)と等しくなることがわかる。したがって、確率論に基づく手法は、確定論に基づく手法に同定パラメータの事前情報と観測値両方の誤差を考慮したものである。

3.解析方法

衝撃荷重には図 1 に示す \sin 荷重を想定し、梁の中央に作用するものとした。ここで、 P_0 は荷重の最大値、 p は荷重、 c は縦波の速度、 L は梁の長さ、 t は時間を表す。この荷重を用いて順解析を行い、変位、ひずみ、加速度の応答を求めた。そしてこれらのデータに平均 0 の正規乱数を加え、ノイズを含んだ実験データとした。

剛性マトリックス、質量マトリックスは Timoshenko 梁の理論によるものを用いた。要素分割は左右対称であるため梁の半分について解析を行い、20 要素分割した。解析に用いた梁の供試体諸元は $h/L=0.15, b/h=0.52$ である。ここで h は梁の高さ、 b は梁の幅を表す。

時間積分法には高次の振動を抑制するため Newmark 法の数値的減衰を含むパラメータ ($\alpha=0.6, \beta=0.3025$) を用いた。時間刻み Δt は $(c/L) \Delta t = 0.0175$ とした。

カルマンフィルタには先験情報が必要となるが、解析を行った諸元と一緒に表 1 に示す。ここで P は推定誤差の初期共分散、 R は解析において用いた観測ノイズの分散、 N は観測データを作成するときに用いた分散である。観測データは 1 回の実験で時間方向に 50 個測定されるものと仮定し、荷重載荷直下の点(梁の中央)で計測されるものとした。また、観測点が $x=0$ と $x=0.1L$ の 2 点で計測された場合と、 $x=0, 0.1L, 0.2L, 0.3L, 0.4L$ の 5 点で計測された場合についても荷重の同定を行った。ここで、 x は梁の中央からの距離を表す。

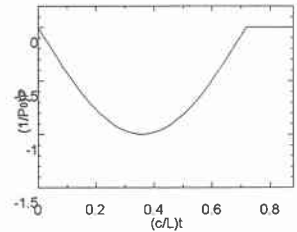


図 1. \sin 荷重

表 1. 解析に用いた先験情報の値

	データの種類	P	R	観測点数(N)	N
DI-1	変位	100	1×10^{-6}	1	1×10^{-18}
DI-2	"	"	"	"	1×10^{-16}
DI-3	"	"	"	"	1×10^{-14}
DI-4	"	"	"	2	1×10^{-18}
DI-5	"	"	"	5	1×10^{-18}
ST-1	ひずみ	10	"	1	1×10^{-16}
ST-2	"	"	"	"	1×10^{-14}
ST-3	"	"	"	2	1×10^{-14}
ST-4	"	"	"	5	1×10^{-14}
AC-1	加速度	10	1×10^{-3}	1	1×10^2
AC-2	"	"	"	"	1×10^4
AC-3	"	"	"	2	1×10^2
AC-4	"	"	"	5	1×10^2

4.解析結果

変位データを用いて同定を行った結果を図4に示す。また、変位データを図2に示す。ここで、 E は弾性係数、 I は断面2次モーメント、 w は鉛直方向の変位を表す。変位データのノイズの分散が 1×10^{-16} の場合にはよく同定できている。しかし、分散が 1×10^{-14} の場合には同定値が発散している。また、複数の観測点を用いた場合、観測個所が増加していくほど同定値が振動していることがわかる。また、荷重の同定値を用いて応答解析を行った。結果を図3に示す。

ひずみデータを用いて同定を行った結果を図5に示す。データに含まれるノイズの分散が 1×10^{-16} では真値をよくとらえている。しかし、分散が 1×10^{-14} (ノイズの多く含まれている時刻に着目し、入力値の小さい個所で448%、大きい個所では17%程度のノイズがデータに含まれている)であると、同定値が発散しだしていることがわかる。また、複数の観測点を用いた場合については、観測点が1点の場合とあまり違いがみられなかった。

加速度データを用いて同定を行った結果を図6に示す。データに含まれるノイズの分散が 1×10^2 までは同定値の波形が真値を非常によくとらえていることがわかる。しかし、ノイズの分散が 1×10^4 (同様に、入力値の小さい個所で174%、大きい個所では160%程度)では同定値は乱れてしまった。なお、観測点が増加してもひずみデータの場合と同様に、同定値にほとんど差異が認められない。

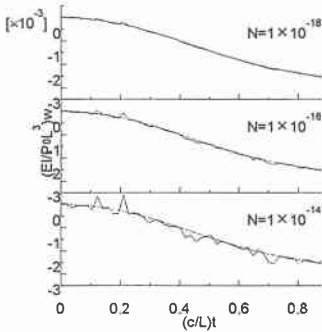


図2.荷重載荷直下での変位データ

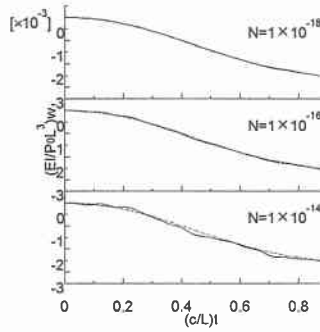
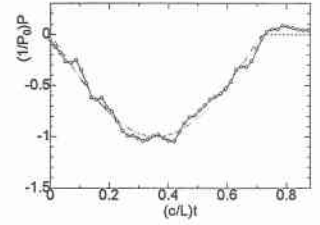


図3.同定値を用いて順解析した結果

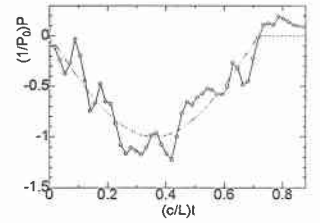
5.考察

変位、ひずみ、加速度の3種類のデータを用いて衝撃荷重の同定を行ってみたが、加速度データを用いた場合に同定値が安定している。逆に変位データを用いた同定が難しいものであることがわかる。

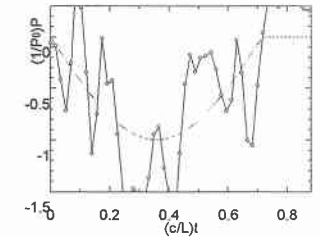
加速度データは荷重の変化に対して敏感に反応し、応答波形の変化が激しい。このため、衝撃荷重の挙動がつかみやすくなるものと考えられる。また、データの変化量も大きいため、ノイズの影響を受けにくい。観測点が増加した場合の同定結果も示したが、同定値にはほとんど差異が認められなかった。このことは荷重載荷直下での加速度のデータに十分な情報が含まれていることを示している。また、カルマンフィルタの先験情報に対



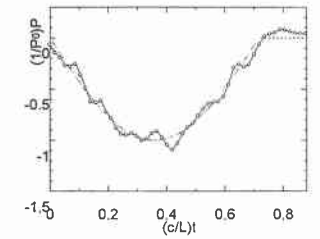
DI-1. $P=100, R=1 \times 10^{-6}, N=1 \times 10^{-18}$



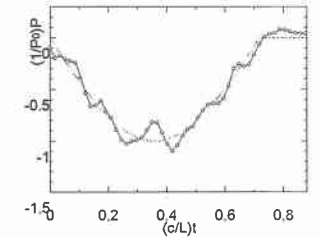
DI-2. $P=100, R=1 \times 10^{-6}, N=1 \times 10^{-16}$



DI-3. $P=100, R=1 \times 10^{-6}, N=1 \times 10^{-14}$



DI-4. $P=100, R=1 \times 10^{-6}, N=1 \times 10^{-18}, D=2$



DI-5. $P=100, R=1 \times 10^{-6}, N=1 \times 10^{-18}, D=5$

図4 変位データによる荷重の同定結果

する解の変化はみられなかった。そのため、加速度データは逆解析に用いる場合には安定した解を得られるデータであるといえる。

これに対して、変位のデータには応答波形の急激な変化はみられない。このため衝撃荷重の挙動がつかみにくなっていると考えられる。データの観測点を増加させても荷重載荷地点近傍以外ではデータの値が極端に小さくなってしまふので、同定値の真値への収束には効果が現れない。逆に、データに含まれるノイズの量が相対的に増加するので1点で同定した場合に比べて悪い結果を示している。また、カルマンフィルタの先験情報に同定値が影響を受けやすい。このため変位データを用いて同定を行うと、解が不安定である。また、同定した値を用いて順解析を行い、観測データと比較してみたが、どの場合においても真値に近い解を得ている。このことより、これ以上の同定は難しいといえる。

ひずみデータは、変位データと、加速度データの中間の性質を持っている。加速度データほどではないが、変位データよりもデータに荷重の影響が現れやすい。このため、変位データよりも解の同定が安定しているといえる。観測点数を増やした場合、波形に若干の変化があるが、似たような波形を示している。

6.まとめ

本研究では、カルマンフィルタによる衝撃荷重の1つの同定方法を示した。今後は実験データに基づく計算を行う予定である。

参考文献

- 1)土木学会構造工学委員会衝撃問題研究小委員会：構造物の衝撃挙動と設計法,1994.
- 2)須藤敦史・星谷勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案,土木学会論文集, No.437/ I - 7, pp.699-702,1991.
- 3)須藤敦史・星谷勝・柳河勇：絶対応答波形を用いた地震動入力とシステムパラメータ同定,構造工学論文集, Vol.41A, pp.709-716,1995.

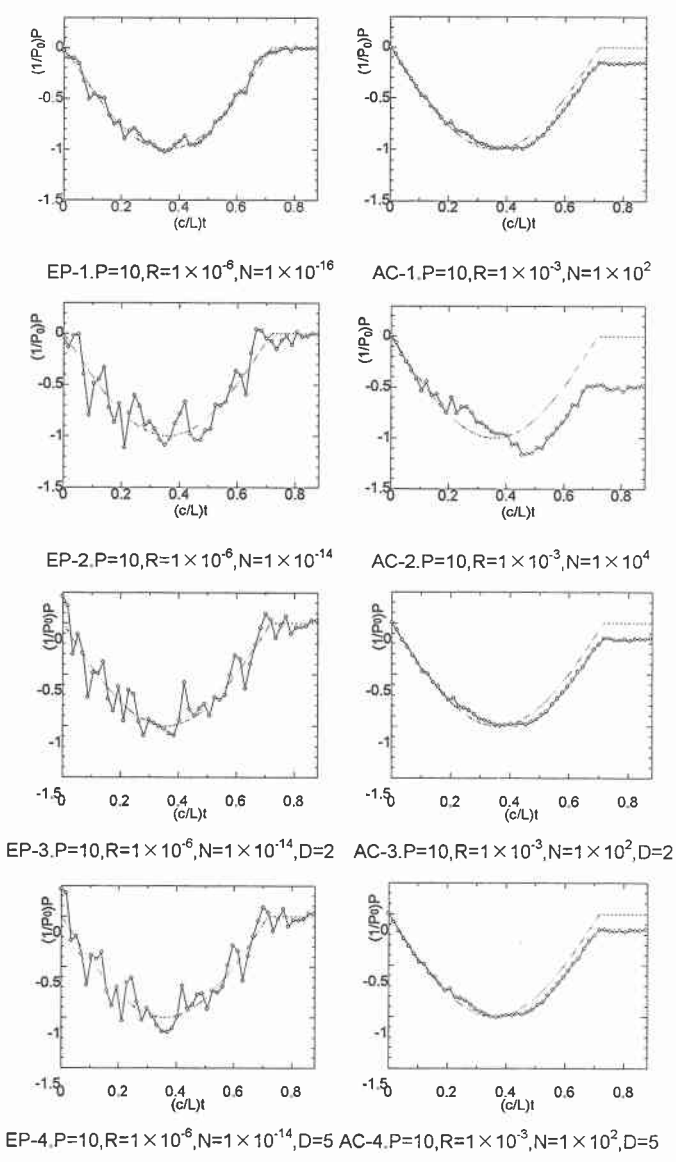


図5 ひずみデータによる荷重同定結果 図6 加速度データによる荷重同定結果