

軸対称コンクリートスラブの有限要素解析

北海道大学大学院 学生員 名内 慎助
 北海道大学工学部 正会員 佐藤 靖彦
 北海道大学工学部 正会員 上田 多門
 北海道大学工学部 正会員 角田與史雄

1. はじめに

近年、材料非線形性を考慮した有限要素解析が鉄筋コンクリート（RC）部材の構造解析に数多く用いられ、RC壁、RCはりといった2次元問題に対しては精度よく解析可能なことが示されている^{1) 2)}。しかし、RCスラブの押抜きせん断破壊のような3次元問題での例は少ない。本研究室においても、過去にRCはりのせん断問題に対して開発された非線形有限要素プログラム³⁾の平面応力構成則を重ね合わせることで軸対称応力状態を表現した軸対称非線形有限要素プログラム⁴⁾を開発したが、本研究においては、このプログラムを基に信頼性の高いひび割れ発生前のコンクリートに対する3次元構成則⁴⁾⁵⁾⁶⁾を導入することにより、3軸応力下でのRCスラブの押抜きせん断破壊の性状をより精度よく解析することのできる軸対称非線形有限要素プログラム開発を試みた。

2. 解析プログラム

本研究で開発した非線形有限要素プログラムは、RCはりのせん断問題に対して開発された2次元の非線形有限要素プログラムを軸対称RCスラブに適用できるように拡張したものであり、鉄筋要素およびコンクリート要素それぞれの平均応力-平均ひずみの関係を重ね合わせた鉄筋コンクリート要素の平均応力-平均ひずみ関係を採用した分散ひび割れモデルを用いている。この鉄筋コンクリート要素は8節点アイソパラメトリック要素とし、主応力、剛性などを要素内の9個の積分点で評価する。

2. 1 ひび割れ発生前の構成則

ひび割れ発生前の構成則は、前川らにより提案されている⁴⁾⁵⁾⁶⁾3軸応力下におけるコンクリートの弾塑性破壊モデルを用いることとした。このモデルにおいてコンクリートは図1に示されるように塑性を伴った損傷を受けた連続体とみなす。全応力は損傷を受けていない構成要素における内部応力の和として表される。また、図1において弾性ひずみは損傷を受けていない弾塑性要素の内部応力に比例し、塑性と破壊を支配する損傷を伴った連続体の内部応力強度を表している。さらに、3軸応力状態によるコンクリートの破壊と塑性に対する拘束効果は、以下の4項目についてまとめられる。

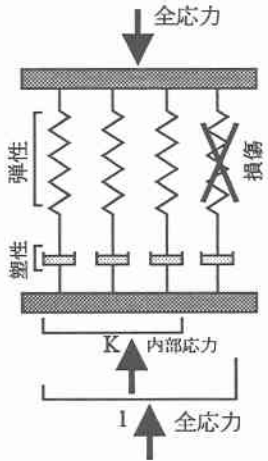


図1

A) 静水圧応力状態における破壊

体積弾性ひずみエネルギー吸収能は、拘束の程度 (I_{1e}) やコンクリートの損傷の程度に影響を受けず、平均応力は以下のように表される。

$$I_1 = 3K_0 I_{1e} \quad \dots \dots \text{式 (1)}$$

ここで、 K_0 : 体積弾性剛性

B) せん断における破壊

せん断弾性ひずみ吸収能は、荷重による破壊によって低下する。コンクリートの連続的損傷の進展を表す破壊パラメーターは J_{2e}, J_{3e} および I_{1e} によって規定される。

Finite Element Analysis of Axisymmetrical concrete slabs by Shinsuke NAUCHI, Yasuhiko SATO, Tamon UEDA and Yoshio KAKUTA

$$J_2 = 2G_0 K(F) J_{2e} \quad \dots\dots\dots \text{式(2)}$$

ここで、 $F: F(I_1, J_2, J_3)$, G_0 : せん断弾性剛性

F は過去の载荷履歴中に受けた最大値 F_{max} に等しく、 F が F_{max} を越えない限り破壊は進行しない。

C) せん断における塑性

せん断による塑性偏差量は内部せん断応力強度(J_{2e})によって増加するが、拘束の程度には影響されない。よって、塑性硬化関数 H を用いて、

$$J_{2p} = H(J_{2e}) \quad \dots\dots\dots \text{式(3)}$$

J_{2e} は過去の载荷履歴中の最大値 J_{2emax} の等しく、 J_{2e} が J_{2emax} を越えなければ塑性は進行しない。

D) 体積における塑性

せん断塑性に関する体積塑性ひずみは、 I_1 によって示される拘束の程度に大きく影響される。この非線形性は体積膨張導関数 D によって表される。

$$dI_{1p} = D(I_1, K) dJ_{2p} \quad \dots\dots\dots \text{式(4)}$$

式(1)、式(2)を解くことにより M マトリックスが得られる。

$$d\sigma_{ij} = M_{ijkl} d\epsilon_{ekl} \quad \dots\dots\dots \text{式(5a)}$$

$$M_{ijkl} = 2G_0 K \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{1}{3} \left[(3K_0 - 2G_0 K) \delta_{ij} + 2G_0 e_{ej} U_f \left(\frac{\partial K}{\partial F} \right) \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial I_1} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{J_{2e}}{J_{3e}} \right)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial J_{3e}} \right) \right\} \right] \delta_{kl} \dots\dots\dots \text{式(5b)}$$

$$+ 2G_0 e_{ej} U_f \left(\frac{\partial K}{\partial F} \right) \left[\left(\frac{\partial F}{\partial J_{2e}} \right) \frac{e_{ekl}}{2J_{2e}} + \left(\frac{\partial F}{\partial J_{3e}} \right) \frac{e_{ekm} e_{elm}}{3J_{3e}^2} \right]$$

ここで、 $F=F_{MAX}$ かつ $dF \geq 0$ ならば $U_f=1$ 、さもなければ $U_f=0$

同じく式(3)、式(4)を解くことによって L マトリックスが得られる。

$$d\epsilon_{pi} = L_{ijkl} d\epsilon_{ekl} \quad \dots\dots\dots \text{式(6 a)}$$

$$L_{ijkl} = \left(\frac{e_{ej}}{J_{2e}} + D \delta_{ij} \right) \left(\frac{dH}{dJ_{2e}} \right) \frac{U_p e_{ekl}}{2J_{2e}} \quad \dots\dots\dots \text{式(6 b)}$$

ここで、 $J_{2e}=J_{2emax}$ かつ $dJ_{2e} \geq 0$ ならば $U_p=0$ さもなければ $U_p=0$

これらと下記の全ひずみを表す式(7)により、完全な増分の構成方程式となり、弾塑性と破壊のマトリックスは式(8)のようになる。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ej} + d\epsilon_{pij} \quad \dots\dots\dots \text{式(7)}$$

$$d\{\sigma\} = [M] \{ [I] + [L]^{-1} \} d\{\epsilon\} \quad \dots\dots\dots \text{式(8)}$$

2. 2 ひび割れ発生規準

本研究においてはひび割れ発生規準については2次元のものをを用い、図2のように $z-r$ 面、 $z-\theta$ 面それぞれに図に示す2軸応力下のひび割れ発生規準を適用し、ひび割れの発生を判定した。2軸応力下でのコンクリートの破壊包絡線としては、図3に示すように圧縮-引張領域については二羽モデル¹⁾、引張-引張領域については青柳・山田モデル²⁾を用

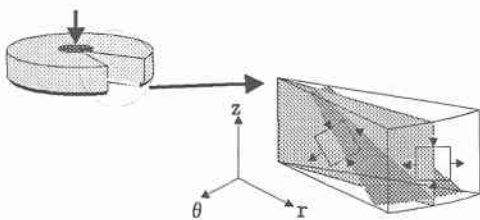


図2 ひび割れ発生規準適用面

いた。このモデルではコンクリートに発生する応力が、ひび割れ発生規準に達しても直ちにひび割れが発生

するのではなく、塑性の影響を考慮しコンクリートの主ひずみが、その限界ひずみに達したときひび割れが発生するものとしている。本モデルではその限界引張ひずみをコンクリートの応力が破壊包絡線に達したときの主ひずみの2倍としている。また、発生するひび割れの角度は主引張応力の作用する方向に直角である。

2. 3 ひび割れ発生後の構成則

発生するひび割れは、図4に示されるような周方向のひび割れ（ $r-z$ 面に直交）と半径方向のひび割れ（ $z-\theta$ 面に直交）の2つのひび割れに分けられる。いずれか1つのひび割れのみが発生した場合は、そのひび割れの直交方向（ x 方向）の応力は、引張剛性モデル¹⁾とせん断伝達モデル¹⁾の重ね合わせで算定し、ひび割れ面内方向は（ $y-\theta$ または $y-r$ ）、ひび割れていない2次元問題として平面応力構成則¹⁾を適用する。なお、ひび割れの影響を考慮するために、後述するように破壊パラメータ K を応力を算出する平面に直交する引張ひずみを用い低減することとしている。また、2つのひび割れが同時に発生した場合、または第1のひび割れが発生した後に第2のひび割れが発生した場合は、 x 方向、 θ 方向には引張剛性モデルを適用し、 y 方向には圧縮剛性モデル¹⁾を適用する。圧縮剛性モデルにおいて破壊パラメータをひび割れ直交方向の関数として低減しているが、周方向と半径方向の2つのひび割れが入った場合には、図5中の ε_1 、 ε_θ が $z-r$ 面に垂直なひび割れ（周方向ひび割れ）面に直交する引張ひずみとなるが、そのうち ε_1 を破壊パラメータの低減に用いるものとした。これは ε_1 は斜めひび割れを発生させるひずみであり高圧縮領域となるスラブの上部において ε_2 の方向の圧縮応力に

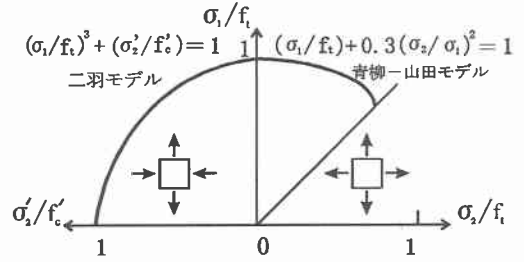


図3 破壊包絡線

及ぼす影響が大きいと考えられるからである。

2. 3. 1 平面応力構成則

ひび割れに平行する面内では前川・岡村の弾塑性破壊モデル¹⁾を用いている。このモデルにおいて等価応

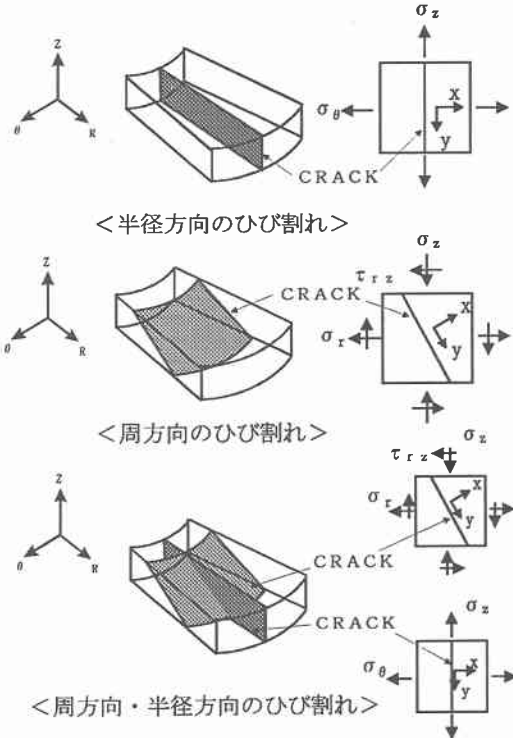


図4 ひび割れモデル

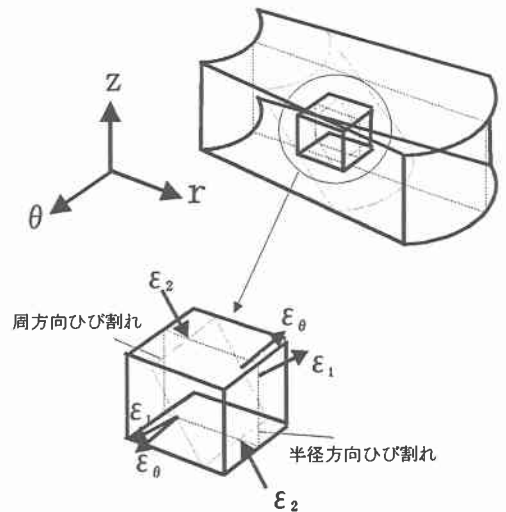


図5 各面の主ひずみの方向

$$E_p = E_{\max} - \frac{20}{7} \left(1 - e^{-0.35 E_{\max}} \right) \quad \dots\dots \text{式(9)}$$

$$K_0 = e^{-0.73 E_{\max} (1 - e^{-1.25 E_{\max}})} \quad \dots\dots \text{式(10)}$$

E_p : 等価塑性ひずみ
 K_0 : 破壊パラメーター
 E_{\max} : 等価最大全ひずみ

力と等価ひずみの関係は初期弾性係数、破壊パラメーターおよび等価塑性ひずみによって定式化されている。等価応力は平面応力状態における作用応力レベルを表す指標であって、平均応力と偏差応力の関数である。同じように、等価ひずみはひずみレベルを表す指標であって、平均ひずみと偏差ひずみとで表される。

また、コンクリート中の局部破壊の状態を表す「塑性」

と「破壊」の状態量を定式化するために、等価塑性ひずみと破壊パラメーターを用いている。これらは共に過去に経験した最大の応力レベルによって一義的に決まり、その値は式(9)、式(10)のように等価最大全ひずみの関数として与えられる。このことは過去の最大の応力レベルを超えない限り塑性や破壊は進行しないことを意味する。等価応力—等価ひずみの関係は式(11)のように表されるが、対象としている平面に平行なひび割れの影響を考慮するために、前述の圧縮剛性モデルと同じように破壊パラメーターを低減している。

$$S = E_0 \cdot K \cdot (E - E_p) \quad \dots\dots \text{式(11)}$$

ここで、 S : 等価応力、 E : 等価ひずみ、 E_0 : コンクリートの初期剛性、 E_p : 等価塑性ひずみ

$$K = \omega \cdot K_0$$

$$\omega = 1 \quad (\varepsilon_x < \varepsilon_1)$$

$$= 1 - 0.4(\varepsilon_x - \varepsilon_1) / (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \quad (\varepsilon_1 \leq \varepsilon_x \leq \varepsilon_2)$$

$$= 0.6 \quad (\varepsilon_x > \varepsilon_2)$$

K : ひび割れ発生後のコンクリートの破壊パラメーター、 K_0 : ひび割れていないコンクリートの破壊パラメーター、 ε_x : ひび割れ直交ひずみ、 ε_1 : 0.0012、 ε_2 : 0.0044

3. 解析結果

3.1 実験および解析供試体

本解析プログラムの信頼性を検討するために、過去に本研究室で行った6体のRCスラブの実験結果³⁾との比較を行う。実験供試体の形状については全供試体共通で、スパン1000mm、スラブ厚100mm、有効高さ75mmの円形スラブであり、スパン中央に200mmの円形鋼板を介して単調に載荷を行った。表1に示すように各供試体のパラメーターは、主筋の剛性および主筋比となっている。使用した補強材はアラミド、炭素、鉄筋の3種類であるが、本論文では

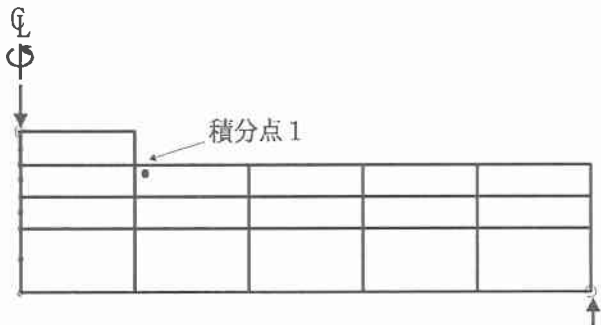


図6 要素分割図

アラミド及び鉄筋を用いた供試体 FCS1 と FCS2 と FCS6 の結果を示す。解析供試体の要素分割は図6に示すとおりである。荷重はスラブ中央点に鋼板要素を介し強制変位を与えた。

表1 実験供試体

供試体	コンクリート		補強筋			
	圧縮強度 f_c (Mpa)	材質	弾性係数 E_s (GPa)	降伏強度 f_v (MPa)	引張強度 f_t (MPa)	補強筋比 ρ_s (%)
FCS1	298.0	AFRP	64	---	1255	1.03
FCS2	318.6	AFRP	64	---	1255	1.48
FCS6	354.9	STEEL	142	569	931	1.54

3. 2 実験値との比較

表2に示すように、実験による耐力と解析によって計算された耐力を比較すると、いずれの供試体についても解析値が実験値を上回っている。また、図7に示す荷重-変位曲線から、FCS6については解析値は実験値の傾向を概ね捉えているものと

思われるが、FCS1、FCS2については解析値の剛性が実験値より高くなっている。本プログラムでは補強筋の弾性係数と補強筋比の積 ρE_s が大きなものは精度よく解析できるが、 ρE_s が小さなものについては剛性を高く計算する傾向がある。この原因の1つとして引張剛性モデルが考えられる。現行のプログラムでは、補強筋の入っている要素と補強筋の入っていない要素で同じ引張剛性モデルを用いているため、補強筋の入っていないコンクリートのひび割れ直角方向の応力を高く見積もっていることが考えられる。このことによって周方向のひび割れ（斜めひび割れ）が数多く入る荷重レベル（FCS1では90kN、FCS2では100kN）付近から解析値と実験値との差が大きくなっていくものと思われる。以上のことを検証するために、補強筋の入っていない要素では、ひび割れ発生後ひび割れ直交方向にラインハルトモデルを用い、供試体 FCS2 について解析を行ったところ図8に示す結果が得られた。修正後の解析値は実験値に近づく結果が得られた。また、半径方向ひび割れ（曲げひび割れ）が数多く発生した際（50kN 付近）において修正後にも変化が現れず、斜めひび割れ発生荷重である100kN以降に剛性が実験値に近くなっていることを考えると、補強筋のない要素に対するテンションスティフニ

表2 耐力の比較

供試体	実験値(MPa)	解析値(MPa)	解析値/実験値
FCS1	146.8	196.9	1.34
FCS2	159.5	199.1	1.24
FCS6	225.6	230.2	1.02

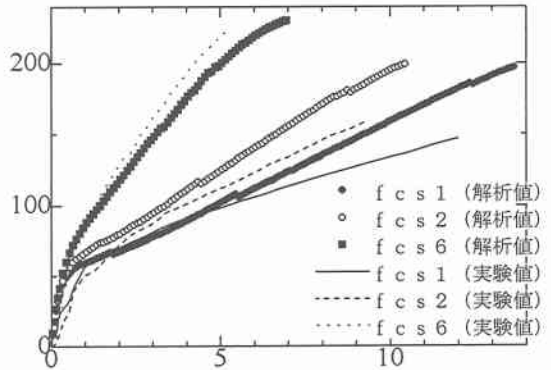


図7 実験値と解析値の比較

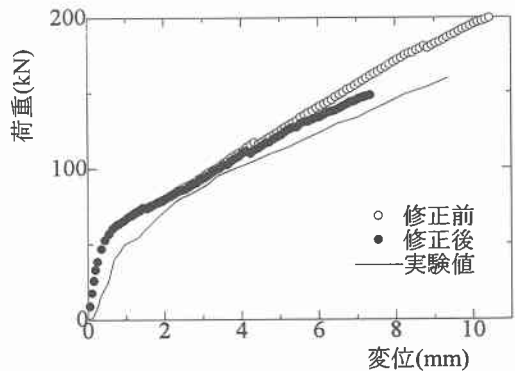


図8 修正後の荷重-変位

ングの修正が概ね妥当であると思われる。

3. 3 載荷点付近の圧縮応力

本解析はすべて実験値を上回っているものであった。ここで、圧縮域で最も応力の大きい載荷点付近の応力の比較を行い、その耐力について考える。図9は解析による載荷点（図5中の積分点1）付近における半径方向の方向の圧縮応力-荷重曲線を示すものである。補強筋の剛性が小さいほど、同じ作用せん断力時のコンクリートの応力が大きく、終局時において3体の供試体とも概ね等しい応力に達していると思われる。図10はラインハルトモデルを用いたプログラムで供試体 FCS2 について解析を行い修正前と載荷点付近（積分点1）での半径方向の圧縮応力-荷重曲線を比較したものである。終局前まではほぼ同じ挙動を示しているが、その後ラインハルトモデルを用いた解析では応力が急激に増加し、終局時にはどちらもほぼ同じ応力レベルにまで達している。すなわち、RC スラブの押抜きせん断耐力を考える上で、圧縮域の応力特性

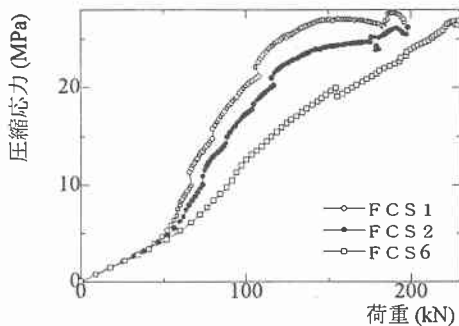


図9 積分点1における圧縮応力-荷重曲線

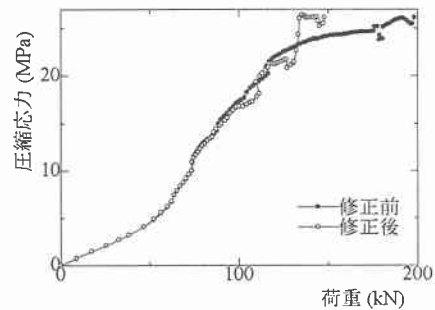


図10 圧縮応力-荷重曲線における引張剛性モデルの影響

を正確に把握する必要があるとあると言える。

4. まとめ

- (1) 平面応力構成則の重ね合わせで軸対称応力状態を表現していた軸対称非線形有限要素プログラムに3次元構成則を導入した本解析プログラムは、軸対称コンクリートスラブの変形状を概ね評価することができるが、補強筋の剛性が低い供試体については、やや剛性を高めに評価する。
- (2) 補強筋のない要素において、引張剛性モデルを低減することにより、補強筋の剛性の低い供試体において解析値が実験値に近づくことが確認された。
- (3) 補強筋の剛性が大きなものほど、同じ作用せん断力時には載荷点付近の圧縮応力は小さくなるが、終局時には補強筋の剛性によらずほぼ同じ応力レベルまで達することが示された。

参考文献

- (1)岡村 甫・前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版、1991年5月
- (2)ナレス パンタラトーン：鉄筋コンクリート梁におけるせん断抵抗機構の有限要素解析、東京大学大学院学位論文、1991年3月
- (3)風野宏明：非線形有限要素解析を用いたRCスラブの押抜きせん断強度に関する研究、北海道大学大学院修士論文、1993年3月
- (4)Koichi Maekawa,Junichi Takenaka,Paulus Irawan and Masaaki Irie : Continuum Fracture in Concrete Nonlinearity Under Triaxial Confinement,土木学会論文集,pp. 113-122,1993年2月
- (5) Koichi Maekawa,Junichi Takenaka,Paulus Irawan and Masaaki Irie : Plasticity in Concrete Nonlinearity Under Triaxial Confinement,土木学会論文集,pp. 123-130,1993年2月
- (6) Koichi Maekawa,Junichi Takenaka,Paulus Irawan and Masaaki Irie : Triaxial Elast-Plastic and Fracture Model for Concrete,土木学会論文集,pp. 131-138,1993年2月
- (7)Reinhardt H.,Cornelissen H. and Hordijk D. : Tensile tests and Failure Analysis of Concrete,Journal of Structural Engineering , pp2462-2477,1986