

I-83

湾内大橋の実橋振動測定について

北海道稚内土木現業所	正 員	佐々木 亨	正 員	高瀬 敏勝
北海道土木設計	正 員	和田 弘二	正 員	大村 登喜夫
北海道大学工学部	正 員	渡辺 昇	正 員	佐藤 浩一
北海道大学工学部	正 員	林川 俊郎	正 員	小幡 卓司
北海道大学工学部	正 員	平沢 秀之	学生員	宅和 大助

1. まえがき

北海道利尻島の東利尻自転車道線に架かる湾内大橋(5号橋)は3径間連続鋼床版箱桁橋(図-1)であるが、利尻島は日本海の北の孤島で風雪が激しく、耐風設計の必要から風洞実験によりその断面形状を検討した結果、下フランジに丸みのある三角形箱断面を採用した(図-2)。本橋は、手延式送り出し工法により架設されたが、高欄立てこみ後、アスファルト舗装打設前の1995年12月6日と、アスファルト舗装打設直後の1995年12月9日に、現地の実橋上において本橋の振動測定を行い貴重な結果を得たのでここに報告する。

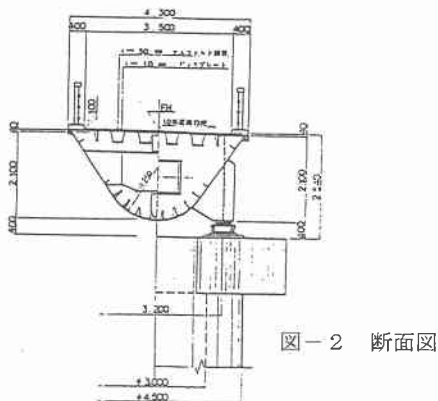


図-2 断面図

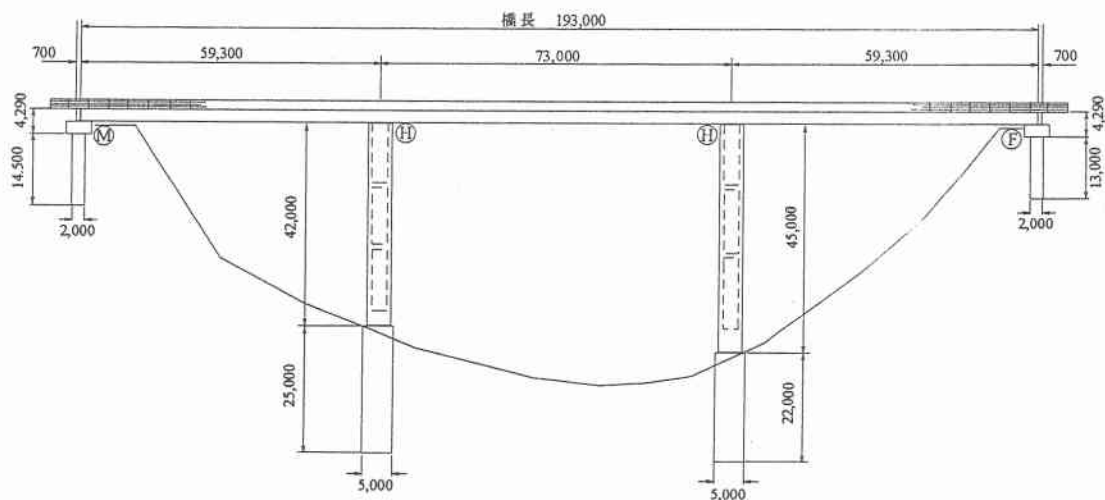


図-1 側面図

On Bridge Vibration Testing of the Wannai Ohhashi
 by Ryo SASAKI, Toshikatsu TAKASE, Kohji WADA, Tokio OUMURA, Noboru WATANABE, Kohichi SATO, Toshiro HAYASHIKAWA, Takashi OBATA, Hideyuki HIRASAWA and Daisuke TAKUWA

2. 桁の曲げ振動とねじり振動の理論

2.1 桁の曲げ振動の理論と解

桁の自重による曲げ振動の微分方程式は次式である。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1) \quad \text{ただし、} \mu = \frac{\gamma \cdot A}{g}$$

ここで、 y : 桁の x におけるたわみ(cm)、 E : 桁のヤング率(鋼では $2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$)、 I : 桁の断面 2 次モーメント(cm^4)、 A : 桁の断面積(cm^2)、 γ : 桁の材料の比重(鋼では $7.85 \times 10^{-3} \text{kg/cm}^3$)、 g : 引力の加速度(980cm/sec^2)、 l : 桁の支間(cm)

桁の両支点の境界条件を適用しながら式(1)を解くのであるが、両支点単純支持の桁の場合の固有円振動数 ω_k (sec^{-1})、固有振動数 f_k (Hz)、固有周期 T_k (sec) は次式である。

$$\omega_k = \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\gamma \cdot A}} \quad (k=1,2,3,\dots) \quad (2) \quad f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} \quad (3) \quad T_k = \frac{1}{f_k} \quad (4)$$

湾内大橋の場合は 3 径連続桁であるため、式(1)の基本微分方程式を有限要素化し、各要素間の境界条件を適用しながら多元連立方程式を解く有限要素法のコンピューターソフトを開発し、それを用いて計算した。

2.2 桁のねじり振動の理論と解

桁の自重によるねじり振動の微分方程式は次式である。

$$GJ_T \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (5) \quad \text{ただし、} \beta = \frac{\gamma \cdot I_p}{g}$$

ここで、 φ : 桁の x におけるねじり角(rad)、 G : 桁のせん断弾性率(鋼では $0.81 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$)、 J_T : 桁の純ねじり抵抗係数(cm^4)、 l : 桁の支間(cm)、 γ : 桁の材料の比重(鋼では $7.85 \times 10^{-3} \text{kg/cm}^3$)、 g : 引力の加速度(980cm/sec^2)、 A : 桁の断面値(cm^2)、 dA : 断面要素(cm^2)、 r : 重心より要素 dA への距離(cm)、 I_y : y 軸に関する断面 2 次モーメント (cm^4)、 I_z : z 軸に関する断面 2 次モーメント (cm^4)、 I_p : 重心に関する極断面 2 次モーメント $= \int_A r^2 dA = \int_A (y^2 + z^2) dA = I_z + I_y$ (cm^4)

桁の両支点のねじり角が拘束されている場合、固有円振動数 ω_k (sec^{-1})、固有振動数 f_k (Hz)、固有周期 T_k (sec) は次式となる。

$$\omega_k = \frac{k\pi}{l} \sqrt{\frac{GJ_T}{\gamma \cdot I_p}} \quad (k=1,2,3,\dots) \quad (6) \quad f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} \quad (7) \quad T_k = \frac{1}{f_k} \quad (8)$$

湾内大橋は箱断面であるためそりねじりの影響が無視できるので、式(5)の基本微分方程式を用いることができる。また、湾内大橋は 3 径間連続桁であるが、中間橋脚部の支承は 2 点支持形式のためねじり角が拘束されているから、各支間毎の単径間桁のねじり解析が有効であり、式(6)の解をそのまま用いることができる。

3. 実橋の振動測定と解析

3.1 測定器具と測定方法

実橋の加振は、人力により、鉛直加振、水平加振、偏心加振の 3 種を実橋上でを行い、その応答振動測定のセンサーにひずみゲージ式加速度計を用いる HW(Hokudai Watanabe)橋梁振動測定法により振動測定を行った。使用した器具は次の通りである。

(1)ひずみゲージ式加速度計…AS2GB(共和電業)、(2)動歪計 (増幅器) …DPM-711B(共和電業)、(3)A/D 変換ボード…ANALOG-PRO1(カノーブス電子)、(4)パソコン…PC9801 NA/C(NEC)、(5)振動測定用ソフトウェア…DSS98(カノーブス電子)

センサーにより検知された加速度信号を、ケーブルで動歪計に送り増幅し、ローパスフィルターをかけ、A/D 変換ボードによりアナログ信号をデジタル信号に変換し、パソコンのハードディスクに記録する。

3.2 振動波形のフーリエ解析の理論

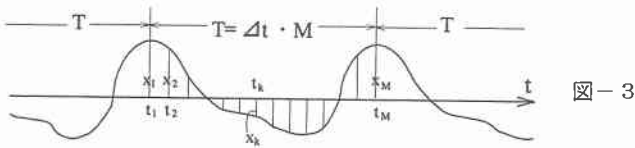


図-3のような周期 T の波形についてフーリエ解析しよう。1 周期 T の間を M 個に等分した各時刻における x の値が与えられている。これら M 個の時点を $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_M$ それに対する波形の x の値を、 $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_M$ とするとき次式が成り立つ。($N \leq M/2$)

$$x_k = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^N \left(a_j \cos \frac{2\pi k j}{M} + b_j \sin \frac{2\pi k j}{M} \right) \quad (9)$$

ここで、フーリエ係数 a_j, b_j は次式より求まる。

$$\left. \begin{aligned} a_j &= \frac{2}{M} \sum_{k=1}^M x_k \cos \frac{2\pi j k}{M} \\ b_j &= \frac{2}{M} \sum_{k=1}^M x_k \sin \frac{2\pi j k}{M} \end{aligned} \right\} \quad (10) \quad j \text{ 次のパワー: } \frac{X_j^2}{2} = a_j^2 + b_j^2 \quad (11)$$

すなわち、図-3における $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_M$ が A/D 変換ボードにより与えられるから、式(10)により a_j, b_j が求まり、式(11)により j 次のパワーが求まる。なお、 a_j, b_j の値を式(9)に入れて x_k を計算してみると、図-3の x_k に一致するはずだから、式(9)は検算に用いることができる。

3.3 FFT (高速フーリエ変換) について

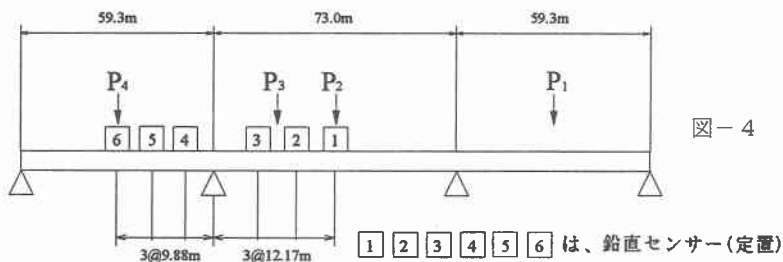
周期数列 $f(n)$ に対する離散フーリエ変換式を複素数型で表すと次のようになる。

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} nk\right), \quad 0 \leq k \leq N-1$$

$F(k)$ はデータ数が偶数であるとき、偶数番目と奇数番目のそれぞれのフーリエ係数より求めることができる。データ数が 2^n であれば、データが 1 つになるまで繰り返して行うことができ、そのときのフーリエ係数はデータそのものとなる。このとき、フーリエ係数とデータの並びが 2 進数で表したときにビット反転していることを利用し、通常のフーリエ変換よりはるかに速く計算できるようにしたものが FFT(高速フーリエ変換) である。1965 年にクーリーとチュエキーによって開発されて以来、デジタル信号の処理や解析などに有効に利用されるようになり、現在の情報処理技術には欠かせないものとなっている。

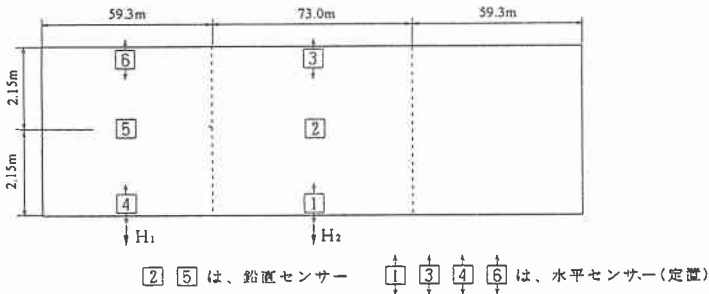
3.4 センサーの位置と入力加振の方法

(1) 鉛直加振 (図-4)



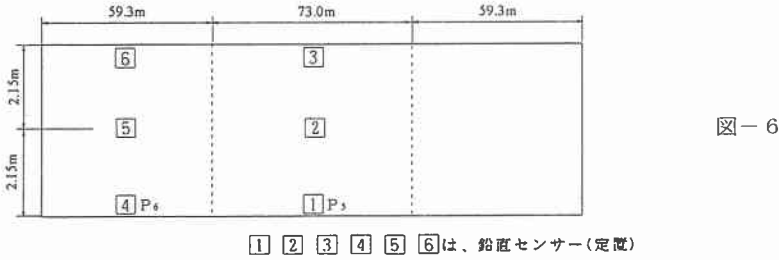
P_1, P_2, P_3, P_4 のそれぞれの位置で鉛直にジャンプすることにより橋を鉛直加振する。

(2) 水平加振 (図-5)



H_1 、 H_2 のそれぞれの位置で高欄を水平にプッシュすることにより橋を水平加振する。

(3) 偏心加振 (図-6)

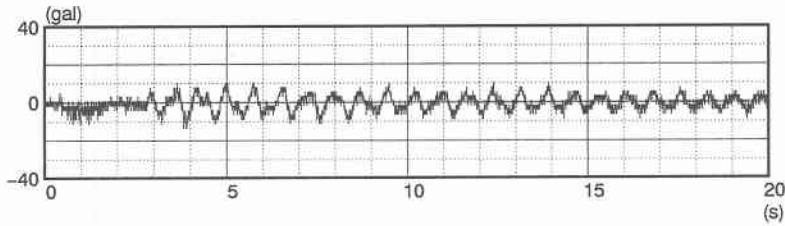


P_5 、 P_6 のそれぞれの位置で鉛直にジャンプすることにより橋を偏心加振する。これにより、橋は鉛直曲げ振動とねじり振動とを同時に生じる。

3.5 波形とフーリエスペクトル

図-7に波形とフーリエスペクトルの1例(図-6、舗装有り、 P_5 による偏心加振、センサー3の場合)を示す。

(a) 波形



(b)フーリエスペクトル

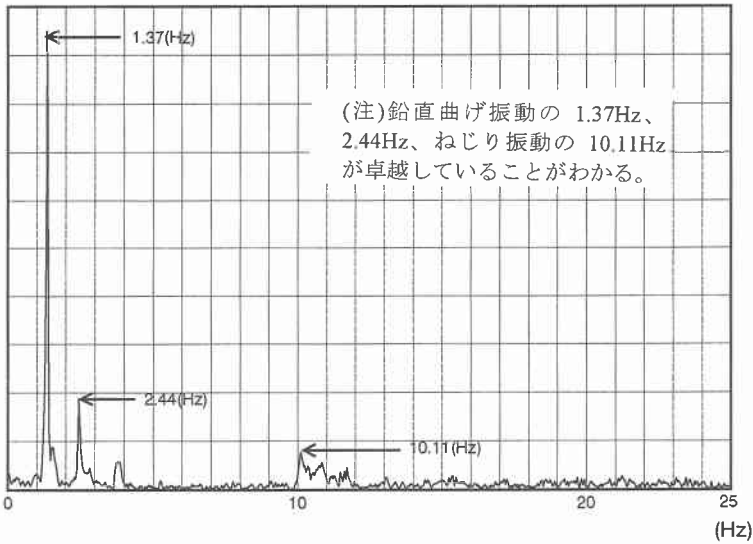


図-7 波形とフーリエスペクトル

4. 実橋の振動解析と実測値との比較

表-1 に湾内大橋の断面定数などを示す。これを用いて式(1)及び式(5)を解析した。

表-1 湾内大橋の断面定数

	w (kg/cm)	I_y (cm ⁴)	I_z (cm ⁴)	J_T (cm ⁴)	$\gamma \cdot I_p$ (kg · cm)
舗装なし	18.634	1.3328×10^7	2.7282×10^7	0.9754×10^7	34.480×10^4
舗装有り	21.054				38.065×10^4

実橋の鉛直曲げ振動、水平曲げ振動、ねじり振動の解析値と実測値を表-2、表-3、表-4に示す。

表-2 鉛直曲げ振動の解析値 ()は実測値

	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
舗装なし	1.41 (1.42)	2.12 (2.05)	2.64 (2.54)
舗装有り	1.33 (1.37)	2.00 (1.95)	2.48 (2.44)

表-3 水平曲げ振動の解析値 ()は実測値

	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
舗装なし	2.02 (2.00)	3.04 (3.17)	3.77 (-)
舗装有り	1.90 (1.90)	2.86 (3.08)	3.55 (-)

表-4 ねじり振動の解析値 ()は実測値

	側径間の1次固有振動数(Hz)	中央径間の1次固有振動数(Hz)
舗装なし	12.64 (13.08)	11.96 (12.56)
舗装有り	10.20 (10.55)	9.71 (10.11)

5. 湾内大橋の減衰定数について

フーリエスペクトルをパワースペクトルに変換し、そのピークを示す卓越振動数を読みとる。このパワースペクトルの実測値はある振動間隔ごとのものであるため、それぞれの卓越振動数付近のパワースペクトルデータにより、放物線や更に高次の多項式で最適近似することにより、近似パワースペクトル曲線を求め、卓越振動数とそのスペクトルのピーク値を得る。そして近似パワースペクトル曲線に 1/2 法 (Half-Power-Method) を適用し、減衰定数を求めた。湾内大橋の減衰定数の測定値を図-8 に示す。

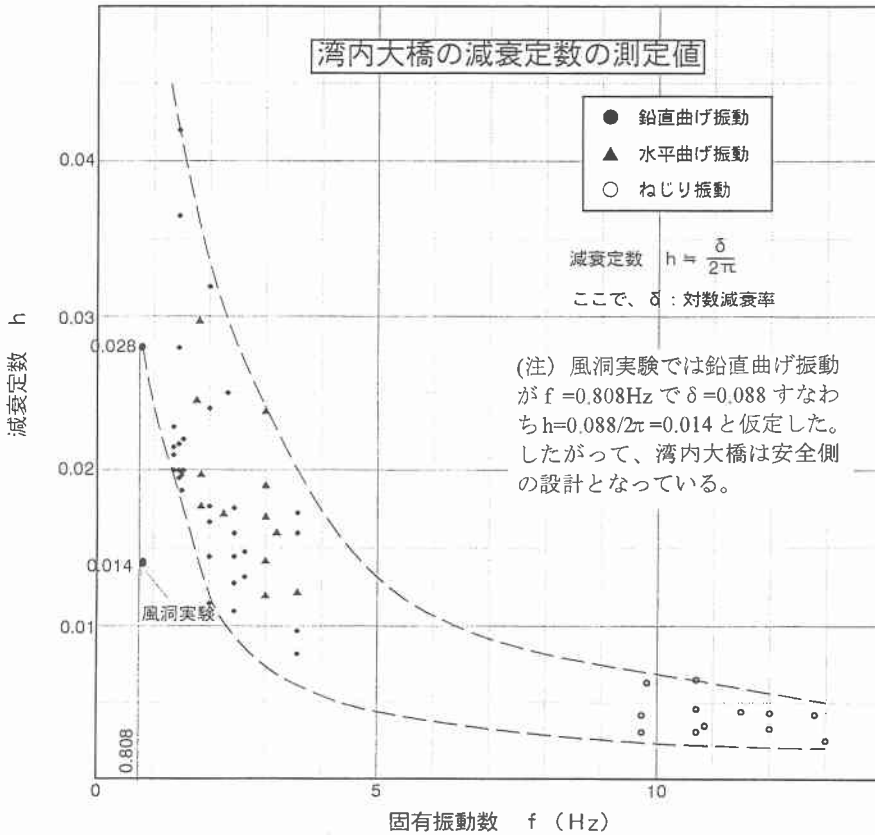


図-8 湾内大橋の減衰定数の測定値

6. 考察と結論

湾内大橋の実橋の振動測定により、次のような考察と結論が得られた。

- (1) 振動解析値と実験値がよく一致した。また、振動解析に用いた表-1の断面定数における桁の曲げ剛性及び $\gamma \cdot I_p$ には高欄の影響も考慮してあるので、この種の橋の振動解析に当たっては、高欄の剛性などを考慮すべきである。
- (2) 風洞実験に用いられた減衰定数 0.014(対数減衰率で $\delta=0.088$) に比べて、実橋はより大きな減衰定数(0.028以上)で、 $0.028/0.014=2.0$ となるから湾内大橋はより安全側の耐風設計になっていることが確認された。
- (3) 固有振動数 f と減衰定数 h との関係を示す図-8 が得られたことは大きな収穫であった。これは $f \cdot k = \text{const.}$ を示す関係図であり、橋の減衰定数の性質の一端を示すものである。今回湾内大橋で行った実橋の振動測定法を他の多くの実橋についても行き、橋の減衰定数の研究を発展させたいものである。