

遊歩道斜張橋におけるモード減衰解析の試み

北海道大学工学部	正員	林川俊郎
北海道大学大学院	学生員	桑原泰之
北海道大学工学部	正員	小幡卓司
北海道大学工学部	正員	佐藤浩一

1. まえがき

斜張橋は補剛桁、ケーブル、塔から構成されており、吊橋と同様に比較的剛性の低い橋梁構造物である。したがって、風による振動の影響を受けやすい構造形式であるため、耐風安定性の照査が重要となる。この耐風安定性の照査に当たっては、縮尺模型を用いた風洞実験を実施し、その安全性を確認するのが一般的である。しかし、動的安定性を照査するために必要なモード減衰定数は設計段階において経験的に仮定されているのが現状である。

最近、大型起振機を用いた完成系における実橋の振動実験がいくつか実施され、その固有振動特性および減衰特性を確認し、実橋における測定データも蓄積されつつある<sup>1)</sup>。また、ひずみエネルギーに基づくモード減衰の理論的推定法の可能性についても研究<sup>2),3)</sup>が行われているが、まだ十分に減衰特性を評価してとは言えず、数値計算例も少ない。

そこで、本研究の目的は比較的構造形式が明確な2径間連続PC斜張橋(遊歩道橋)の振動実験を実施し、固有周期、固有振動モード、および減衰定数を求め、3次元骨組モデルによる立体固有振動解析を行い、モード減衰定数の算出方法について検討を行うものである。

2. 解析方法

2-1 解析モデルと解析方法の概要

本研究で対象とした青雲橋は札幌市豊平区の清田南公園内に架設された遊歩道橋であり、支間2@53.5mの2径間連続PC斜張橋である。この斜張橋は図-1に示すような1節点6自由度の立体骨組構造にモデル化し、両支承部は水平方向バネ定数1100t/mのバネ部材として取り扱い、解析を実施した。なお、この解析モデルにおける節点数は89、部材数は105である。

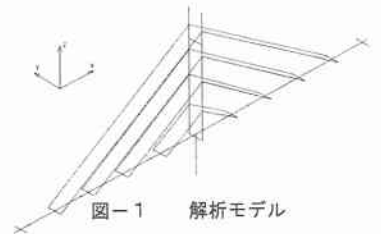
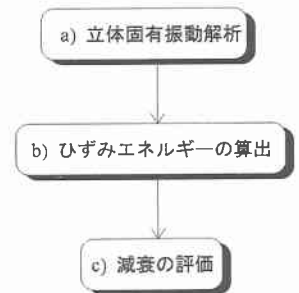


図-2にはモード減衰定数を算出するための全体的な解析手順が示されている。まずモデル化した斜張橋に対し立体固有振動解析を行い、固有周期および固有振動モードを求める。次に、斜張橋の補剛桁、ケーブル、塔に蓄えられるひずみエネルギーを算出し、各構成部材が蓄えるひずみエネルギー比を求める。最後に、モード減衰定数を算出するためのロスファクター (loss factor) について検討する。



2-2 立体固有振動解析

構造物の運動方程式は一般に式(1)のように表される

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (1)$$

ここで、**M**:質量マトリックス、**C**:減衰マトリックス、**K**:剛性マトリックス、**F(t)**:外力ベクトル、**x**:変位ベクトルである。

減衰のない自由振動における構造物の固有振動数を $\omega$ 、そのときの固

Study on Modal Damping Analysis of Cable Stayed Promenade Bridge

by Toshiro HAYASHIKAWA, Yasuyuki KUWAHARA, Takashi OBATA and Koichi SATO

有振動モードを $\phi$ とし調和振動を考えると、式(1)は次のようになる。

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\phi = 0 \quad (2)$$

この式において $\phi$ が構造物の有意な解を持つためには式(3)のような固有値問題に帰着される。

$$\det|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (3)$$

上式(3)が構造物の振動数方程式である。本研究では、質量マトリックスには整合質量マトリックスを用いている。また、固有値問題の解法にはハウスホルダー法を用い、50次までの固有値および固有ベクトルを求めた。ここでは得られた固有ベクトル $\phi$ は次式により正規化する。

$$\phi^T \mathbf{M} \phi = m \mathbf{I} \quad (4)$$

ここで、 $m$ は質量に関する定数であり、 $\mathbf{I}$ は単位マトリックスである。

### 2-3 モード減衰解析

一般に、構造物の振動減衰の要因は複雑であり、確定論的に算出するのは困難である。構造物の動的応答解析あるいは風洞実験では、減衰定数は経験的に仮定されている。しかし、本研究においては以下のように、各固有振動モードに対応したモード減衰定数の算出を試みる。ここでは、構造物の多種多様な減衰性状を、各固有振動モードに対して等価な粘性減衰で評価することを考える。特に斜張橋は補剛桁、ケーブル、塔より構成されているため、それぞれ構成部材が持っている特有の減衰特性が斜張橋のモード減衰に寄与しているものと考えられる。そこで、補剛桁、ケーブル、塔の構成部材の減衰特性をロスファクター $\eta$ で与えられるものとするれば、斜張橋のモード減衰定数は次式で与えられる<sup>3),4)</sup>。

$$h_i = \eta_{ig} \frac{U_{ig}}{U_i} + \eta_{ic} \frac{U_{ic}}{U_i} + \eta_{it} \frac{U_{it}}{U_i} \quad (5)$$

ここで、 $h_i$ は $i$ 次固有振動モードにおけるモード減衰定数、 $U_i$ はそのときの構造物全体のひずみエネルギーであり、 $U_{ig}$ 、 $U_{ic}$ 、 $U_{it}$ および $\eta_{ig}$ 、 $\eta_{ic}$ 、 $\eta_{it}$ はそれぞれ補剛桁、ケーブル、塔におけるひずみエネルギーとロスファクターである。

### 3. 固有振動モード

本研究では、青雲橋において振動測定された鉛直振動に限定して考えることにする<sup>5)</sup>。図-3には、モード減衰を評価するための鉛直固有振動モードが、逆対称および対称それぞれ1次から3次まで示されている。

立体固有振動解析で得られた1次、4次、10次モードは鉛直逆対称固有振動モードの1次、2次、3次モード(以後 VAS1, VAS2, VAS3 と記す)であり、補剛桁と塔が面内で連成振動している。

これに対し固有振動解析で得られた3次、5次、11次モードは鉛直対称固有振動モードの1次、2次、3次モード(以後 VS1, VS2, VS3 と記す)であり、補剛桁は左右対称に振動しているが塔は振動していないことがわかる。

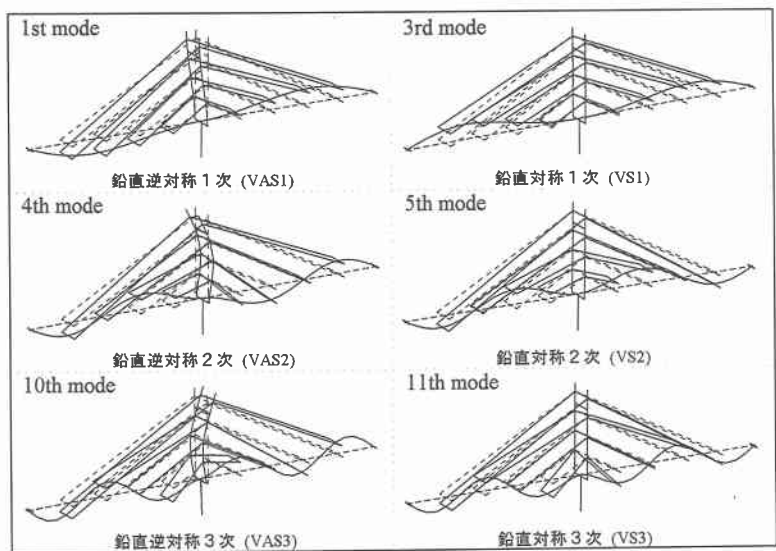


図-3 鉛直固有振動モード

表一は立体固有振動解析によって求められた鉛直固有振動周期の解析値と、青雲橋で測定された鉛直固有周期の実験値を比較したものである。VAS2を除き全体的に解析値の方が実験値よりも若干大きめに計算されているが両者ともに比較的よく一致していると言える。したがって、3次元骨組モデルと固有振動解析の結果は妥当なものであると考えられる。

表一 鉛直振動の固有周期 (sec)

Mode Oder	振動形状	実験値	解析値
1st.	VAS1	0.9783	1.0149
3rd.	VS1	0.4189	0.4849
4th.	VAS2	0.3628	0.3341
5th.	VS2	0.2626	0.2866
10th.	VAS3	0.1650	0.1710
11th.	VS3	0.1592	0.1660

#### 4. ひずみエネルギー比

各部材のひずみエネルギーは各部材の剛性マトリックスと固有振動モードから算出される。一例として、鉛直逆対称1次固有振動モード(VAS1)における補剛桁の各部材位置におけるひずみエネルギーの分布状態が図-4(a)に示されている。また、補剛桁の各部材位置における固有振動モードの鉛直変位が比較のために図-4(b)に示されている。図-4(b)に示される補剛桁の鉛直たわみ変形の曲率が大きくなるような付近(左右両径間において鉛直たわみが最大となる部分と橋長の中央部分)では、図-4(a)に示すようにひずみエネルギーが大きくなる傾向が見られる。一方、鉛直たわみの曲率が小さいところでは、ひずみエネルギーも小さくなる傾向が見られる。

同様にして、鉛直対称2次モード(VS2)の鉛直たわみによる各部材が占めるひずみエネルギー分布と振動形状が図-5(a)と図-5(b)にそれぞれ示されている。やはり、鉛直たわみの曲率が大きいところで、大きなひずみエネルギーの値が得られている。また他の鉛直固有振動モードにおいても、同様の解析結果を得ていることを付記する。

図-6は斜張橋全体のひずみエネルギー $U_i$ に対する各構成部材、つまり、補剛桁、ケーブル、塔に蓄えられるひずみエネルギー $U_{ig}$ 、 $U_{ic}$ 、 $U_{it}$ の割合を各固有振動モードごとに示したものである。鉛直逆対称固有振動モードであるVAS1、VAS2、VAS3は、補剛桁、ケーブル、塔の連成振動に伴い、それぞれひずみエネルギーを分担している。全体的に、高次モードになるに従い、補剛桁におけるひずみエネルギー比が増加

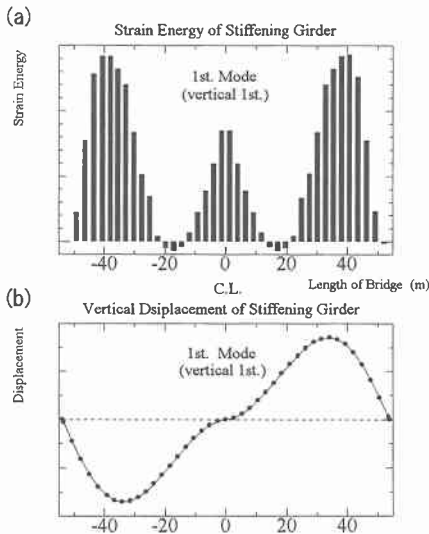


図-4 VAS1の補剛桁におけるひずみエネルギー分布と鉛直振動モード

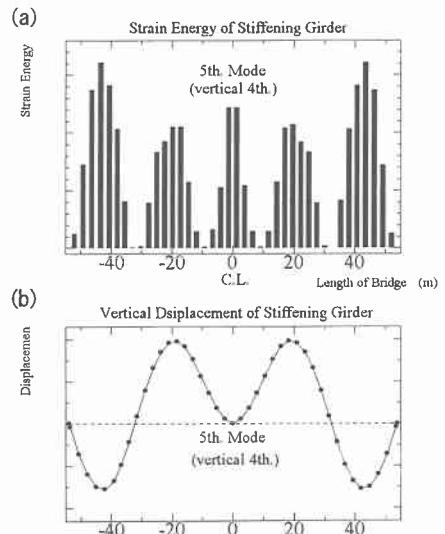


図-5 VS2の補剛桁におけるひずみエネルギー分布と鉛直振動モード

し、逆にケーブルや塔のひずみエネルギー比が減少する傾向が見られる。一方、鉛直対称固有振動モード VS1、VS2、VS3 では補剛桁とケーブルのひずみエネルギーが支配的であり、高次モードになるに従い、補剛桁のひずみエネルギーの割合が大きくなっている。また 2 径間連続斜張橋の鉛直対称固有振動モードでは、補剛桁の鉛直曲げ振動による塔の変形が現れないため、塔のひずみエネルギーの分担率はほとんどないことが理解できる。

### 5. 減衰の評価

起振機加振により得られた青雲橋の鉛直対称 1 次、2 次および対称 1 次、2 次モードに対するモード減衰定数を表 2 に示す。補剛桁と塔が連成振動する逆対称モード VAS1 と VAS2 のモード減衰定数は、塔の振動がない対称モード VS1 と VS2 のモード減衰定数に比較してかなり大きな値が測定されている。このことは、塔による減衰の影響が大きく現れており、塔のロスファクター  $\eta_i$  の値が比較的大きいものと考えられる。

次に、各構成部材についてロスファクターを推定した結果を図 7 に示す。この推定値は、式 (5) で示したモード減衰の算定式に、表 2 で得られた減衰定数と図 6 で計算された各構成部材のひずみエネルギーを代入することにより求めたものである。図 7 の横軸は 4 つの推定値に対する 4 通りの組み合わせを表している。推定値にはばらつきが大きく見られるものの組み合わせケース 2 および 4 における補剛桁、ケーブルのロスファクターはほぼ同一の値となっている。また、このケース 2、4 における塔のロスファクターが大きく出ていることは、塔が連成する逆対称モードの減衰が大きいという実験結果に矛盾しないものであると考えられる。

### 6. あとがき

本研究ではモード減衰の理論的推定法の 1 つとしてひずみエネルギーに基づき、ロスファクターを推定する方法を試みた。解析結果にばらつきはあるものの、青雲橋における塔の振動が減衰特性に寄与していることはある程度確認できたと思われる。今後、減衰評価式で表されていない支承部の摩擦による減衰や、その他の逸散エネルギーの明らかにする必要がある。さらに、他の斜張橋に対しても同様の解析を行うことによりデータを蓄積することで斜張橋におけるモード減衰解析の精度は上がるものと考えられる。

### 参考文献

- 1) 藤原亨他：マルチケーブル複合形式斜張橋の固有振動特性、構造工学論文集、Vol.39A、pp.831-839、1993。
- 2) 山口宏樹：斜張橋および斜張橋ケーブルの振動減衰に関する 2、3 の考察、土木学会年次講演会、pp.792-793、1993。
- 3) 山口宏樹他：斜張橋のモードエネルギー特性とそれに基づく減衰解析、土木学会年次講演会、pp.1132-1133、1994。
- 4) 山口宏樹他：斜張橋におけるモード減衰解析とその妥当性に関する一検討、土木学会年次講演会、pp.964-965、1995。
- 5) Obata, T., et al. Vibration Experiments and Natural Vibration Analysis of Prestressed Concrete Cable-Stayed Pedestrian Bridge, 1st Sino-Japan Workshop on Cable-Stayed Bridges, Sapporo, pp.71-76, 1992。

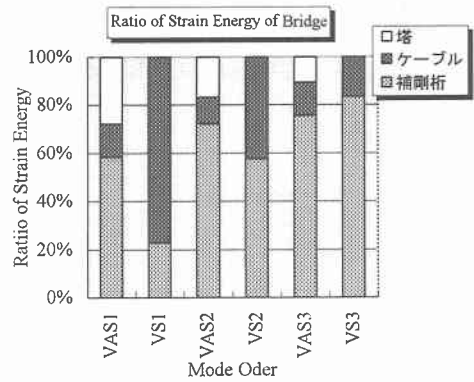


図 6 各部材のひずみエネルギー比

表 2 青雲橋のモード減衰定数

鉛直逆対称 1 次 (VAS1)	0.012
鉛直 対称 1 次 (VS1)	0.006
鉛直逆対称 2 次 (VAS2)	0.018
鉛直 対称 2 次 (VS2)	0.007

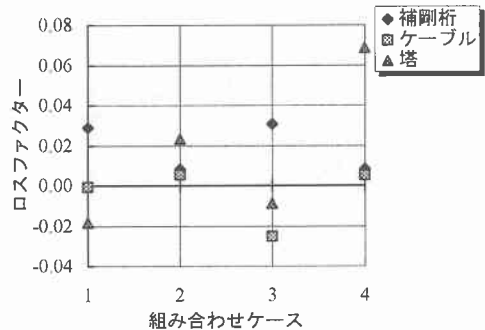


図 7 ロスファクターの推定値