

北海道大学工学部	正員	林川 俊郎
北海道大学工学部	学生員	須志田 健
北海道大学工学部	正員	平沢 秀之
北海道大学工学部	正員	佐藤 浩一

1. まえがき

最近、材料および施工法の進歩や、景観、経済性の観点から、アーチ系橋梁構造物が採用されることが多くなってきており、その適用支間長も年々増加しているところである。ここで言うアーチ系橋梁構造物とは、タイドアーチ橋、ランガー橋、ローゼ橋、およびフィーレンデル橋を意味している。この種の構造物の動的応答は、構造物に作用する動的外部荷重の性質と構造物自身の固有振動性状によって決定される。特に、後者の固有振動性状、すなわち固有振動数および固有振動モードを低次から高次振動モードまで精度よく計算することは、構造物の動的設計において重要である。また一般に、アーチ系橋梁構造物の固有振動解析では平面骨組あるいは立体骨組にモデル化され、格点部は軸力のみを伝達するヒンジ結合（トラス部材）および軸力、せん断力、曲げモーメントを伝達する剛結合（ラーメン部材）として扱われる。しかし、曲げ変形を受ける部材の接合部は必ずしも剛結とは限らず、交番応力を受ける部材が、損傷を受けた場合には剛性の低下が生じるものと考えられる。

そこで、本研究は曲げ部材の接合部に半剛結の考え方を導入し、アーチ系橋梁構造物を平面骨組モデルとして固有振動解析を行う。接合部の剛度の変化が構造物の固有振動性状に与える影響について考察する。

2. 固有振動解析

構造物の固有振動解析は、その構造物の質量のモデル化によって、離散座標系 (Discrete coordinate system) と分布座標系 (Distributed coordinate system) による解析に分類できる。さらに、前者には骨組部材の分布質量を両節点に等しく置換する集中質量法 (Lumped mass method) と、整合質量法 (Consistent mass method) による2通りの解析方法がある。後者には構造物の質量、剛性などの力学的特性を連続的な分布量として取り扱う連続質量法 (Continuous mass method) があり厳密解を与える¹⁾。ここでは比較的固有値解析が容易で、実用的な解を与える整合質量法を数値計算に用いる。

3. 半剛結部のモデル化

3-1 剛度係数

図-1には曲げ部材の節点力 (Y_i, M_i, Y_j, M_j) と節点変位 ($V_i, \theta_i, V_j, \theta_j$) が示されている。ここで、共役ばり (Conjugate beam) 法により、共役ばりの両端のせん断力は実際の梁のたわみ角に等しいことから、

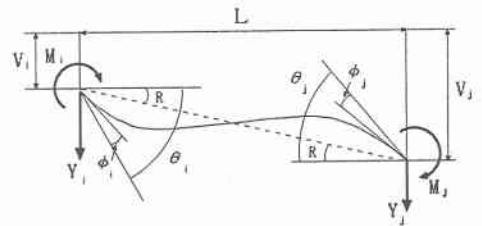


図-1 節点力と節点変位

$$\theta_i - \phi_i - R = \frac{M_i L}{3EI} - \frac{M_j L}{6EI} \qquad \theta_j - \phi_j - R = \frac{M_j L}{3EI} - \frac{M_i L}{6EI} \qquad (1a,b)$$

となる。部材の両端の半剛結部の曲げに伴う回転を線形なバネ定数でモデル化すると次のように表される。

$$\phi_i = M_i \lambda_i, \quad \phi_j = M_j \lambda_j \qquad (2a,b)$$

ここで、 λ_i と λ_j は剛結度を表すパラメータである。したがって、式 (2a,b) を式 (1a,b) にそれぞれ代入す

ると次のようになる。

$$(L+3EI\lambda_i)\frac{M_i}{L} = \left[3EI \frac{(\theta_i - R)}{L} \right] + \left(\frac{M_j}{2} \right) \quad (L+3EI\lambda_j)\frac{M_j}{L} = \left[3EI \frac{(\theta_j - R)}{L} \right] + \left(\frac{M_i}{2} \right) \quad (3a, b)$$

ここで、上式の左辺の第1項のを以下のように定義する。

$$\gamma_i = \frac{L}{L+3EI\lambda_i} \quad \gamma_j = \frac{L}{L+3EI\lambda_j} \quad (4a, b)$$

この γ_i と γ_j は無次元量であり、ここでは剛度係数 (Fixity factor)と呼ぶことにする²⁾。このパラメータ γ_i と γ_j は部材端部の剛結度を表し、 $\gamma_i=0$ と $\gamma_j=0$ は回転自由のピン結合に対応し、 $\gamma_i=1$ と $\gamma_j=1$ は回転を拘束する完全剛結合に対応している。

3-2 剛性マトリクスと質量マトリックス

前述の剛度係数 γ_i と γ_j を導入すると、半剛結を有する平面骨組部材の剛性方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EI}{L} & 0 & 0 & -\frac{EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI(\gamma_i+\gamma_j+\gamma_i\gamma_j)}{L^3(4-\gamma_i\gamma_j)} & \frac{6EI\gamma_i(2+\gamma_j)}{L^2(4-\gamma_i\gamma_j)} & 0 & -\frac{12EI(\gamma_i+\gamma_j+\gamma_i\gamma_j)}{L^3(4-\gamma_i\gamma_j)} & \frac{6EI\gamma_j(2+\gamma_i)}{L^2(4-\gamma_i\gamma_j)} \\ 0 & \frac{6EI\gamma_i(2+\gamma_j)}{L^2(4-\gamma_i\gamma_j)} & \frac{4EI}{L} \frac{3\gamma_i}{(4-\gamma_i\gamma_j)} & 0 & \frac{6EI\gamma_i(2+\gamma_j)}{L(4-\gamma_i\gamma_j)} & \frac{2EI}{L} \frac{3\gamma_j}{(4-\gamma_i\gamma_j)} \\ -\frac{EI}{L} & 0 & 0 & \frac{EI}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI(\gamma_i+\gamma_j+\gamma_i\gamma_j)}{L^3(4-\gamma_i\gamma_j)} & -\frac{6EI\gamma_i(2+\gamma_j)}{L^2(4-\gamma_i\gamma_j)} & 0 & \frac{12EI(\gamma_i+\gamma_j+\gamma_i\gamma_j)}{L^3(4-\gamma_i\gamma_j)} & -\frac{6EI\gamma_j(2+\gamma_i)}{L^2(4-\gamma_i\gamma_j)} \\ 0 & \frac{6EI\gamma_j(2+\gamma_i)}{L(4-\gamma_i\gamma_j)} & \frac{2EI}{L} \frac{3\gamma_j}{(4-\gamma_i\gamma_j)} & 0 & \frac{6EI\gamma_j(2+\gamma_i)}{L^2(4-\gamma_i\gamma_j)} & \frac{4EI}{L} \frac{3\gamma_i}{(4-\gamma_i\gamma_j)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ \theta_i \\ U_j \\ V_j \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (5)$$

また、半剛結を有する部材の整合質量マトリックスも同様に修正できる。

4. 数値計算結果

4-1 数値計算例

数値計算例として、図-2に示すような支間長 $L=70.0\text{m}$ およびライズ長 $f=10.2\text{m}$ の下路式アーチ橋を考える。表-1にはその断面諸元が与えられている。この同一形状寸法および断面諸元を持つアーチ系橋梁が図-3に示されている。ここで、細線は軸力のみを受けるトラス部材であり、太線は、軸力、せん断力、曲げモーメントを受けるラーメン部材である。いま、ローゼ橋の垂直材の上下端部の剛結度が大きくなると、つまり、剛度係数 γ_i と γ_j を0から1まで変化させると、フィーレンデル橋に近づいていくことが推察される。一方、ローゼ橋の上弦材の両端の剛結度が小さくなると、ランガー橋に漸近して行くものと考えられる。

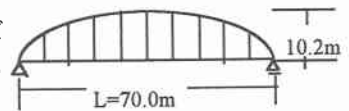


図-2 形状寸法

表-1 断面諸元

Structural properties	A(m ²)	I(m ⁴)	W(ton/m)
lower chord member	0.0520	0.009300	3.6700
Upper chord member	0.0500	0.007700	0.3900
Vertical member	0.0070	0.001800	0.0600



図-3 アーチ系橋梁構造物

4-2 固有振動モード

図-4は整合質量法より求められたランガー橋、ローゼ橋、フィーレンデル橋の固有振動モードである。支間中央部に節を持つアーチ橋特有の逆対称モードが基本固有振動モードとして現れ、第2次、第3次固有振動モードでは、対称モードとなり曲げ振動と縦振動が連成していることがわかる。さらにアーチ系橋梁構造物の固有振動モードは、逆対称および対称の曲げ振動と縦振動とが1つの群をなして繰り返し現れるのが特徴である。この傾向は、一般の橋梁構造物にも言えることである。また縦振動モードとは橋軸方向が卓越する固有振動モードであり、ここでは境界条件として、左端がヒンジ支承、右端にはローラ支承を用いているため、左端を固定支点として橋軸方向に振動しているのがわかる。

(a)Langer bridge (b)Lohse bridge(c)Vierendeel bridge

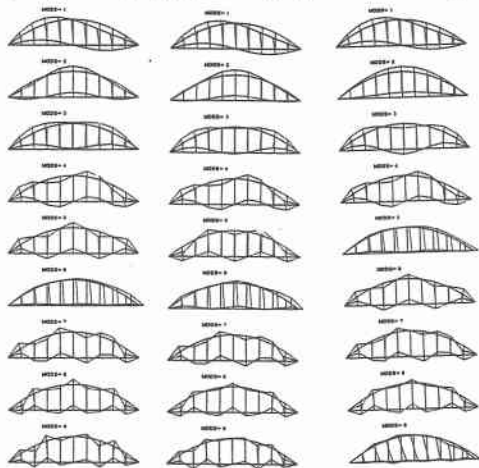


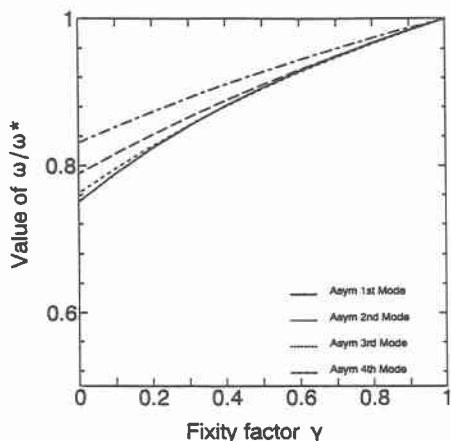
図-4 固有振動モード

4-3 半剛結の影響

図-5はローゼ橋の上弦材の両端部の剛度係数 γ を0から1に変化させた場合のアーチ橋の固有円振動数 ω とローゼ橋の固有円振動数 ω^* との比を示している。図-5(a)は、1次から4次までの曲げ逆対称振動モードを、図-5(b)は1次から4次までの曲げ対称モード、図-5(c)は橋軸方向の振動が卓越する縦振動モードである。一方、図-6はローゼ橋の垂直材の上下端部の剛度係数 γ を0から1へ変化させたときのアーチ橋の固有円振動数 ω とローゼ橋の固有円振動数 ω^* との比を示している。剛度係数 $\gamma=0$ の固有円振動数はローゼ橋に、剛度係数 $\gamma=1$ の固有振動数は、フィーレンデル橋に対応している。

図-5(a)、6(a)よりアーチ橋の曲げ逆対称モードでは、半剛結の影響は低次モードでかなり現れ、高次モードになるに従い、その影響は低下する傾向にある。特に、図-6(a)の曲げ逆対称1次モードでは、半剛結の影響が、顕著に現れていることがわかる。また、図-5(b)、6(b)よりアーチ橋の曲げ対称モードの固有円振動数は、比較的low次モードに半剛結の影響が現れているのがわかる。さらに、図-5(c)、

(a) 曲げ逆対称モード



(a) 曲げ逆対称モード

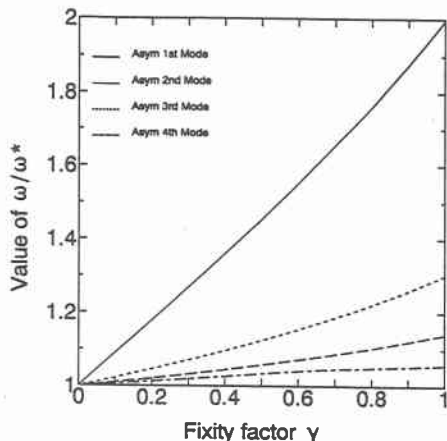
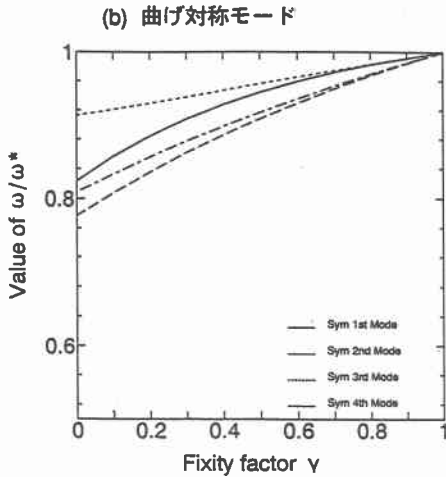


図-5 ランガー橋とローゼ橋(続く)

図-6 ローゼ橋とフィーレンデル橋(続く)



(c) 縦振動モード

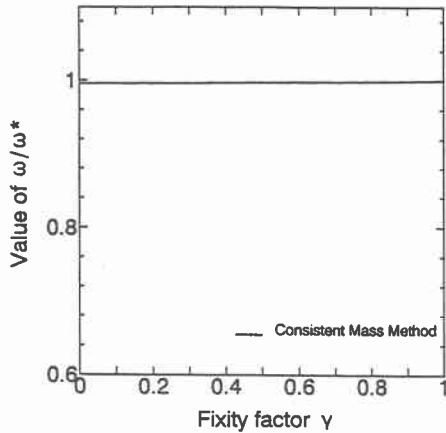
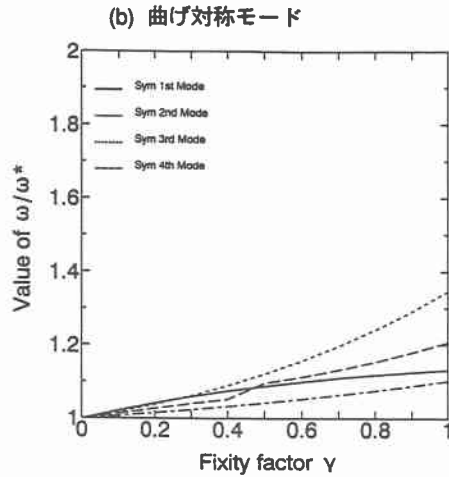


図-5 ランゲ橋とローゼ橋



(c) 縦振動モード

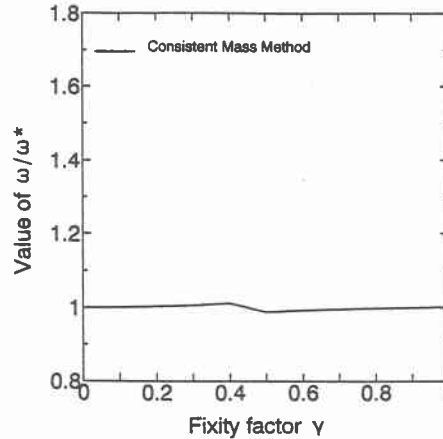


図-6 ローゼ橋とフィーレンデル橋

図-6 (c) の縦振動モードでは、部材接合部の影響をほとんど受けないことがわかる。この原因は半剛結部を回転に伴うバネ定数でモデル化しているためであると考えられる。

5. あとがき

本研究はアーチ系橋梁構造物の接合部を線形な回転バネによりモデル化し、その半剛結が固有円振動数に与える影響について数値計算を行った。一般に半剛結の影響は低次の固有振動モードに現れ、高次振動モードになるに従い、その影響は低下する傾向にあることがわかった。またアーチ橋の縦振動モードが卓越する固有円振動数には、半剛結の影響は比較的小さいことがわかった。

(参考文献)

- 1) 林川俊郎・佐藤康治・角田與史雄：平面骨組構造物の固有振動解析と固有値の精度，北海道大学工学部研究報告，第148号，1989，pp.1-15.
- 2) Monforton, G.R. and Wu, T.S.: Matrix Analysis of Semi-Rigidly connected Frames, Proc. of ASCE, Vol.89, No.ST6, Dec., 1963, pp.13-42.