

寒冷地道路トンネルの熱定数の予測

北海道大学	工学部	学生員	斉藤知秀
北海道大学	工学部	正員	三上 隆
㈱地崎工業	技術開発部	正員	須藤敦史

1. はじめに

寒冷地における道路トンネルは、一般に水に接する機会が多く、気象条件の厳しい地点や標高の高い地点に建設される場合には、つららや側氷の発達、地山凍結による覆工の変形など、いわゆる凍害を受ける危険性が大きく、従来工法で施工された北海道内の道路トンネルの約半数は何らかの変状が認められる¹⁾。そのため、NATM工法で施工される新設トンネルや既設トンネルの補修には、断熱材が施工されるが、その厚さ等は地山の熱定数(熱伝導率・熱容量)に大きく依存する²⁾。ここで地山の熱定数は、空間的に変動する等の不均質性を有するものと考えられ、また物性値試験より得られる値や観測データは観測誤差等のばらつきを含む値である。しかし従来のような解析手法においては空間的不均質性や観測誤差を考慮に入れ、熱定数を正確に推定することは難しく、信頼性の高い予測解析を行えない。そこで本研究では、ベイズ理論により事前分布を更新し事後分布を推定する拡張カルマンフィルタ^{3, 4, 5)}のアルゴリズムを用いた手法(EK-WLI法)を採用し、熱定数の空間的不均質性を状態ベクトルのノイズとし、また観測誤差等のばらつきを観測ベクトルのノイズとして、熱定数の不確定性を考慮する定式化を行い、地山の熱定数(熱伝導率・熱容量)を同定する。そしてその同定値を用い、時々刻々変化するトンネル内空温度に対するトンネル・地山系の温度履歴を非定常熱伝導理論に基づいて解析し、地山の熱定数(熱伝導率・熱容量)の同定に関する効率的な観測位置の考察を行う。またこの時刻歴応答解析は、断熱材の設計に有効な資料となるばかりではなく、断熱材が施工されたトンネルの安全性を照査する場合や、特定の温度波形における応答特性を詳細に検討して、観測点の温度予測を行う場合にも有効利用できるものとする。

2. 同定問題における確定論的探索法と確率的探索法との相違

本解析において、パラメータ同定には、確率論に基づく拡張カルマンフィルタを用いている。確定論に基づく代表的な手法としては最小自乗法が挙げられる。そこで、本章ではそれぞれの評価関数を比較することにより、パラメータ同定の基本的な考え方を説明する。

確率論的手法では、同定パラメータをばらつく値と仮定し、その特性は平均と分散で表されるものであり、かつ事前情報が得られていると定義している。事前情報では同定パラメータをばらつく量の平均値とし、その初期推定値と初期推定誤差の共分散、加えて観測値の誤差分散を与える。次に、観測値を得ることにより事前情報による推定値の分布を更新させ、事後の分布を推定するものである。拡張カルマンフィルタはベイズの推定を漸化的なアルゴリズムとして構成したものであるので、ここでは確率論的手法の説明についてはベイズの推定を用いる。以下、評価関数を用いて説明する。

2.1) 確定論

同定するパラメータ x と観測値 z が線形関係で表されるものとする

$$\hat{z} = Hx \quad H(m, n) : \text{既知} \quad (2.1)$$

m が n より大きい場合、すなわち観測値の数が未知量の数より多い場合には式(2.1)のすべての条件を満たすことができないため、次の評価関数を定めることとする。

An Identification of Thermal Coefficient of Road Tunnels in Cold Region

By Tomohide SAITOH, Takashi MIKAMI and Atsushi SUTOH

$$\theta_1 = \frac{1}{2}(z - Hx)^T W(z - Hx) \quad (2.2)$$

ここで $W(m, m)$ は重み行列であり、観測値の重要度や信頼度に基づいて設定される値である。式(2.2)を最小にする x の値が同定値となる。

2.2) 確率論(ベイズの推定)

この場合、同定するパラメータに関する事前情報を与える必要があり、またこのことで観測値の数が未知量の数より少ない場合についての同定も可能となる。事前情報は、その統計的な性質が正規分布で与えられるものとし、平均値が \bar{x} 、推定誤差の共分散が M であるとする。

$$E(x) = \bar{x} \quad E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T] = M \quad (2.3)$$

ノイズの含まれた m 個の観測値が m 次元のベクトル z で表され、未知量 x と次式の関係があるものとする。

$$z = Hx + v \quad (2.4)$$

ここで、 v は m 次元の観測誤差を表すベクトルで x とは無相関であるとする。 v の確率的な特性は多次元正規分布で表されるものと仮定し、平均0、共分散行列を $R(m \times m)$ とする。

$$E(v) = 0 \quad E[vv^T] = R \quad (2.5)$$

これらの式を用いて評価関数を求めると

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \left\{ (x - \bar{x})^T M^{-1} (x - \bar{x}) + (z - Hx)^T R^{-1} (z - Hx) \right\} \quad (2.6)$$

式(2.6)を最小にする x が同定値となる。ここで、右辺の第1項は事前情報を表し、第2項は事後情報(観測情報)を表している。式(2.6)の R^{-1} を W と置き換え、事前情報の項を省略すると、式(2.2)と等しくなることがわかる。したがって、確率論に基づく手法は、確定論に基づく手法に同定パラメータの事前情報と観測値両方の誤差を考慮したものとなる。

2.3) 拡張カルマンフィルタ

本解析に用いている拡張カルマンフィルタでは、ベイズ理論により確率的にデータを取り扱い観測値を確率量の実現値としてとらえ、地盤調査等の事前分布を観測値により更新し、事後分布を推定している。基本式は式(2.7)の非線形連続型状態方程式と式(2.8)の非線形離散型観測方程式で構成されている。また拡張カルマンフィルタは対象となるシステムの状態量と観測量に含まれるノイズのガウス性を仮定し、観測値が得られる度に条件付き確率密度関数を更新する逐次適合型の最適化手法である。

$$dXt/dt = f(Xt, t) + GtWt \quad (2.7)$$

$$Ytk = h(Xtk, tk) + Vtk \quad (2.8)$$

Xt : 状態ベクトル Ytk : 観測ベクトル Gt : 変換行列

Wt : システム雑音ベクトル Vtk : 観測雑音ベクトル

3. 非定常熱伝導方程式の離散化解析

非定常熱伝導方程式の解法には離散化手法を用いることにし、ここでは空間に関しては有限要素法を、時間に関してはCrank-Nicolson法を用いて離散化する。

有限要素法の適用の結果、熱伝導微分方程式は次のマトリックス方程式となる。

$$[C]\{ \partial U / \partial t \} + [K]\{ U \} = \{ F \} \quad (3.1)$$

$\{ U \}$ は節点温度ベクトル、 $[C]$ は熱容量マトリックス、 $[K]$ は熱伝導マトリックス
 $\{ F \}$ は熱入出力ベクトル

式(3.1)にCrank-Nicolson法を適用すれば、時間に関する次の漸化式(3.2)が得られる。

$$\left(\frac{2}{\Delta t}[C]+[K]\right)\{U\}_{i+1}=\left(\frac{2}{\Delta t}[C]-[K]\right)\{U\}_i+2\{F\}_i \quad (3.2)$$

ここで Δt は時間刻みである。

4. 実データを用いた数値解析例

4.1) トンネル・地山モデルとトンネル内空の温度

トンネル・地山の熱伝導解析を行うためのモデルとして、図-1に示すような一次元モデルを考える。モデルはトンネル・地山の連続系を覆工および地山の2つの要素で構成するものとし、覆工部の熱伝導率、熱容量をそれぞれ $(k)_c$ 、 $(\rho c)_c$ 、地山部の熱伝導率、熱容量をそれぞれ $(k)_s$ 、 $(\rho c)_s$ とする。

本論文では、覆工の熱定数に次のような値を用いた。

覆工部 熱伝導率； $(k)_c = 1.0$ (Kcal/m·h·°C)
 熱容量 ； $(\rho c)_c = 400$ (Kcal/m³·°C)

観測点は図-1に示す点①～点⑤の5点である。点①はトンネル内空側から0.2m(覆工中央)の位置、点②はトンネル内空側から0.4m(覆工と地山の境界)の位置、点③は覆工と地山の境界から地山側に0.2mの位置、点④は境界から地山側に0.8mの位置、点⑤は境界から地山側に2.0mの位置である。

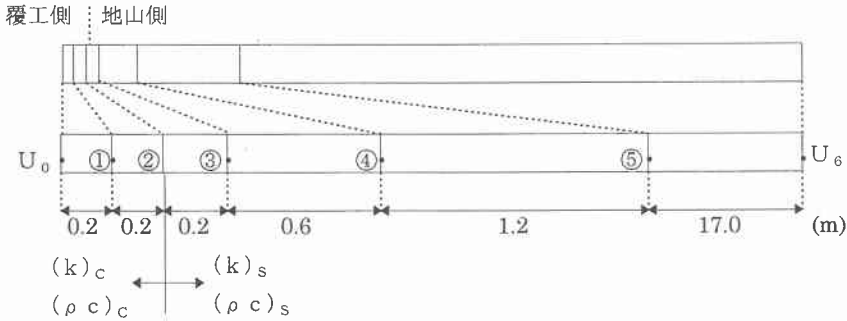


図-1 熱伝導解析モデル

解析の際に用いられる入力温度はトンネル内空側の温度 U_0 および地山側の温度 U_6 である。このうち地山側の温度 U_6 は、「地中のある深さに達すると地温変化が見られなくなる地温の不易層(恒温層)が存在し、地温はその土地の年平均気温 U_m に等しい一定値になる」ということが知られているので、 $U_6 = U_m$ とする。

一方、トンネル内空側の温度は時々刻々変化しており、時刻歴の波形 U_0 が観測されている。点①～点⑤における時刻歴温度を $U_1 \sim U_5$ とし、観測された波形(実観測データ) $U_0 \sim U_5$ を図-2に示す。尚、この観測データは一般国道37号豊浦町礼文華トンネル(覆工厚さ0.4m)の実データである。

4.2) 各観測データによる同定精度の比較

各観測データによる同定精度、同定値の比較を行う。

地山の熱定数を同定するにあたり、地山部の観測データ(③, ④, ⑤)を用いた地山の熱伝導率 $(k)_s$ の同定結果を

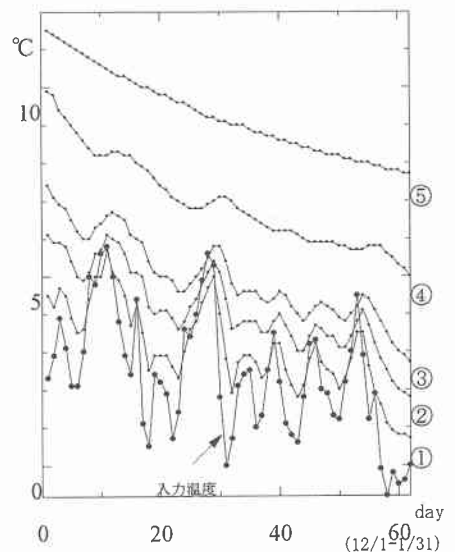


図-2 実観測データ

図-3に、地山の熱容量(ρc)_sの同定結果を図-4に示す。また全観測データ(①②③④⑤)を用いて同定した結果も図-3、図-4に併せて示す。次に覆工中央部と覆工地山境界の観測データ(①, ②)を用いた地山の熱伝導率(k)_sの同定結果を図-5に、地山の熱容量(ρc)_sの同定結果を図-6に示す。以後観測点①, ②のデータを覆工部データ、観測点③, ④, ⑤のデータを地山部データと呼ぶこととする。

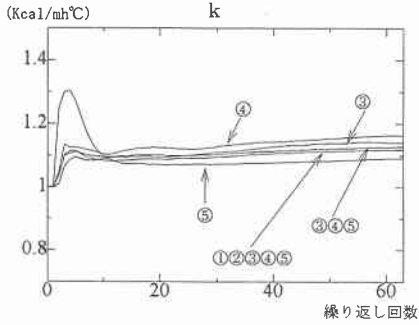


図-3 地山部データによる熱伝導率の同定

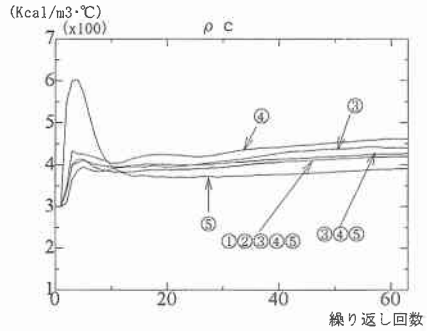


図-4 地山部データによる熱容量の同定

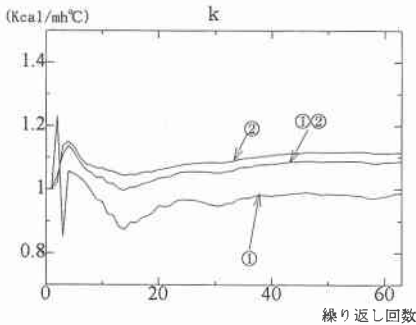


図-5 覆工部データによる熱伝導率の同定

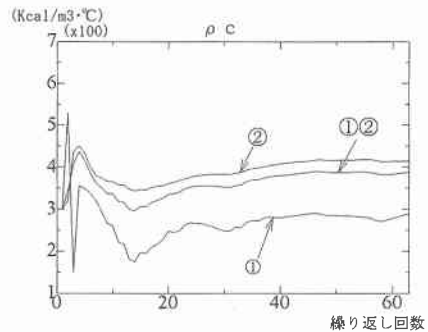


図-6 覆工部データによる熱容量の同定

以上、同定値を着目観測位置別に整理すると表-1のようになる。表-1を見ると、熱伝導率の同定値は1.0~1.2、熱容量の同定値は290~460という範囲にある。ただし①以外の単点での同定に限れば、熱伝導率の同定値は1.1~1.2、熱容量の同定値は390~460という範囲となる。

4.3) 同定値を用いた温度時間履歴

地山の熱定数同定に関して、効率的な観測位置を考察するため、同定値を用いて温度時間履歴を再現することとし、再現した温度時間履歴を図-7~図-11に示す。次に式

$$P = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (U_{ji} - \hat{U}_{ji})^2 \quad (4.1)$$

観測点\同定値	熱伝導率(k) _s	熱容量(ρc) _s
①②③④⑤	1.1	420
③④⑤	1.1	430
③	1.1	440
④	1.2	460
⑤	1.1	390
①	1.0	290
②	1.1	410
①②	1.1	390

表-1 着目観測点による同定値の比較

(4.1)のような評価関数を指標とし、同定値による順解析の結果より、地山の熱定数(熱伝導率・熱容量)の同定に関する効率的な観測位置を考察する。表-2は着目観測位置別の評価関数Pの値を整理したものである。

ここで i は時間的観測点、 m は日データ数、 j は空間的観測点、 n は観測地点数、 U は同定値を用いて計算された温度、 \hat{U} は観測温度(実観測データ)を表している。尚、本論文においては $m=62$ 、 $n=5$ となる。

そこで、表-2より熱定数(熱伝導率・熱容量)の同定に関する効率的な観測位置を考察する。

表-2を見ると、全観測データ(①②③④⑤)を用いて同定した場合が最も残差が小さくなっている(図-7)。次に残差が小さいのは、地山部における観測データ(③④⑤)の場合で

観測点\残差	P	mnP
①②③④⑤	0.025	7.81
③④⑤	0.025	7.90
③	0.027	8.38
④	0.032	10.03
⑤	0.033	10.12
①	0.166	51.32
②	0.026	8.12
①②	0.033	10.12

表-2 着目観測点による残差の比較

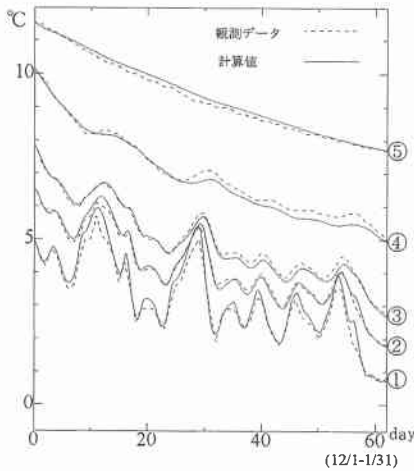


図-7 観測位置①②③④⑤を用いて同定された再現温度時間履歴

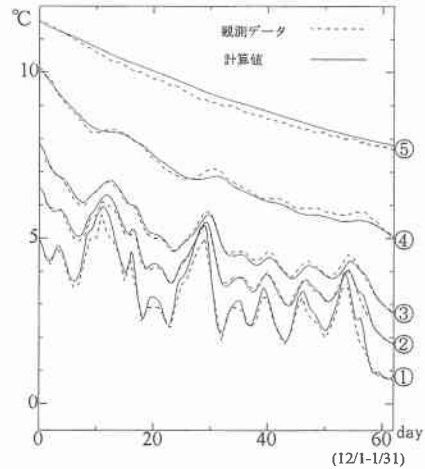


図-8 観測位置③を用いて同定された再現温度時間履歴

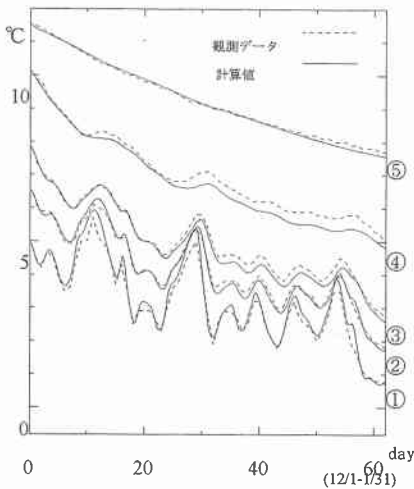


図-9 観測位置⑤を用いて同定された再現温度時間履歴

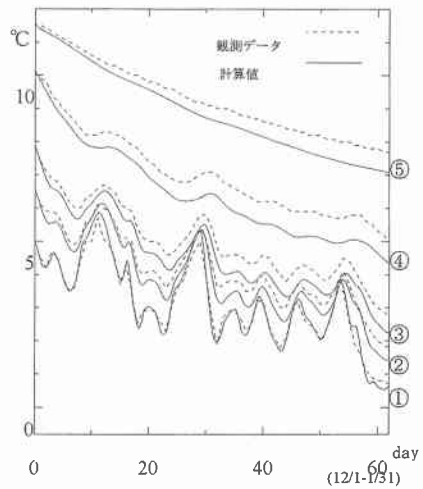


図-10 観測位置①を用いて同定された再現温度時間履歴

ある。

逆に最も残差が大きいのは覆工中央の観測データ①を用いて同定した場合となっている(図-10)。

この覆工中央データ①による残差は、他の4点(②~⑤)の単点同定(②, ③, ④, ⑤)のときに比べ、はるかに大きい。また同定精度も他に比べ安定していない(図-5, 図-6)。この結果から判断すると、覆工部の観測データを用いて地山の熱定数の同定を行うことは困難と思われる。覆工中央データ①以外の単点同定による同定値はいずれも精度の良い温度履歴が再現できているといえよう(図-8, 図-9, 図-11)。言い換えれば全観測データ(①②③④⑤)を用いなくても、適格な地点を測定地点とすれば、単点(一点)を測定しただけで地山の熱定数の同定は可能となる。覆工中央データ①以外の単点同定による残差を表-2と比較すると地山覆工境界②から③→④→⑤と地山方向に入ることによって、残差が大きくなっていることが分かる。技術的、経済的観点から観測点は、覆工面に近かつ少ない観測点による正確な同定が理想であるが、地山覆工境界②はそういう意味では、地山の熱定数の同定に関して効率的な観測位置と考えることができる。

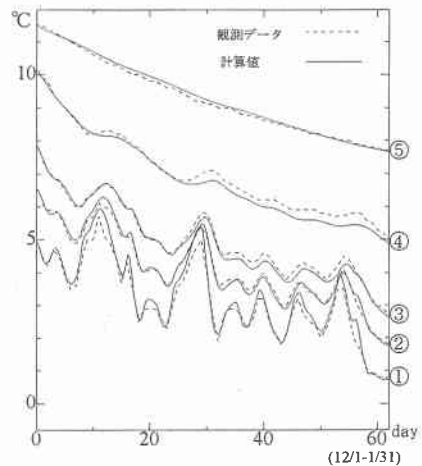


図-11 観測位置②を用いて同定された再現温度時間履歴

5. まとめ

今回、用いたデータのみから判断すれば、以下のようにまとめられる。

1. 覆工部のデータにおいて地山の熱定数を同定することは困難である。地山の熱定数を同定には、少なくとも1点は地山部の影響を反映する観測点が必要である。
2. 多くの正確な観測データがあれば、より正確な地山の熱定数が同定されるが、多くの観測点をとらなくても適切な1点をとれば地山の熱定数の同定は可能となり、断熱材設計の際、有効な資料となりえる。また特定点の温度予測も可能となり得る。
3. 技術的、経済的観点から地山熱定数の同定に用いる観測点は、少ない観測点でかつ覆工面の近くが理想であることから、地山覆工境界付近が効率的な観測位置であろうと思われる。

今後は、他のデータをも用いて、検討していきたい。

<参考文献>

- 1) 坂本稔・川北稔・五十嵐俊彦：道路トンネルの変状実態 —北海道の場合—
トンネルと地下, 第20巻第5号, pp.31~35, 1989.
- 2) 三上隆・林憲造・権田静也：寒冷地道路トンネルの断熱材設計のための実用的な温度算定式の提案
土木学会論文集, No.498/VI-24, pp.87~93, 1994.
- 3) 須藤敦史・星谷勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案
土木学会論文集, No.437/pp.203~211, 1991.
- 4) 須藤敦史・星谷勝：EK-WLI法によるパラメーター同定
土木学会北海道支部論文集, 第49号/pp.289~293, 1993.
- 5) 斉藤知秀・三上隆・須藤敦史：拡張カルマンフィルタを用いたトンネル地山の熱定数の予測
土木学会北海道支部論文集, 第51号/I-23 pp.110~115, 1995.