

I-66

軸方向衝撃荷重を受けるラップ接着円筒体の解析

北海道大学 工学部 学生員 李 海濱  
 北海道大学 工学部 正員 三上 隆  
 釧路工業高等専門学校 正員 芳村 仁

1. はじめに

円筒体はその優れた力学特性から工学の様々な分野で用いられているが、接着継手としての設計法が確立されれば、より軽量化が望まれる分野の主要構造要素としての使用、および構造物の修理修繕にも利用できるなど、その用途は接着剤のめざましい進歩とともに、飛躍的に拡大するものと考えられる。そのためには、用途の拡大に伴い、厳しい条件下での接着接合の応力・変形挙動を検討する必要がある。そこで、本論文では、図-1に示すラップ接着された円筒体に衝撃荷重が加わる場合の動的特性（自由振動問題と応答問題）の検討を試みる。

2. 定式化

動的問題において、考察している構造全体の運動方程式は減衰の影響を無視すれば次式で与えられる。

$$[M] \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \right\} + [K] \{U\} = \{F\} \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 $\{U\}$ は変位ベクトル、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{F\}$ は荷重ベクトルである。

運動方程式(1)の時間変数に関する積分には、精度上かなり有利になるNewmark-β法 ( $\alpha=0.25, \delta=0.5$ )の陰解法<sup>1)</sup>を採用する。

空間の離散化については、被着体Iと被着体IIには、一般的な8節点アイソパラメトリック要素<sup>2)</sup>を採用して離散化し、質量マトリックスには集中質量マトリックス<sup>3)</sup>を用いる。

薄い接着剤層の離散化にあたっては、既に著者ら<sup>4)</sup>が提案した、厚さ方向には分割をしないが、軸対称体のひずみ-変位関係式に合理的な近似を導入して、接着層の厚さを考慮した6節点軸対称接着要素(図-2)を採用する。この6節点接着要素の質量マトリックスは以下のように導かれる。

並進運動状態を考え、要素内の軸方向変位を $W$ 、半径方向変位を $U$ として、次の平均値を採用する。

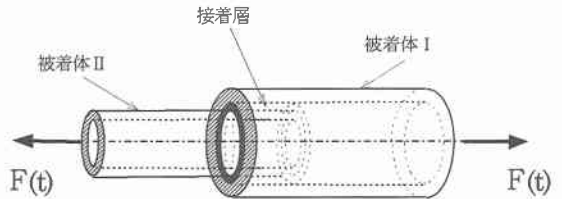


図-1 ラップ接着された円筒体

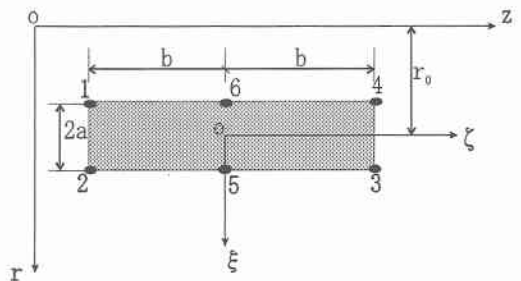


図-2 6節点接着要素

$$U = \frac{u_{164} + u_{253}}{2} \quad ; \quad W = \frac{w_{164} + w_{253}}{2} \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 $u_{164}$ 、 $u_{253}$ および $w_{164}$ 、 $w_{253}$ は接着要素の辺 (1,6,4) と辺 (2,5,3) に沿った半径方向の変位および軸方向の変位であり、以下のように表される。

$$\begin{aligned} u_{164}(\zeta) &= N_1 u_1 + N_2 u_4 + N_3 u_6 & ; & & u_{253}(\zeta) &= N_1 u_2 + N_2 u_3 + N_3 u_5 \\ w_{164}(\zeta) &= N_1 w_1 + N_2 w_4 + N_3 w_6 & ; & & w_{253}(\zeta) &= N_1 w_2 + N_2 w_3 + N_3 w_5 \end{aligned} \quad \text{----- (3)}$$

ここで、 $u_i(i=1\sim6)$ および $w_i(i=1\sim6)$ は各節点における $U$ と $W$ の変位を表し、形状関数  $N_1$ 、 $N_2$ および $N_3$ は次式で表される。

$$N_1(\zeta) = -\frac{1}{2}\zeta(1-\zeta) \quad ; \quad N_2(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta(1+\zeta) \quad ; \quad N_3(\zeta) = 1-\zeta^2 \quad \text{----- (4)}$$

式(3)と(4)を式(2)に代入すると、補間関数マトリックス $[N]$ によって、式(2)は以下となる。

$$\begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} [N] \{\delta\} \quad \text{----- (5)}$$

ここで、 $\{\delta\} = \{u_1 \ w_1 \ u_2 \ w_2 \ u_3 \ w_3 \ u_4 \ w_4 \ u_5 \ w_5 \ u_6 \ w_6\}^T$

従って、質量マトリックスは剛性マトリックスと同様な考えで誘導され、次式で表される。

$$[M] = 4\pi ab n_0 \rho_a \int_{-1}^{+1} [N(\zeta)]^T [N(\zeta)] d\zeta \quad \text{----- (6)}$$

ここで、 $\rho_a$ は接着要素の密度を表す。

接着要素の集中質量マトリックスは、式(6)を積分することにより得られる整合質量マトリックスの非対角成分を対角成分に加え合わせ、非対角成分を零とすることにより求められ、以下のようになる。

$$[M] = 8\pi ab n_0 \rho_a \left( \text{diag} \left[ \frac{1}{12} \ \frac{1}{12} \ \frac{1}{12} \ \frac{1}{12} \ \frac{1}{12} \ \frac{1}{12} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \right] \right) \quad \text{----- (7)}$$

### 3. 数値計算例

図-1のような被着体 I と被着体 II から成る単純重ね合わせ接着円筒体を解析するために、図-3のようにモデル化する。衝撃荷重は強度 $P$ のステップ状衝撃引張り負荷 $F(t)$ を内側の被着体 II の軸方向に加わるものとし、後の説明のために接着層の両端を図-3に示すように 'A' 端および 'B' 端と名付ける。図で、 $x$ は接着層部分の座標系、 $\eta$ は接着層の厚さ、 $l$ は接着層の長さ、 $r_0$ は接着層の中心半径、 $t_1$ 、 $t_2$ は被着体 I と被着体 II の厚さ、 $L$ は解析対象領域を表す。円筒体の相対厚さを $R=t_1/2r_0$ で表す。また外側の被着体 I の弾性係数、ポアソン比および単位体積重量をそれぞれ $E_1$ 、 $\nu_1$ 、 $\rho_1$ とし、被着体 II のそれらを $E_2$ 、 $\nu_2$ 、 $\rho_2$ とし、接着層のそれらを $E_a$ 、 $\nu_a$ 、 $\rho_a$ とする。この計算例には、両被着体は同様な材質の鉄とし、これをエポキシ材質の接着剤で接着接合したものを仮定する。構造の寸法などの解析諸元は以下の通りである。

$$l/t_1 = 10; \quad \eta/t_1 = 0.2;$$

$$L/l = 5; \quad t_2/t_1 = 1;$$

$$R = 0.025; \quad t_1 = 1.0\text{mm};$$

材質定数:

$$\text{鉄: } E_1 = E_2 = 206,000\text{MNm}^{-2};$$

$$\nu_1 = \nu_2 = 0.3;$$

$$\rho_1 = \rho_2 = 0.00786\text{MNsec}^2\text{m}^{-4};$$

$$\text{エポキシ: } E_a = 200\text{MNm}^{-2};$$

$$\nu_a = 0.3333;$$

$$\rho_a = 0.001\text{MNsec}^2\text{m}^{-4}.$$

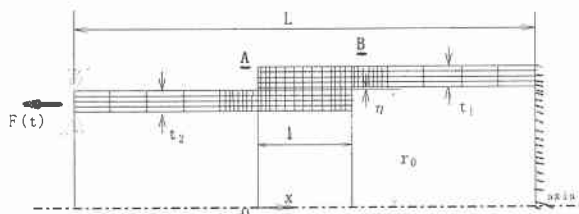


図-3 解析モデルと要素分割

本計算では、接着層端部付近を細かい要素分割を行い、接着層に対しては14要素、被着体に対しては192要素の合計206要素を用い、接着層の応力分布に対する境界条件の影響を考慮して、解析領域は $L/1=5$ を用いることにする（図-3はこの分割数と解析領域に対応する）。有限要素法を用いて衝撃問題を解析する場合、要素寸法と時間刻みの兼ね合いが問題になる。結果の精度を保証するためには、寸法の最小要素内を応力波が通過する時間（ $t=l_{\min}/c$ ； $c$ ：縦波の伝播速度）よりも、計算の時間刻みを小さくする必要がある。本計算では時間刻みを $0.22 \times 10^{-7}$ secにした。

なお、以下に示す結果のすべては、接着層内の応力のうち、垂直応力 $\sigma_r$ およびせん断応力 $\tau_{rz}$ を平均せん断応力 $\tau_m = P/(2\pi r_0 l)$ で無次元化して、それぞれ $N (= \sigma_r / \tau_m)$ 及び $T (= \tau_{rz} / \tau_m)$ で表示する。

### 3. 1 自由振動問題

図-4は両被着体に鉄の同種材料を用いた場合の1次から4次までの固有周期およびそれに対応する固有モード図を示す。モード図により、1次モードは伸びが支配的、2次モードからは曲げと伸びが連成した変形となり、曲げがほぼ支配的である。

### 3. 2 動的応答問題

図-5は接着層の両端‘A’端（衝撃荷重を受ける側）および‘B’端（固定端側）における垂直応力とせん断応力の時間に対する変化を示したものであり、両方とも、基本固有周期（ $T_1$ ）の1.4倍の時間帯について結果を示した。応答は、縦波が着目点（‘A’端、‘B’端）に到着と同時に生じており、ほぼ応力波の伝播現象を現れている。両図によれば両端の応力の応答曲線はほぼ類似なものであり、ピーク値を見ると両端のせん断応力は大体同じ、垂直応力は‘B’端より‘A’端の方が大きい。図-6は $t=0$ （静的な問題に相当する）、 $t=0.35T_1$ 、 $t=0.71T_1$ 、 $t=1.06T_1$ 、それぞれときの接着層の応力分布を示したものである。静的な結果と比較すると、ほぼ類似な応力分布の様子を示し、垂直応力は両端に最大値となり、せん断応力は接着層の全域にほぼ一定値となる。

### 4. まとめ

空間座標には有限要素法を、時間座標にはNewmark- $\beta$ 法を用いて、同種材料から成るラップ接着された円筒体に引張ステップ衝撃荷重が作用した場合の弾性応力解析を行った。今後は接着層の粘弾性的性質を考慮した衝撃応答解析を行う予定である。

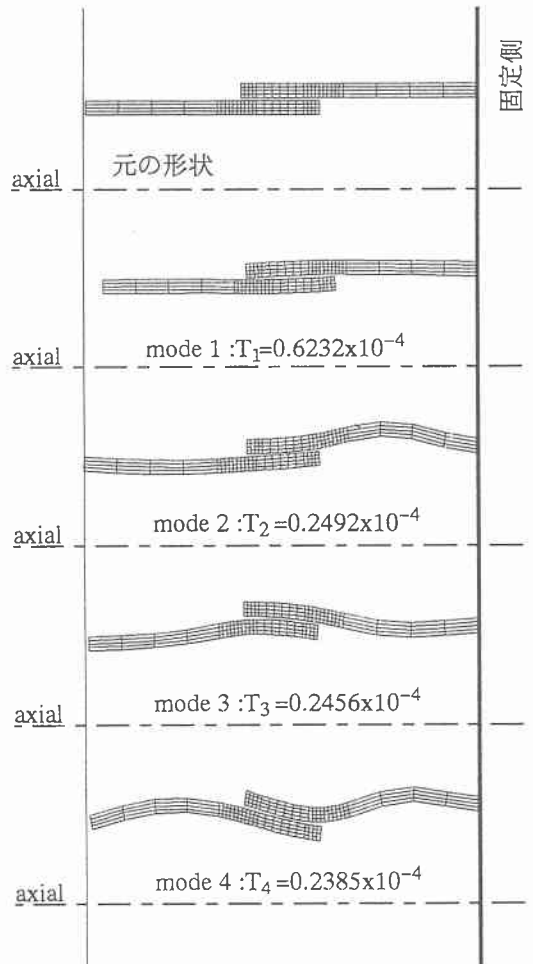


図-4 固有周期とモード

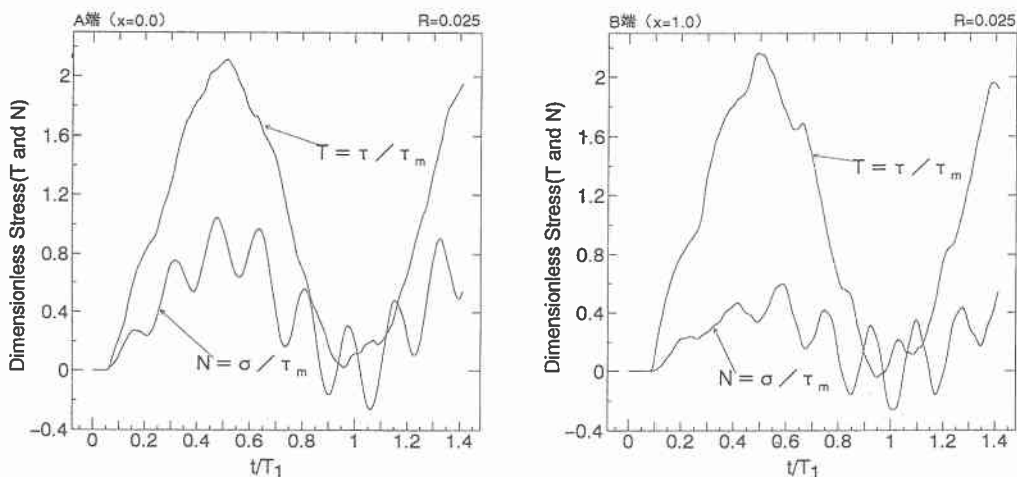


図-5 接着層端部の垂直応力とせん断応力の時間応答曲線

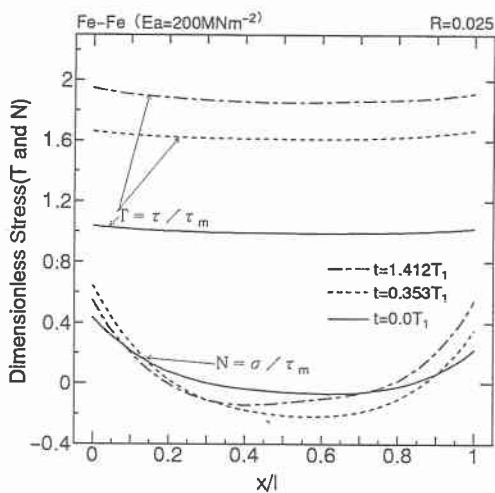


図-6 時間ごとの接着層の垂直応力とせん断応力分布

【参考文献】

- 1) EDWARD L. WILSON : NUMERICAL METHODS IN FINITE ELEMENT ANALYSIS, PRENTICE-HALL, pp. 308-361
- 2) 鷲津久一郎他共編, 有限要素法ハンドブック, 基礎編, 培風館, 1981.
- 3) O.C. Zienkiewicz : The Finite Element Method, McGRAW-HILL, pp. 533-540
- 4) 三上隆, 李海濱, 佐伯昇, 芳村仁: 有限要素法による接着円筒体の接着層の応力解析, 構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 73-78, 1993.