I－22

有義荷重法による構造設計の提案

北海学園大学工学部　正　員　当麻庄司
北海学園大学大学院　学生員　森戸和宏

1．はじめに

構造物を設計する作業は、一般に次のように大きく２つに分けることができる。

（1）構造物に作用する種々の荷重から設計に用いる荷重を決定する。

（2）構造解析によりその荷重に対する構造物内の応力（すなわち内力あるいは荷重効果）を求める。

このようにして、求められた応力（荷重効果）を抵抗強度と比較して安全性を評価するのであるが、応力と抵抗強度の比較は許容応力度設計法、限界状態設計法などの各設計法によって応力度や断面力のレベルで行われる場合もあるし、荷重のレベルでの場合もある。いずれにしても、荷重に対する構造物の応力(挙動)を求めるには構造解析が必要になる。その構造解析は昨今のコンピュータ技術の発達により大きく進歩し、非常に高度な解析も手軽に行えるようになってきた。そして、構造設計法の研究や議論はその構造解析に非常に偏っている傾向にある。コンピュータの発達により非常に詳細な構造解析ができるようになったのに比べ、設計荷重の決定に伴うあいまいさは従来のまま残されており、構造設計における大きなアンバランスとして問題になっている。

一般に構造技術者は上記の２段階の内後者の作業（構造解析）のみを行う場合が多い。設計荷重を決定することは高度な判断が要求され、設計基準の策定者に委ねられる。しかし、それぞれの構造物の設計荷重の決定には確固たる法則や基準が設けられている訳ではない。むしろ、現代のように構造解析法の発達した時代にあっても、漠然たる工学的判断による場合が多い。その一例として、道路橋における自動車荷重は時代とともに大きく増加しているにも拘わらず、設計荷重は昭和３１年に制定された設計荷重のままつい最近まで用いられてきたが、それが様々な問題を引き起こしてきた。そのような問題を解決するために、これまでは構造物の抵抗強度の評価基準を引き下げる、すなわち安全率を上げることにより調整を図ってきたが[1]、本来は一定の基準に従った設計荷重の取り方と抵抗強度の評価基準により安全性を判断すべきであろう。問題が生じる毎に安全率を調整していたのでは構造解析の意義が薄れるばかりである。

最近ではこのような問題を解決するために確率論を取り入れた設計法が実用化されてきている。限界状態設計法の大きな特徴は安全性を限界状態で評価することの外に、確率論的設計法であることがある。しかし、一方では許容応力度設計法のもつ簡便さが失われてきている。許容応力度設計法の簡便さを維持しながら確率的な設計法を見いだすことが必要であると思われる。許容応力度設計法における確定的な要素を改善するためには上の設計の２段階の内、(1)の設計荷重の決定方法を確率的な手法で確立できればよいことになる。というのは抵抗強度よりも荷重のばらつきの方がはるかに大きいからである。ここでは、確率過程である作用荷重を簡便に取り扱う方法として有義荷重法を提案し、それについて種々の検討を行うものとする。

2．設計荷重決定の一般的プロセス

構造物に作用する荷重の内、死荷重を除いてあらゆる荷重は確率過程であると考えられる。死荷重でさえも厳密には確率過程であるが、他の荷重に比べてその度合いは小さく工学的には確定的に扱って良いと思われる。いずれにしても、構造物に対して支配的となる荷重のほとんどは確率過程であり、そこから設計荷重を決定するためには一定の基準がなければならない。残念ながら、その一定の基準というものが今日まで確立されておらず、そのために構造設計における安全性の判定に混乱が生じている。双方共に確率量である荷

Proposal of Significant Load Method for Structural Design
by Shouji TOMA, Kazuhiro MORITO

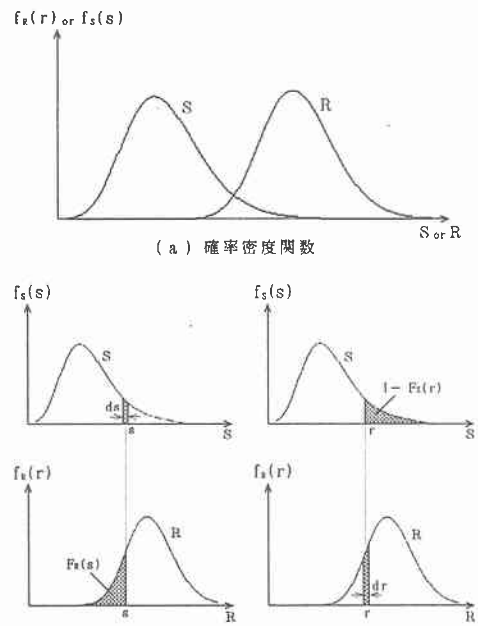
重と構造物の抵抗強度との間には一般的に図1に示すような関係がある。破壊確率はそれぞれの確率分布が既知であるとすれば、また互いに独立であるとすれば次式で厳密に計算される（図1(b)参照）。

$$P_f = \int_0^{\infty} f_S(s)\, F_R(s)\, ds = \int_0^{\infty} f_R(r)\,(1 - F_S(r))\, dr \qquad (1)$$

ここに、f_S＝荷重の確率密度関数、F_S＝荷重の累積密度関数、

f_R＝構造物の抵抗強度の確率密度関数、F_R＝構造物の抵抗強度の累積密度関数

しかし、上式は設計に直接用いることはできない。それはまず、荷重や抵抗の確率密度関数は厳密には求められないこと、そして仮に求められたとしても破壊確率を幾らにとるべきかが不明であること等のためである。構造物の破壊確率を小さくするためには、図1（a）における荷重Sと抵抗強度Rの確率分布ができるだけ離れるようにすればよい。その荷重の確率分布は通常構造物の役割の面から決まってくる。そして、その荷重に対して安全な構造物の抵抗強度を確保するように構造物の寸法を決定するのが構造設計の作業である。しかし、実際の設計ではいちいち破壊確率を求めて安全性を検討するわけにはいかないから、通常は代表的な荷重値を設定し、また一方では代表的な抵抗強度値を設定し、両者を比較することによって設計を行っている。すなわち、確率的な量の比較を確定的な量の代表値で比較している。その確定的な代表値のとり方が許容応力度設計法や限界状態設計法で異なってくるのである。



（a）確率密度関数

（b）破壊確率の算定

図1　荷重と抵抗の確率分布

ここで、荷重を代表する確定量はどのようにして決められるのかを考えてみると、荷重の確率分布が既知であるとして、その分布のどこに線を引いて代表値とすべきかということについては明確な基準がなく、工学的判断によらざるを得ない。それが抵抗強度のとり方、すなわち限界強度とする場合、あるいは通常の許容強度とする場合によって対象とする荷重もそれに連動して年最大荷重をとるかあるいは日最大荷重をとるかのように変わってくる。いずれにしても、確率分布からある代表値を決定しなければならないことに変わりはない。抵抗強度の場合は、幸いなことに降伏強度あるいは最大引張強度のような基準となる強度があるが、荷重の場合はそのようなものはない。自動車荷重の場合は法定荷重があるが、それが実際の交通の実態と合わず、返って構造設計の合理性を妨げている部分がある。本論文では、荷重の代表値を決定するための基準となる量として有義荷重を用いいることを提案し、荷重の変動による安全性の評価に統一性を持たせることを試みる。

3．構造設計における安全率のとり方

許容応力度設計の規範式はよく知られている次の式で表される。

$$\sigma < \sigma_a = \frac{\sigma_y}{\nu} \qquad (2)$$

ここに、σ＝作用応力度、σ_a＝許容応力度、ν＝安全率

この式における安全率のもつ意味を検討するために、図2に示すよう最も単純な引張力が作用する一部材からなる構造物を考えてみる。材料は鋼材とし荷重は確定量で常時作用しているとすれば、この時の安全率として通常歴史的に用いられているν＝1.7が適当であり、この基本となる安全率はこのような場合に対して判断されたものであると考えられる。すなわち、この安全率の中には荷重に対する不確定要素は含まれておらず、材料側の不確定要素のみに対するものである。引張力を受ける部材という最も単純なケースにおいて、平均応力度に対する材料側の不確定要素をカバーするための安全率が1.7であると考えるのが妥当である。もし荷重の側にもばらつきがあり、安全率を同じにして設計をするとすれば設計荷重をどのようにとれば良いのであろうか、という点がこれまで議論されずに残されてきた。

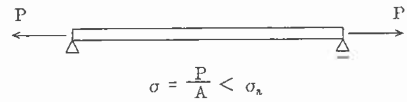


図2　引張部材の設計

4．短期荷重と長期荷重

仮に、非常に詳しい変動荷重の確率分布が分かったとすれば、それからどのように設計荷重を設定すればよいのであろうか。例えば荷重は1日サイクルで繰り返される場合、図3に示すように1日荷重の確率分布、日最大荷重の確率分布、年最大荷重の確率分布等様々な種類が考えられるが、先に述べた引張部材設計の安全率1.7は一体どのような荷重に対するものと考えるべきであろうか。先の引張部材の例では常時一定の荷重が作用していたが、このように荷重が変動する場合なかなか常時荷重に相当する荷重を決めることは難しい。そこに荷重設定のための何らかの基準が必要である。

現在の設計では長期荷重（主荷重）と短期荷重（従荷重）とに分け、そのそれぞれに安全率を使い分けている。図3の荷重分布の中、短期荷重に相当するのは構造物の寿命間に作用する最大値、すなわち年最大荷重分布を用いて推定すればよい。そしてそのような荷重に対しては安全率を1.0として設計すればよいであろう。一方長期荷重の場合、設計荷重の設定を明確に行うことはできないが、例えば橋梁のように基本的には1日サイクルで荷重が変動するような構造物では日最大荷重分布を対象にして設計荷重を決めるべきであろうと思われる。また1年サイクルで荷重が変動するダムのような構造物の場合、年最大荷重分布を対象として設計荷重の設定を行うべきであろう。

以上のように、長期荷重としての設計荷重は主荷重の変動サイクルにおける最大確率分布から決定するのが妥当である。それではその確率分布からどのように設計荷重を選定すべきであろうか。

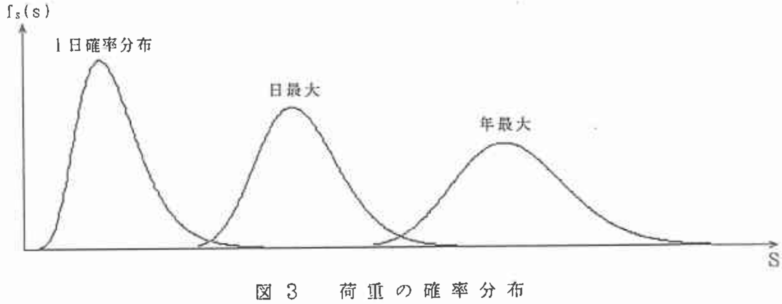


図3　荷重の確率分布

5．有義荷重の提案

確率分布が正規分布である場合、その分布形状は平均値（1次モーメント）と分散（2次モーメント）の2つで表すことができる。これらの2つのパラメータで設計理論を組み立てた荷重抵抗係数設計法（LRF

D）[2]では、荷重や抵抗強度が正規分布をなす場合厳密に破壊確率と対応している。しかし、これらの確率過程は一般的に左右対称型の正規分布ではなく、非対称の分布形状を呈す。非対称の分布形状を表すためには平均値（１次モーメント）と分散（２次モーメント）の二つのパラメータの外にスキュー係数（３次モーメント）を導入しなければならないので複雑化する。

ここに簡単化を図るために有義荷重という概念を導入する。古くから最も確率的な荷重を扱ってきた港湾構造物では、波の大きさを表すのに有義波高の概念を導入し、これを用いて許容応力度設計を行ってきた。有義波高とは、波高の確率分布から上位1/3の平均値と定義される。これと同様な考え方をとれば、有義荷重$S_{1/3}$は次式のように定義される（図４）。

$$S_{1/3} = 3 \int_{S_0}^{\infty} s\, f_s(s)\, ds \qquad (3)$$

ここに、S_0＝上位1/3の限界荷重値（すなわち、図４においてS_0より右側の面積は1/3であり$S_{1/3}$はその重心値を表す。）

このようにして定義された有義荷重を用いれば、この中に確率分布形状を表す先程の３つの要素は全て間接的に取り入れられたことになる。

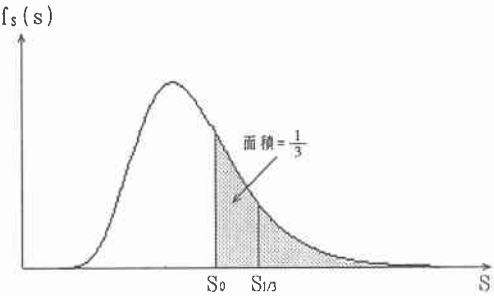


図４　有義荷重の定義

どのような荷重も一般的にはその確率分布を精密に知ることは極めて難しい。特に構造設計にとって重要な意味を持つ最大値近辺（右すそ部）の分布形状は微妙であり誤差が大きい。荷重の持つこのような性格上、厳密な確率統計論に基づく設計手法は大きな意味を持たない。むしろ、ここでわかりやすい簡略化を図ることが実用上要求される。有義荷重の概念は確率量の代表値としてよく確率分布の性状を１つのパラメータで表している。以下この有義荷重の確率的な性質について検討する。

６．有義荷重の確率的性質

６．１　有義荷重の超過確率

今仮に構造物の抵抗値を確定値とすれば、破壊確率は荷重の確率分布と直接結びつくことになる。すなわち、有義荷重を設計荷重に選んだ場合その超過確率が破壊確率となるので、各種の確率分布形に対してそれを求めてみると表－１のようになる。表－１によると、正規分布と第Ｉ種極値分布の場合は変動係数の如何にかかわらず超過確率はそれぞれ13.77％と12.59％で一定になる。その他の分布形の場合は少しばらつきがあるもののその超過確率は約11～14％となっており、その範囲はそれ程大きくはない。このことは有義荷重を設計荷重として用いることの妥当性を示している。このように有義荷重の超過確率が分布形に依存せずほぼ一定になる性質を利用して、構造物に作用する荷重の変化を把握することができる。例えば、道路橋の場合時代とともに交通荷重が増加しているが、それと同時に橋の安全性も低下していることになる。そのような安全性の低下の程度を有義荷重の変化を追跡することによって定量的に評価することができる。

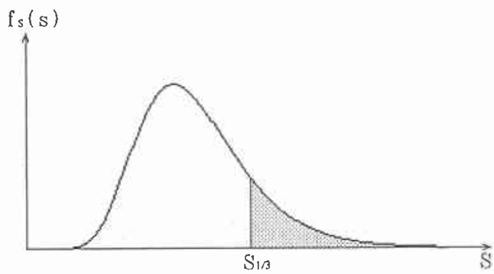


図５　有義荷重の超過確率

表－１　各分布形による有義荷重の超過確率

分布形＼変動係数	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
正規分布	13.77				
対数正規分布	13.46	13.14	12.83	12.52	12.22
第Ｉ種極値分布	12.59				
第Ⅱ種極値分布	12.10	11.64	11.23	10.87	10.58
第Ⅲ種極値分布	14.44	14.25	14.03	13.78	13.54

単位：％

6．2　有義荷重設計法による破壊確率（1）

次に構造物の抵抗値も確率過程とした場合を検討するが、その場合は有義荷重との間で破壊確率が求められる。ここで、抵抗値の確率モデルとしては降伏強度に対して次のようにとる[3)]。すなわち

対数正規分布：平均値（μ_R）／公称値（R_n）＝1.05、

変動係数　V_R＝0.11

これより、軟鋼SM400（R_n＝2400kgf/cm^2）に対して平均値μ_Rと標準偏差σ_Rを求めると、LN（2520,227.2）となる。ここで、許容応力度設計法をとるとすればその設計規範式は式（2）より

$$S_{1/3} < \mu_R / 1.7 = 1400\text{kgf/cm}^2 \qquad (4)$$

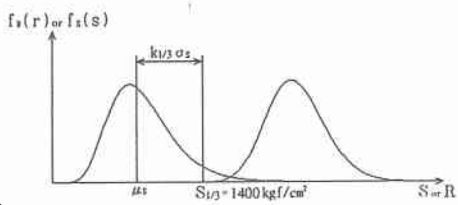


図6　有義荷重法による確率分布モデル（1）

表－2　各分布形に対する係数$k_{1/3}$

変動係数／分布形	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
正規分布	1.091				
対数正規分布	1.110	1.120	1.121	1.114	1.100
第Ⅰ種極値分布	1.114				
第Ⅱ種極値分布	1.089	1.054	1.011	0.962	0.910
第Ⅲ種極値分布	1.012	1.058	1.094	1.122	1.136

表－3　破壊確率算定のための荷重モデル（1）

変動係数／分布形	0.1		0.2		0.3		0.4		0.5	
	μ_S	σ_S	μ_S	σ_S	μ_S	σ_S	μ_S	σ_S	μ_S	σ_S
正規分布	1262.379	126.241	1149.424	229.886	1055.011	316.504	974.929	389.973	906.148	453.075
対数正規分布	1260.466	126.047	1144.725	228.946	1047.903	314.372	969.529	387.812	904.684	452.343
第Ⅰ種極値分布	1260.126	126.013	1145.662	229.133	1050.262	315.079	969.529	387.812	900.031	450.017
第Ⅱ種極値分布	1263.538	126.354	1157.025	231.405	1077.918	323.376	1018.330	407.332	975.610	487.805
第Ⅲ種極値分布	1272.727	127.273	1157.025	231.405	1055.011	316.504	966.850	386.741	893.142	446.571

荷重モデルとしては、上式より$S_{1/3}$＝1400kgf/cm^{2}となるように各分布形に対して平均値と標準偏差（μ_S、σ_S）をとる（図6）。そして、式（1）より破壊確率を求めることになる。

ここで、μ_S、σ_Sの値を求めるために、次の式の係数$k_{1/3}$を求めることにする。

$$S_{1/3} = \mu_S + k_{1/3}\sigma_S \qquad (5)$$

表－4　有義荷重法による破壊確率（1）

変動係数／分布形	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
正規分布	4.99×10^{-7}	1.81×10^{-5}	1.36×10^{-4}	4.50×10^{-4}	9.80×10^{-4}
対数正規分布	1.55×10^{-6}	1.97×10^{-4}	1.76×10^{-3}	5.31×10^{-3}	9.85×10^{-3}
第Ⅰ種極値分布	3.35×10^{-5}	7.22×10^{-4}	2.50×10^{-3}	4.87×10^{-3}	7.36×10^{-3}
第Ⅱ種極値分布	1.44×10^{-4}	2.47×10^{-3}	6.77×10^{-3}	1.09×10^{-2}	1.44×10^{-2}
第Ⅲ種極値分布	8.87×10^{-8}	2.73×10^{-6}	6.65×10^{-5}	6.10×10^{-4}	2.46×10^{-3}

各分布形に対して求めた$k_{1/3}$の値を表－2に示す。それによると第2種極値分布以外は$k_{1/3}$＝1.0～1.1とその幅は狭いことが分かる。

このようにして求めた各種の分布形に対して、変動係数を変化させた場合の平均値と標準偏差（μ_S、σ_S）の値を表－3に示す。

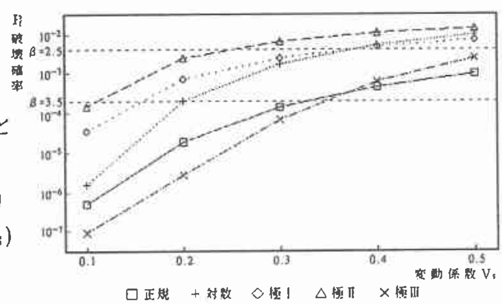


図７　有義荷重法による破壊確率

この有義荷重から求められた荷重確率分布と軟鋼の降伏強度である対数正規確率分布を用いて式（1）により破壊確率を求めると、表－4に示す結果となる。またこれをプロットすると図7に示すようになる。これらの結果から変動係数が変わると破壊確率はかなり変わることが分かる。これは変動係数が大きくなると荷重のばらつきが大きくなるということであるから、当然の結果であると言える。また、各分布形の間でもばらつきは大きい。なお、図7にはLRFDの設計で採用されている安全性指標β＝3.5及び2.5に相当する破壊確率の線を参考のため記した。

6．3　有義荷重設計法による破壊確率（2）

次に抵抗値の方も有義抵抗値、すなわち抵抗の確率分布の下から1/3の平均値$R_{1/3}$を用いて、$S_{1/3}=R_{1/3}$の破壊確率を求めることにする。ここでも抵抗の確率モデルには前節と同じＬＮ（2520,277.2）を用いることにする。このとき、式（5）と同様に$R_{1/3}=\mu_R-k'_{1/3}\sigma_R$として係数を求めると、$k'_{1/3}=1.059$（対数正規分布）となり、$R_{1/3}=2226.4\mathrm{kgf/cm^2}$となる。

ここで、変動係数$V_S=0.1$と0.5の荷重分布について検討する。荷重モデルは各種分布形に対して$S_{1/3}=R_{1/3}$とおくと（μ_S、σ_S）が得られ、その結果を表－5に示す。そしてそれらの確率分布に対して式（1）を用いて求めた破壊確率を表－6に示す。これを見ると破壊確率は荷重の分布形に依存せず、変動係数が$V_S=0.1$の時は$P_f=6.3\%$、$V_S=0.5$の時は$P_f=8.0\sim8.5\%$と非常に幅が狭いことが分かる。

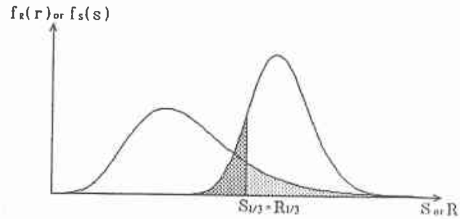


図８　有義荷重法における確率分布モデル（2）

表－5　破壊確率算定のための荷重モデル（2）

変動係数＼分布形		正規分布	対数正規分布	第Ｉ種極値分布	第II種極値分布	第III種極値分布
0.1	μ_S	2007.615	2004.543	2004.001	2009.427	2023.122
	σ_S	200.762	200.454	200.400	200.943	202.312
0.5	μ_S	1441.065	1438.737	1431.337	1551.530	1420.380
	σ_S	720.532	719.368	715.669	775.765	710.190

表－6　有義荷重法による破壊確率（2）

変動係数＼分布形	正規分布	対数正規分布	第Ｉ種極値分布	第II種極値分布	第III種極値分布
0.1	6.20	6.24	6.38	6.47	6.38
0.5	8.08	8.47	8.50	7.82	8.51

単位：％

この時の破壊確率はかなり大きい値となっているが、これは現実の破壊確率という意味ではなく実際にはこれよりも小さい。すなわち、有義荷重は例えば日最大荷重の確率分布としてのものであるから全ての荷重を考慮した破壊確率はこれよりもはるかに小さくなる。それではいくらの破壊確率が適当であるのかという問題が残されるが、それについては全ての新しい設計法の開発がそうであるようにこれまでの設計法（すなわち許容応力度設計法）とのキャリブレーションが必要である。しかし、少なくともこの有義荷重の概念は現状においても、同様な構造物間における荷重の違いによる安全性の相違を評価することに用いることができる。

7．　まとめ

以上検討してきたように、有義荷重の確率論的性質にはいろいろと優れた面がある。この性質を利用して設計荷重の設定を行うと、荷重と抵抗の間に一定の基準ができ安全率というものに統一性がでてくる。設計者にとっては荷重が不確定な場合に対して荷重の設定に悩むこともなくなる。

本論文では1/3有義荷重について検討を行ったが、これが1/5有義荷重あるいは1/10有義荷重の方が場合によっては適当かもしれない。この点については今後さらに検討を行っていく必要がある。

参考文献

1）当麻庄司、本多祐也：鋼道路橋の鋼重データベース、橋梁、Vol.29、No.8、1993年 8月。

2）アメリカ鋼構造協会（ＡＩＳＣ）：Load and Resistance Factor Design、1994。

3）星谷勝、石井清：構造物の信頼性設計法、鹿島出版会、1986。