

IV-28

都市機能の多様性を考慮した
動学的 n 都市人口モデル

釧路公立大学経済学部 正員 宮田 謙

1. はじめに

筆者は過去に2都市システムを対象とした動学的都市人口モデルの理論的研究を発表している¹⁾。この研究は、AllenとSanglierによって展開されたモデル²⁾を、2都市システムとして再定式化したものである。

ここでは後に詳しく述べるため、筆者の既存研究については触れないが、そこでの課題の一つとして、一般的な都市数を持ったシステムへの拡張があげられている。本研究はその課題に対する、ほぼ完全な解答を与えることを目的としている。

本研究ではまずモデルの構造を概説し、次にモデルの長期均衡解の存在と安定性について述べる。さらにモデルの最重要パラメータである都市機能の多様性を変化させた場合に、均衡都市人口分布がどのように変化するのかという比較静学分析の結果について述べる。ここでの結果は仮想的数値を用いた比較静学及び動学シミュレーションによって、より具体化されることとなる。最後に本研究の結論及び課題を述べる。

本研究のほとんどの結果は複雑な数学的計算により得られるものであるが、以下では証明等は頁数の制約から省略し、結果のみを記述している。本研究のより詳細な内容はMiyata³⁾にまとめられている。

2. 本研究のモデル

(1) 本研究の前提条件

①対象とする都市の数はnであり、都市群の周りには背後圏があるものとする。背後圏における経済活動はn都市群の活動により影響を受けず、また影響を与えない。各都市の人口転出入は背後圏を通してなされるものとする。

②第i番目の都市には、 m_i 種類の都市機能があるものとする。各都市機能は各々の都市サービスを提供するものとする。

③各都市で提供される都市サービスは、どの都市に居住する家計からでも消費可能とする。各都市サービスの価格は国レベルでの価格として固定化されているものとする。家計が自都市以外の都市のサービスを購入する時は、交通コストを負担しなければならない。

④家計の選好はCES型のランダム効用関数とし、確率分布はガンベル分布を仮定する。家計の所得は全て等しく、外生的に与えられているものとする。また各都市には労働に従事しない一定数の家計が存在している。

これらの前提条件に基づき、本研究のモデルは

以下のように記述される。

(2) 主体行動

家計は都市サービス価格、所得が与えられたもとで効用が最大となるような消費を選択する。

$$\max u(c_{ij}^1, \dots, c_{ij}^{m_j}) + \varepsilon \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{k=1}^{m_j} (p_k + \tau_{ij}) c_{ij}^k = Y \quad (2)$$

$$\text{ここで、} u(c_{ij}^1, \dots, c_{ij}^{m_j}) = \left(\sum_{k=1}^{m_j} (c_{ij}^k)^\rho \right)^{1/\rho},$$

$0 < \rho < 1$, ε : ガンベル分布の確率変数, m_j : 都市jにおける都市機能種類数, c_{ij}^r : 都市iの家計が消費する都市jの都市サービスr, p_k : 都市サービスkの価格 ($p_1 = 1 < \dots < p_n < \dots$ と仮定する), τ_{ij} : 都市i, j間の交通費用, Y: 外生的家計所得。

ちなみに、パラメータ ρ は家計効用における都市サービスの代替性を表すものである。 ρ が0に近づく時はサービスの代替性が小さくなり、 ρ が1に近づけば代替性は無限に大きくなるという性質を持つ。 ρ が0に近いほど都市サービスの多様性は家計効用に大きな影響力を与えることとなる。

さて上記の最適化問題を解けば、都市iの家計が消費する都市jのサービスrへの需要関数が求まる。

$$c_{ij}^r = (p_r + \tau_{ij})^{1/(\rho-1)} Y / \sum_{k=1}^{m_j} (p_k + \tau_{ij})^{\rho/(\rho-1)} \quad (3)$$

ただし都市内の交通費用はゼロとする。すなわち、 $\tau_{ii} = 0$ である。需要関数(3)より、都市iの家計が都市jのサービスを消費する時の間接効用関数の確定項は、以下ようになる。

$$v_{ij}(m_j, \tau_{ij}) \equiv v_{ij}(p_1, \dots, p_{m_j}, \tau_{ij}, Y) \\ = \left(\sum_{k=1}^{m_j} (p_k + \tau_{ij})^{\rho/(\rho-1)} \right)^{(1-\rho)/\rho} Y \quad (4)$$

従って、都市iから都市jへの消費を選択する確率は、以下ようになる。

$$r_{ij}(m_k, \tau_{ij}) = \frac{\exp(v_{ij}(m_j, \tau_{ij}))}{\sum_{k=1}^n \exp(v_{ik}(m_k, \tau_{ik}))} \quad (5)$$

さらに都市iにおける都市機能rに対する需要を賄うために必要とされる労働需要は、以下のよう求められる。

$$LD_{ir} = \sum_{k=1}^n r_{ki}(m_k, \tau_{ki}) c_{ki}^r x_k / \delta_r \quad (6)$$

ここで、 δ_r : 都市機能rにおける労働投入1単位による生産量, x_k : 都市kの人口数。

(2) 調整過程

AllenとSanglierが定式化したように、本研究では都市サービスと労働との需給バランスは、ある調整過程を経てなされるものと仮定する。この調

調整過程を以下のようなロジスティック型微分方程式で定式化する。

$$\dot{x}_i = x_i (N + \sum_{r=1}^{m_i} E_{i,r} - x_i) \quad (i=1, \dots, n) \quad (7)$$

$$\dot{E}_{i,r} = E_{i,r} (LD_{i,r} - E_{i,r}) \quad (r=1, \dots, m_i) \quad (8)$$

ここでドットは時間微分を表し、N:都市内の不労人口、 $E_{i,r}$:都市*i*における都市機能*r*の雇用可能数。

式(7)と(8)は労働需要 $LD_{i,r}$ に対応する都市機能*r*の雇用可能数の変化を表す。すなわち、都市サービス需要の変化に伴う労働需要の変化は、式(7)、(8)に従い徐々に調整されることを示している。

3. 長期均衡解の存在と安定性

ここでは式(7)、(8)で示される調整過程が最終的に終了する状態、すなわち長期均衡状態の存在条件と、その安定性について述べる。

長期均衡状態においては全ての都市と都市サービスについて $\dot{x}_i = \dot{E}_{i,r} = 0$ が成立しなくてはならない。

従って $\prod_{i=1}^n \prod_{r=1}^{m_i} x_i \cdot E_{i,r} \neq 0$ と仮定すれば、ゼロを含まない長期均衡解は以下の連立方程式を満たす必要がある。

$$N + \sum_{r=1}^{m_i} E_{i,r} - x_i = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (9)$$

$$LD_{i,r} - E_{i,r} = 0 \quad (i=1, \dots, n, r=1, \dots, m_i) \quad (10)$$

式(6)と(10)を式(9)に代入すれば、

$$x_i - \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^{m_i} \Gamma_{ki} c_{ki}^r x_k / \delta_r = N \quad (i=1, \dots, n) \quad (11)$$

ここで、 $A_{ij}^{m_j} \equiv \sum_{r=1}^{m_j} c_{ij}^r / \delta_r$ とおけば、式(11)は

$$x_i - \sum_{k=1}^n \Gamma_{ki} A_{ki}^{m_k} x_k = N \quad (i=1, \dots, n) \quad (12)$$

となる。従って、Solowの列和条件により、(12)の正値解条件を求めることができる。

$$0 < \sum_{j=1}^n \Gamma_{ij} A_{ij}^{m_j} < 1 \quad (\text{for all } i) \quad (13)$$

条件(13)に対して、さらに以下の十分条件を得る。

$$0 < A_{ij}^{m_j} < 1 \quad (i=1, \dots, n, \forall m_j) \quad (14)$$

$A_{ij}^{m_j}$ は都市*i*の人口1人当りの都市*j*への都市サービス需要に対応する労働需要を表したものであり、式(14)はそれが1人未満であることを示している。従って、選択確率を考慮すれば、各都市の人口1人当りの労働需要は1人未満となる。それ故、各都市において不労人口Nを抱えることができるわけである。もし不労人口がゼロであれば、式(12)は不定となる。従って仮定④が必要となるわけである。

さて、不等式(14)は以下のように書き直せる。

$$A_{ij}^{m_j} = \frac{(\sum_{r=1}^{m_j} (p_r + \tau_{ij})^{1/(\rho-1)} / \delta_r) Y}{\sum_{r=1}^{m_j} (p_r + \tau_{ij})^{\rho/(\rho-1)}} < 1 \quad (15)$$

もし $Y < p_1 \delta_1$ かつ $Y \leq p_r \delta_r$ が全ての $r \geq 2$ について成立すれば、以下の不等式を得る。

$$\begin{aligned} & (\sum_{r=1}^{m_j} (p_r + \tau_{ij})^{1/(\rho-1)} / \delta_r) Y \\ & < \sum_{r=1}^{m_j} (p_r + \tau_{ij})^{1/(\rho-1)} p_r \\ & < \sum_{r=1}^{m_j} (p_r + \tau_{ij})^{\rho/(\rho-1)} \end{aligned} \quad (16)$$

この不等式は不等式(15)が成立していることを示している。従って $Y < p_1 \delta_1$ 、 $Y \leq p_r \delta_r$ ($r=2, 3, \dots$) は不等式(14)の十分条件であることが分かる。従って $Y < p_1 \delta_1$ 、 $Y \leq p_r \delta_r$ であれば、方程式(12)は唯一の正値解を持つことが分かる。 $p_r \delta_r$ は長期均衡状態における賃金率を表している。すなわち $Y \leq p_r \delta_r$ は均衡賃金率が外生所得よりも大きいことを意味している。もし Y と $p_r \delta_r$ との差額が不労人口に分配されれば、長期均衡状態では各々の都市において生産所得と分配所得総額が一致する。

さて方程式(12)の厳密解は以下のように解かれる。

$$(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T = (I - A)^{-1} (N, N, \dots, N)^T \quad (17)$$

ここで x_i : 都市*i*の均衡人口、 I : n 次単位行列、

$$A = \begin{bmatrix} & \Gamma_{11} A_{11}^{m_1} & \Gamma_{21} A_{21}^{m_1} & \dots & \Gamma_{n1} A_{n1}^{m_1} \\ \vdots & & & & \\ & \Gamma_{1n} A_{1n}^{m_n} & \Gamma_{2n} A_{2n}^{m_n} & \dots & \Gamma_{nn} A_{nn}^{m_n} \end{bmatrix}$$

また $E_{i,r}$ についての均衡値は式(6)、(10)、(17)より以下のように求まる。

$$E_{i,r}^* = \sum_{k=1}^n \Gamma_{ki} c_{ki}^r x_k^* / \delta_r \quad (i=1, \dots, n, r=1, \dots, m_i) \quad (18)$$

さらにこれらの均衡値は大域的漸近安定であることも証明でき、 x_i 、 $E_{i,r}$ の初期値がいかなる値であっても、十分な時間を経過した後は、都市人口は式(17)で表される状態に漸近することとなる。

また正値解以外に x_i 、 $E_{i,r}$ の一部がゼロとなる均衡解も存在する。これらの均衡解は不安定であることが証明できる。不安定均衡解は都市の発展、衰退に大きな役割を果たす事には注意が必要である。なぜなら不安定均衡状態では、わずかなゆらぎが生じたとすれば、そのゆらぎは拡大し、新たな都市人口分布パターンを形成するからである。この点については、後に述べる動学的数値シミュレーションによって、再び確認される。

4. 都市機能の多様性と均衡人口分布

ここでは都市機能の多様性と均衡人口分布との関係について考察する。都市機能の多様性が増加すれば間接効用値も増加し、都市の人口吸引力はより大きくなる事は当然である。

しかし多都市システムでは、1つの都市の状態のみでは人口は決定されず、全ての都市の社会经济状態によって決定されることとなる。従って、各都市の多様性が変化した時の各都市の人口変化を調べる比較静学分析が必要とされる。

しかしながら、多都市システムにおいては都市

の多様性が変化した時の人口変化を直接的に求めることは著しく困難な事でもある。

そこで本研究では「漸近的方法」と呼ぶ手法を導入する。漸近的方法とはある都市の多様性が十分に大きくなる時に、各都市の均衡人口はどの様な値に収束するのかを調べるものである。この方法により、1つの都市の質的拡大が、他の都市にどのような影響を与えるのかを、かなりの程度把握することが可能となる。

漸近的方法では均衡人口の極限值を数学的に調べることに帰着するが、その計算はかなり複雑であるため、ここでは表1に結果のみを示す。

ρ と A_j^* の値により、均衡人口分布は3パターンに分類される。図2と図3は図1に示された都市立地分布に基づき、中心に位置している都市13の都市機能種類数が増加する時の、25都市の均衡人口の変化を示したものである。なお図2では $\rho=0.48$, $Y=10$, $N=10$, $p_r=r$, $\delta_1=Y/p_1+1$, $\delta_r=Y/p_r$ ($2 \leq r$), $\tau=1.5$ (単位距離の交通費用)という数値を用い、図3では $\rho=0.70$, $Y=10$, $N=10$, $p_r=r$, $\delta_1=Y/p_1+1$, $\delta_r=Y/p_r$ ($2 \leq r$), $\tau=1.0$ という数値を用いている。

表1 漸近的都市均衡人口

パターン	漸近的都市均衡人口
①	$x_j \rightarrow \infty$ (for all j) $x_j \rightarrow \infty$ $x_i \rightarrow N$ ($i \neq j$)
②	$x_j \rightarrow N/(1-A^*)$ (for all j) $x_j \rightarrow (1 + \sum_{i \neq j} A_{ij}^*)N/(1-A_{jj}^*)$ $x_i \rightarrow N$ ($i \neq j$)
③	$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1-r_{11}A_{11}^*, & \dots, & -r_{n1}A_{n1}^* \\ \vdots & & \vdots \\ -r_{j1}A_{j1}^*, & \dots, & 1-r_{jj}A_{jj}^*, & \dots, & -r_{nj}A_{nj}^* \\ \vdots & & \vdots \\ -r_{1n}A_{1n}^*, & \dots, & 1-r_{nn}A_{nn}^* \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} N \\ \vdots \\ N \\ \vdots \\ N \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1-r_{11}A_{11}^{*n}, & \dots, & -r_{n1}A_{n1}^{*n} \\ \vdots & & \vdots \\ -r_{j1}A_{j1}^{*n}, & \dots, & 1-r_{jj}A_{jj}^{*n}, & \dots, & -r_{nj}A_{nj}^{*n} \\ \vdots & & \vdots \\ -r_{1n}A_{1n}^{*n}, & \dots, & 1-r_{nn}A_{nn}^{*n} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} N \\ \vdots \\ N \\ \vdots \\ N \end{bmatrix}$

注：各パターンの上段は全ての都市で同時に都市機能種類数が増加した場合の漸近的都市均衡人口を示し、下段は都市jのみで都市機能種類数が増加した場合の漸近的都市均衡人口を示している。

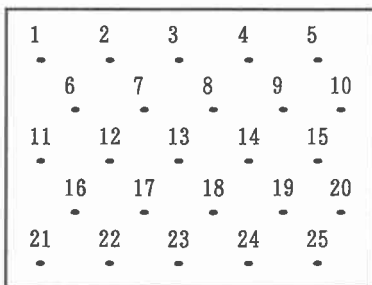


図1 都市の立地分布

用い、図3では $\rho=0.70$, $Y=10$, $N=10$, $p_r=r$, $\delta_1=Y/p_1+1$, $\delta_r=Y/p_r$ ($2 \leq r$), $\tau=1.0$ という数値を用いている。

(1) パターン1

このパターンでは $0 < \rho \leq 1/2$ が仮定されている。全ての都市の機能種類数が同時に増加する時、均衡都市人口は全て無限大に向かうことになる。またある1つの都市jのみの機能種類数が増加する時は、その都市の均衡人口は増加して行くものの、他の全ての都市の均衡人口は基礎的人口数 N (=不労人口数)に収束することとなる。

これは家計が都市サービスの多様性に極めて敏感に反応するため、多様性の大きな都市への選好が強まることで反映された結果である。

図2では都市13の均衡人口が増加し、その他の都市では減少して行く様子が示されている。また都市13から離れた都市1, 5, 10, 15, 20, 21, 25などでは、都市13の吸引力が弱まるために、人口減少の程度は穏やかになることが示されている。

(2) パターン2

このパターンでも $0 < \rho \leq 1/2$ が仮定されている。全ての都市の機能種類数が増加する時、均衡人口数は $N/(1-A^*)$ に収束する。また都市jのみで機能種類数が増加する時、都市jの均衡人口には上限があり、 $x_j^*(\infty, n) = (1 + \sum_{i \neq j} A_{ij}^*)N/(1-A_{jj}^*)$ となり、その他の都市では基礎的人口 N に収束するが示されている。

ここではこのパターンに対応する数値シミュレ

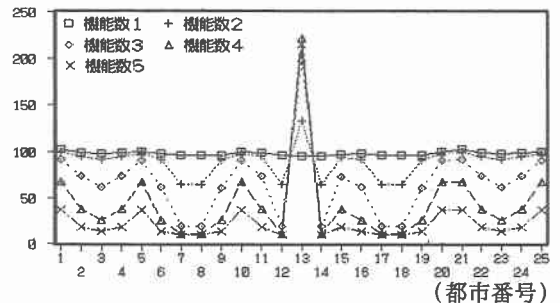


図2 都市13での都市機能種類増加に伴う都市均衡人口分布の変化(パターン1)

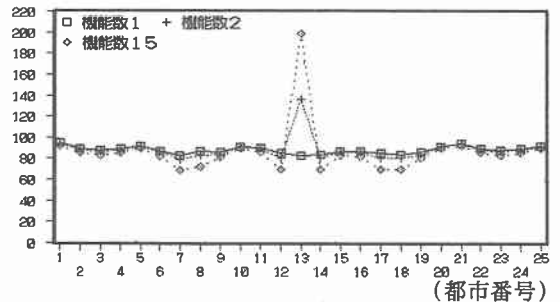


図3 都市13での都市機能種類増加に伴う都市均衡人口分布の変化(パターン3)

ーション結果を示していないが、図2とはほぼ同じものとなる。

(3) パターン3

このパターンでは $1/2 < \rho < 1$ が仮定され、それ故 $0 < A_{ij}^n < 1$, $0 < r_{ij}^n(m_k, \tau_{ij}) < 1$ が成立し、漸近的均衡都市人口は式(17)から直接的に求まる。その結果は表1に示す行列表示となる。

グラフ表示では図3のように、各都市の均衡人口には上限と下限が存在することになる。その理由は ρ が1に近い場合、家計は都市の多様性にあまり反応せず、都市間の需要構造に大きな変化が現れない事によるものである。

しかしパターン1、2と同様に、都市j以外の均衡人口が減少して行くという事は、共通の結果として挙げられる。

5. 消費地選択確率の変化と均衡人口分布

前節での結果は、ある都市の機能種類数が増加すれば、他の均衡都市人口は全て減少するというものであった。その理由としては、消費地選択確率がLogitタイプであり、選択確率が指数関数的オーダーで変化することによるものと考えられる。

そこで、ここでは選択確率の関数型をより一般的なものとし、漸近的均衡人口分布がどの様に変化するのかを検討する。ここで考察する選択確率は以下のものである。

$$r_{ij}(m_k, \tau_{ij}) = \frac{h(v_{ij}(m_j, \tau_{ij}))}{\sum_{k=1}^n h(v_{ik}(m_k, \tau_{ik}))} \quad (19)$$

ここで、 $h(\cdot)$: 正値増加関数。

例えば、正数 α と関数 $h(v_{ij}(m_k, \tau_{ij})) = v_{ij}(m_k, \tau_{ij})$ を考えれば、

$$h(v_{ij}(m_k, \tau_{ij})) = \left(\sum_{k=1}^n (p_k + \tau_{ij})^{p_k} \right)^{\rho} (1-\rho)^{\alpha} (1-\rho)^{-\rho} \rho Y \quad (20)$$

となる。この例からも分かるように、選択確率(19)は様々なオーダーでの変化を捉えることができる。式(19)の選択確率を用いることは、必ずしもランダム効用理論に従う事にはならないが、第4節までの数学的展開は全て有効である。

さて、この選択確率を用いた漸近的均衡人口分布は、表2に示すように6パターンとなることが計算できる。また図4、図5は8パターンの中で最も典型的な結果であるパターン4を示したものであり、仮想的数値として $\rho = 0.033/1.1$, $Y = 10$, $N = 10$, $p_r = r$, $\delta_1 = Y/p_1 + 0.1$, $\delta_r = Y/p_r$ ($2 \leq r$), $\tau = 0.1$ (単位距離当りの交通費用), $h(v_{ij}) = v_{ij}^{0.1\rho/(1-\rho)}$ を設定している。

以下では各パターンの特徴を順次述べるが、パターン4から8までは、全て $0 < \rho \leq 1/2$ が仮定されている。

(1) パターン4

このパターンでは選択確率がやや穏やかに変化するものとしている。全ての都市において、機能種類数が増加する時に、均衡人口も無限に増加し

て行くものとなる。またある都市jのみにおいて機能種類数が増加する時にも、その都市の均衡人口は無限に増加して行く。

しかしその他の都市の均衡人口は $\theta_{jh} A_{jh}^n h + N (> N, \theta_{jh} > 0, h \neq j)$ に収束する。ここで θ_{jh} は m_j が十分に大きくなる時の $r_{jh}(m_k, \tau_{jh}) \cdot x_j$ の極限値を表す。この漸近的均衡人口は基礎的人口 N よりも大きいことに注意が必要である。またこの値は以下の不等式を満たす可能性もあることも分かる。

$$(I-A)^{-1}(N, \dots, N)^T < (\theta_{j1} A_{j1}^n + N, \dots, \theta_{jj-1} A_{jj-1}^n + N, \infty, \theta_{jj+1} A_{jj+1}^n + N, \dots, \theta_{jn} A_{jn}^n + N)^T \quad (21)$$

すなわち、都市jの均衡人口が増加するだけでなく、都市jの拡大に伴う他都市への需要の増加が他都市の人口をも増加させるというものである。この理由は選択確率の変化が穏やかであるため、

表2 消費地選択確率を修正した場合の漸近的都市均衡人口

パターン	漸近的都市均衡人口
④	$x_j \rightarrow \infty$ (for all j) $x_i \rightarrow \infty$ $x_i \rightarrow \theta_{ji} A_{ji}^n + N$ ($i \neq j$), $\theta_{ji} \geq 0$
⑤	$x_j \rightarrow \infty$ (for all j) $x_j \rightarrow \infty$ $x_i \rightarrow N$ ($i \neq j$)
⑥	$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1-r_{11} A_{11}^n, \dots, -r_{n1} A_{n1}^n \\ \vdots \\ -r_{1n} A_{1n}^n, \dots, 1-r_{nn} A_{nn}^n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} N \\ \vdots \\ N \end{pmatrix}$ $x_j \rightarrow \infty$ $x_i \rightarrow \theta_{ji} A_{ji}^n + N$ ($i \neq j$), $\theta_{ji} \geq 0$
⑦	$x_j \rightarrow N/(1-A^*)$ (for all j) $x_j \rightarrow (1 + \sum_{j \neq i} A_{ij}^n) N / (1-A_{jj}^n)$ $x_i \rightarrow N$ ($i \neq j$)
⑧	$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1-r_{11} A_{11}^n, \dots, -r_{n1} A_{n1}^n \\ \vdots \\ -r_{1n} A_{1n}^n, \dots, 1-r_{nn} A_{nn}^n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} N \\ \vdots \\ N \end{pmatrix}$ $x_j \rightarrow (1 + \sum_{j \neq i} A_{ij}^n) N / (1-A_{jj}^n)$ $x_i \rightarrow N$ ($i \neq j$)
⑨	$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1-r_{11} A_{11}^n, \dots, -r_{n1} A_{n1}^n \\ \vdots \\ -r_{1j} A_{1j}^n, \dots, 1-r_{jj} A_{jj}^n, \dots, -r_{nj} A_{nj}^n \\ \vdots \\ -r_{1n} A_{1n}^n, \dots, 1-r_{nn} A_{nn}^n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} N \\ \vdots \\ N \\ \vdots \\ N \end{pmatrix}$

注：各パターンの上段は全ての都市で同時に都市機能種類数が増加した場合の漸近的都市均衡人口を示し、下段は都市jのみで都市機能種類数が増加した場合の漸近的都市均衡人口を示している。

都市jの多様性がかなり大きくなる場合でも、その他の都市に対して $r_{jh}(m_k, \tau_{jh}) \cdot x_j$ で表される正の需要が確保されるためである。それ故に他都市でも1都市の拡大に伴う波及効果を楽しむことができる。この結果は第4節での結果とは全く逆のものであり、極めて興味深い。

(2) パターン5

このパターンは前節のパターン1と同じであり、その図形的表示は図2と同じとなる。またこのパターンはパターン4において $\theta_{jh}(h \neq j)$ をゼロとしたものに対応している。

(3) パターン6

全ての都市で機能種類数が同時に増加する時、各都市の均衡人口は表2に示す行列表示となる。

また都市jのみで機能種類数が増加する時、都市jの均衡人口は無限大に向い、その他の都市では $\theta_{jh}A_{jh}r + N (> N, \theta_{jh} > 0, h \neq j)$ に収束する。この人口分布はパターン4に類似しており、その理由もパターン4とほぼ同じである。当然の事ながら、図形的表示は図4に対応したものである。

(4) パターン7

全ての都市で同時に機能種類数が増加する時、各都市の均衡人口は $x_j = N / (1 - A^*)$ (for all j)に収束する。また1つの都市jのみで機能種類数が増加する時、都市jの均衡人口は $(1 + \sum_{i \neq j} A_{ij}) N / (1 - A_{ij}^*)$ に収束し、その他の都市では基礎的人口Nに収束する。この結果はパターン2と全く同じであり、図2のような均衡人口分布となる。

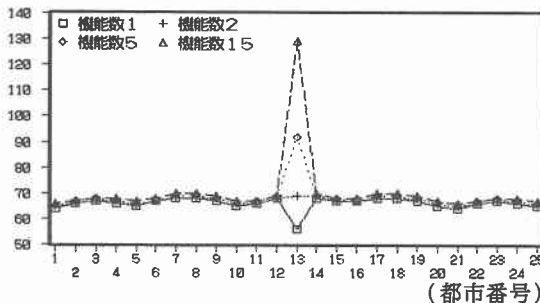


図4 都市13での都市機能種類増加に伴う都市均衡人口分布の変化 (パターン4)

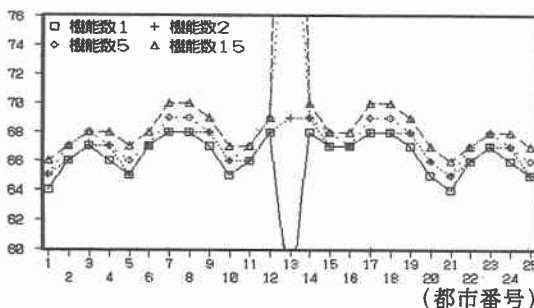


図5 図4のスケール拡大

(5) パターン8

このパターンでは全ての都市において、同時に機能種類数が増加する時、各都市の均衡人口は表2に示す行列表示となる。

また都市jのみで機能種類数が増加する時には、都市jの均衡人口は $(1 + \sum_{i \neq j} A_{ij}) N / (1 - A_{ij}^*)$ に収束し、

その他の都市では基礎的人口Nに近づく。このパターンもパターン2と類似している。

(6) パターン9

このパターンでは ρ を $1/2 < \rho < 1$ を仮定している。従って間接効用値は有限の値に留まる。これより漸近的均衡人口は表2に示す行列形式で表される。

このパターンはパターン3と同じものであることから、ここでは説明を省略する。

6. 動学シミュレーション

ここでは以上に述べた理論的考察をより深めるために、仮想的数値を用いた動学シミュレーションを行うこととする。以下では2ケースを行い、ケース1はパターン1に対応し、ケース2はパターン4に対応するものである。

ここでの動学シミュレーションでは、各都市の人口が増加する時、ある閾値を越えた場合には、新たな都市機能がその都市に現れるという仮定を置く。この仮定により、都市における質的な発展をも捉えることが可能となる。

(1) ケース1

このケースでは外生的パラメータを以下のよう

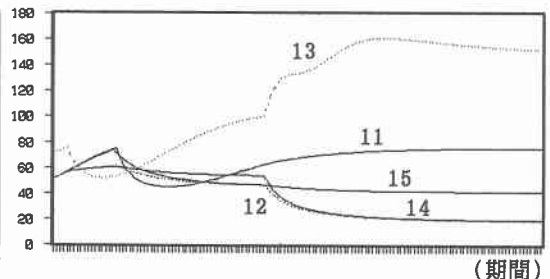


図6 都市11から都市15までの都市人口動学的シミュレーション結果 (ケース1)

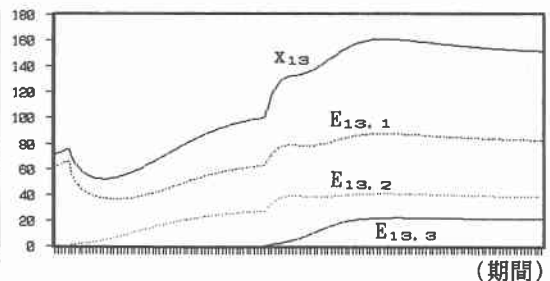


図7 都市13における新たな都市機能獲得の様子 (ケース1)

に設定している。 $x_{13}(0)=45$, $x_i(0)=40$ ($i \neq 13$), $E_{13,1}(0)=35$, $E_{i,1}(0)=30$ ($i \neq 13$), $\rho=0.48$, $N=10$, $Y=10$, $p_r=r$, $\delta_1=y/p_1+1$, $\delta_r=p_r$ ($2 \leq r$), $\tau=1.5$ 。

また新たな都市機能が出現する人口閾値を、第2機能について75、第3機能について100、第4機能について150、第5機能について170としている。

都市数は25とし、都市の立地分布は図1に示すものとする。

図6は都市13を中心とした5都市のシミュレーション結果を示したものである。都市13の初期人口は他の都市よりも大きく設定されているため、都市13の人口は全都市の中でも最も早く閾値に達し、図7に示すように第2機能を獲得している。

新たな都市機能の獲得は均衡状態の安定性を破り、新たな均衡状態に向かって都市は発展して行くこととなる。そのプロセスにおいて、都市13ではさらに新たな都市機能を獲得し、次の新たな均衡状態へと発展を続けている。

都市2, 4, 7, 8, 12, 14, 17, 18, 22, 24では理論が示すように、基礎的人口 $N=10$ に減少して行く様子が確認された。しかし都市1, 3, 5, 10, 11, 20, 21, 23, 25などでは逆に人口が増加し、第2機能を獲得する都市さえ見られた。

その理由としては、これらの都市は都市13からは比較的遠隔にあり、都市13の成長に伴う人口吸引力がやや弱まるために、自律的な成長が可能になったものと解釈される。

(2) ケース2

このケースでは第5節で述べた消費地選択確率を用いている。その関数型は以下のようである。

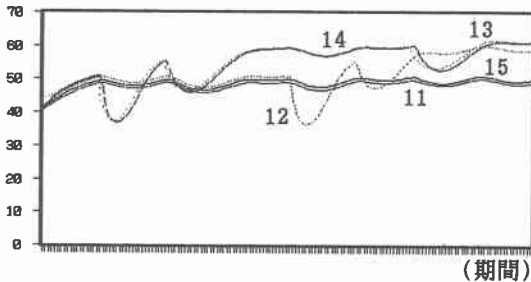


図8 都市11から都市15までの都市人口動学的シミュレーション結果(ケース2)

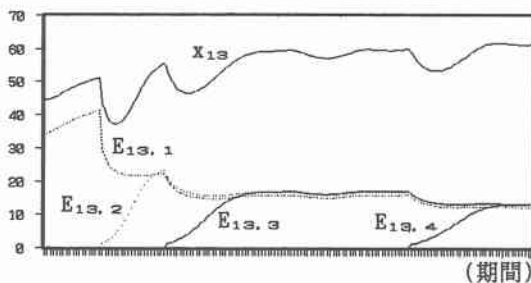


図9 都市13における新たな都市機能獲得の様子(ケース2)

$$h(v(m))=v(m)^{w \cdot p_r \cdot (1-p)} \quad (22)$$

また外生パラメータは以下のとおりである。

$x_{13}(0)=45$, $x_i(0)=40$ ($i \neq 13$), $E_{13,1}(0)=35$, $E_{i,1}(0)=30$ ($i \neq 13$), $\rho=0.03/1.03$, $w=0.1$, $N=10$, $Y=10$, $p_r=r$, $\delta_1=Y/p_1+0.1$, $\delta_r=p_r$ ($2 \leq r$), $\tau=0.1$ 。

新たな都市機能獲得の人口閾値は、第2機能について51、第3機能について55、第4機能について57、第5機能について60としている。

図8は都市13を中心とした5都市の発展の様子を示したものである。

このケースでも都市13の人口初期値は、他都市よりも大きいため、都市13は他の都市よりも早い時点で第2都市機能を獲得し、新たな都市発展が起こっている。都市13での人口増加は、他の全ての都市に対してプラスの影響を与え、他の都市の成長を促進すると共に、幾つかの都市では新たな都市機能の獲得が実現されている。例えば都市12などでは、第2、第3の都市機能が生まれ、さらなる発展が実現されている事が確認された。

このケースは1つの都市の発展が、他の都市にもプラスの影響を与え、共存共栄の発展状態がありうることを示唆している。

7. おわりに

本研究は筆者が過去に行った、AllenとSanglierの研究に基づく2都市動学モデルを、一般的なn都市モデルに拡張したものである。本研究の特徴は、従来では数値シミュレーションのみでしか明らかにされなかったモデルの挙動を、ほぼ完全に理論的に解明したことにある。

特に家計の選好あるいは都市サービスの代替性、また消費地選択確率が都市人口に大きな影響を与えることが示唆された。

本研究の成果は自明なものをほとんど含まず、実証研究を行う際にも、重要な指針を与えるものと考えられる。

今後の研究方向としては、所得や価格を内生化するとともに、人口閾値についても内生化できるよう拡張することが挙げられる。

参考文献

- 1)宮田 謙：都市機能の多様性を考慮した都市人口分布の不均衡動学モデル，土木計画学研究・論文集 No.10, pp.159~166, 1992
- 2)Allen, P.M. and Sanglier, M.:A Dynamic Model of Growth in a Central Place System, Geographical Analysis Vol.11, pp.256~272, 1979
- 3)Miyata, Y.:A Dynamic Multi-Urban Population Model Incorporating a Variety of Urban Functions, Discussion Paper, 1994