

II-64

砕波時の内部流速に関する考察

細川 裕希 北海道大学工学部  
 渡部 靖憲 学生員 北海道大学大学院  
 佐伯 浩 正員 北海道大学工学部

1. はじめに

砕波帯近傍の流れ特性については、その重要性により多くの研究がなされて来た。砕波時の内部流速の経時変化測定はLDV等により可能ではあるが、砕波はその空間変化もまた非常に重要である。また戻り流れなどの影響により厳密にはそれぞれの波が同一の砕波状態を示さないため、その内部機構を調べるためには時間的空間的な流速場をとらえる必要がある。

本研究は、砕波時の内部流速場を明らかにするために、高速ビデオカメラを用いて画像処理を行った。今回は、動画像の画素濃度の時空間相関をとることにより流速を評価し、数値波動水槽による流速場との比較によりその妥当性を議論していく。また、非線形波の波形から内部流速を評価する手法を提案しその適用性について調べていく。

2. 実験装置

図1に実験水槽の概略を示す。水路始端に還流パイプ設置のための傾斜板(1/10)を設置し、5mの水平部の後、1/60の斜面を有する地形を設定した。水路底面はモルタル製であり、還流パイプとして塩化ビニルパイプを用い、直径20cmを2本と直径7.5cmを1本の計3本(総断面積358cm<sup>2</sup>)を設置した。

また、容量式波高計を水平部に2台、砕波点より沖側により等間隔に5台及び斜面終端と消波工の中間に1台を設置した。また、PIVによる流速測定の実験は、高速ビデオカメラにより砕波直前の空間波形及び水槽内に投入された中立粒子(塩化ビニル製 φ3mm)を撮影することで行われた。

3. PIVによる流速測定

近年、LDVなどによりより精度良く砕波帯近傍の流速の測定が可能となった。しかし、この問題を取り扱ううえで流速等の時間変化と同様に、その空間分布も非常に重要である。そこで、最近ビデオ画像による流速測定が行われて来ている(西村ら(1988)、長尾ら(1996))。現在、同画像処理の統一的な流速評価手法が確立されてはならず、波動場解析には大きく分けて2つの手法が提案されている。1つは、ある中立粒子を数フレーム単位で追跡するトレーサ追跡法であり、1つは連続する2つのフレームの画素濃度に対する空間相関係数を算定し、流速を評価する相関法である。

しかし、前者は中立粒子を認識し間違えるミスマッチの問題があり、後者は波動のような非定常運動を扱う場合、相関係数の値が極端に小さくなる可能性もある。

本研究では、あらかじめ全ての画素での濃度の時系列を求め、最大時空間相関係数とその遅れ時間によって流速を評価し、波動場に適用した。

時刻 $t_0$ における画素の位置  $x = (x, y)$  における濃度を  $f(x, t)$  とする。ある2点の画素について時空間相関係数は

$$C(x_0 + \Delta x, \Delta t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, t_0) f(x_0 + \Delta x, t_0 + \Delta t) dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x_0, t_0) dt \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x_0 + \Delta x, t_0) dt}} \quad \dots(1)$$

Investigation of fluid velocity in the breaking wave  
 by Hiroki HOSOKAWA, Yasunori WATANABE, Hitoshi SAEKI

すべての画素について(1)が最大となる画素を見つけることで速度は次のように表せる。

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \dots (2)$$

画像データの離散的性質による誤差を押さえるため近隣9画素の値を用いて流速評価を行う。また、直接ビデオから入力した画像は、グレイスケールに変換し平滑化フィルターをかけた後解析を行う。図2に画像処理の結果を示す。(a)は最大相関係数、(b)は平均流速、(c)は鉛直流速を示す。この図は白黒なので見にくいですが、大まかな流速分布は取ることができた。特に碎波によるジェットの部分では高い相関係数を得ることができ、精度良く流速を得ることができた。しかし、背後の壁面のノイズ及び中立粒子の検出できなかった領域をカバーし連続的なデータにしなければ、今後応用が困難であるため、更に高度処理が必要であろう。

#### 4. 数値波動水槽による検証

グリーンの公式を用いた数値波動水槽によりこの流速分布を検証していく。

グリーンの公式は一般的に

$$\beta(x, t) \phi(x, t) = \int_{s_0} \left\{ \phi(x_0) \frac{\partial G(x, x_0)}{\partial n} - \frac{\partial \phi(x_0)}{\partial n} G(x, x_0) \right\} ds \dots (1)$$

ここで $\beta(x, t)$ は $x$ における内角でありラプラスの式の2次元主要解 $G(x, x_0) = \log r$ を用いる。自由水面の非線形境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \frac{Dx}{Dt} &= \nabla \phi \\ \frac{D\phi}{Dt} &= -gz + \frac{1}{2} (\nabla \phi \cdot \nabla \phi) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

造波機での境界条件は

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = U \cdot n = -U(t) \dots (3)$$

底面及び水路終端の境界条件は

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \dots (4)$$

自由水面については節点を(2)の関係に従って移動させていく。またこの時、接線方向の $\phi$ の微分についてはGrilliら(1989)と同様にスプライン関数を用いて評価した。実質微分についてはRunge-kutta法を適用し、積分は2次の台形則に従い計算した。

図3は、水平床水路上を想定し数値波動水槽で計算した水面形と、同一条件下での造波理論による結果を比較したものである。両者はほぼ一致しており、数値計算の妥当性を証明している。図4に今回の実験水路とはほぼ同じ条件で計算した結果の一例を示す。非線形な浅水変形の様子を良く再現していると言える。図5に碎波前の内部流速ベクトルを示す。ほぼ同一位相のPIVによる流速分布図(図5)と比較すると、欠足データ領域を無視すれば、妥当な結果が得られたと言える。

本研究で用いた数値解法では波の分裂等は再現できるが、over turningのように曲率の小さい状態では途中で計算不安定が見られ、(1)式の右辺の積分についてさらに精度を高める余地がある。

#### 5. 非線形波の内部流速算定法について

非線形波の内部流速がより簡単に求めることができれば波動場の数値計算の境界条件または初期条件として扱いやすい。波形が入力として得られた時、水面の境界条件を満足するように水平・鉛直流速を選んでやれば、内部流速を評価できる。こうした流速場の計算法としてはDeanの方法があるが、ラグランジュ未定乗数を含む若干複雑である。我々は、実験の解析で良く用いるFFTを使って内部流速を

算定してみた。

Deanの方法と同様に波速で進行する座標系を考える。この時、空間的定常性または周期性を仮定している。流れ関数 $\psi$ は次のようにおくことができる。

$$\psi = cy + \sum f_n \sinh nk(h+y) e^{i n k x} \dots (1)$$

$c$ ; 波速,  $f_n$ ; フーリエ係数,  $k$ ; 波数

また、力学的境界条件は

$$\frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 \right\} + g(h+\eta) = Q \quad \text{on } y = \eta \dots (2)$$

一方、自由水面が流線以示され、運動学的境界条件を厳密に満足している。

(1)より $y = \eta$ 上では

$$\eta = \psi - \frac{1}{c} \sum f_n \sinh nk(h+\eta) e^{i n k x} \dots (3)$$

$\eta$ はFourie級数に展開して

$$\eta = \sum A_n e^{i n k x} \dots (4)$$

(1), (2)より

$$\sinh nk(h+\eta) = -\frac{A_n}{f_n} c, \quad \cosh nk(h+\eta) = \left( 1 + \frac{c^2 A_n^2}{f_n^2} \right)^{1/2} \dots (5)$$

この変換により $y = \eta$ 上について、 $\psi$ 及びその微分は $x$ のみの関数となる。

(2)を $x$ 方向に微分すると

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \dots (6)$$

(5)を代入して

$$-i c^2 \sum nk A_n e^{i n k x} \sum n^2 k^2 A_n e^{i k n x} + (c + \sum nk (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2}) \sum n^2 k^2 (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2} e^{i k n x} + g i \sum nk A_n e^{i k n x} = 0 \dots (7)$$

結局次式の様になる

$$cn^2 k^2 (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2} = c^2 \Omega [nk A_n, n^2 k^2 A_n] - \Omega [nk (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2}, n^2 k^2 (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2}] \\ 11A \quad -gnk A_n \dots (8)$$

ここで $\Omega [a, b]$ ; convolution sum (今回は逆変換後、再度Fourie変換した値を用いた)

(8)中で $f_n$ を解くために繰り返し計算が必要である。(8)の右辺は第三項が主要と考えられ、(9)の $f_n$ を求め逐次右辺に代入して収束させていく。

$$f_n = \left\{ \left( \frac{c^2 N_1 - N_2 - gnk A_n}{cn^2 k^2} \right) - c^2 A_n^2 \right\}^{1/2} \dots (9)$$

ここで  $N_1$ ;  $\Omega [nk A_n, n^2 k^2 A_n]$ ,  $N_2$ ;  $\Omega [nk (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2}, n^2 k^2 (f_n^2 + c^2 A_n^2)^{1/2}]$

最終的に任意高さにおける水平流速 $u$ 、鉛直流速 $v$ は

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum nk f_n \cosh nk(h+y) e^{i n k x} \\ v &= \sum nk f_n \sinh nk(h+y) e^{i n k x} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

で表される。

図6及び図7に本手法をStokes波の2次近似波形に適用し、その流速の理論解と比較したものを示す。一般に水深波高比及び波形勾配が小さいときほぼ一致する。しかし、波高が大きくなると理論解との差は大きくなる。stokes波は水位変位 $\eta$ に対して水面まわりにTaylor展開し、自由水面の境界条件を評価しており、厳密に自由水面の境界条件を満足していない。このため波高が大きくなるとその分、境界条件を満足するために流速が異なる分布を示している可能性がある。本手法を確かめるために、今後実験により検証していく必要がある。実験への適用については、一次近似として時間波形を分散関係により空間波形に置き換えて評価することで可能である。

## 6. 結論

砕波前の流速について、PIV、数値波動水槽および解析的手法により考察できた。

時空間相関係数による画像解析の波動場への適用はノイズ・中立粒子の不検出領域の処理に問題を残すが、非常に有効な方法と言える。

非線形の内部流速を評価する手法を提案し、その妥当性を議論できた。

今後、これらの方法を実験により検証し、応用していく。

### 〈参考文献〉

西村 仁嗣, 武若 聡(1988); VTR画像処理とトレーサ追跡法を組み合わせた砕波内部流速場の測定, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 56-60

長尾 晶明, 神保 誠二, 沢本 正樹(1994); トレーサ追跡法と相関法を用いた孤立波砕波の流速分布測定, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 161-165

S. T. Crilli, J. Skourup and I. A. Svendsen(1989); An efficient boundary element method for non linear water waves, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 6, No. 2, pp97-107

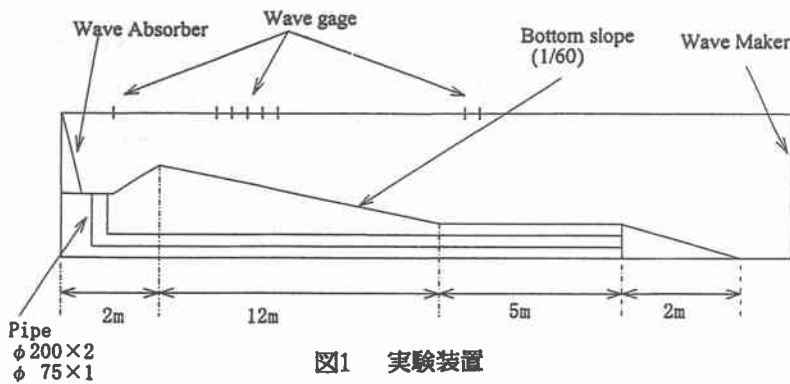
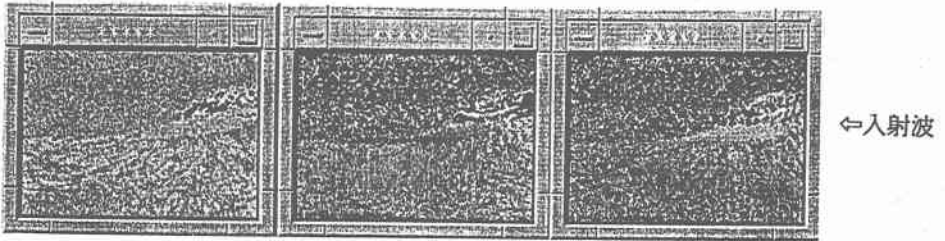


図1 実験装置

(a) 最大相関係数      (b) 水平流速  $u$       (c) 鉛直流速  $v$   
 $\theta = 0.74\pi$



$\theta = \pi$

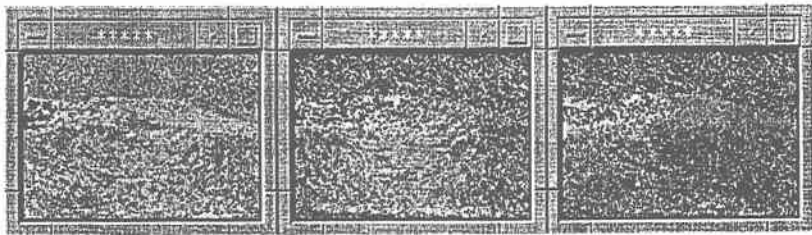
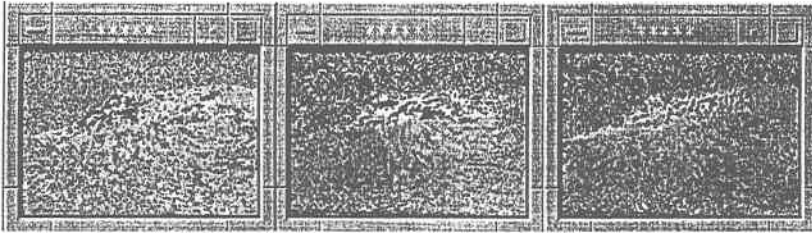


図2 画像処理による結果 (a) 最大相関係数  
 $T=1\text{sec}$   $h_0=30\text{cm}$   $H_0=8\text{cm}$  (b) 水平流速  $u$   
(c) 鉛直流速  $v$

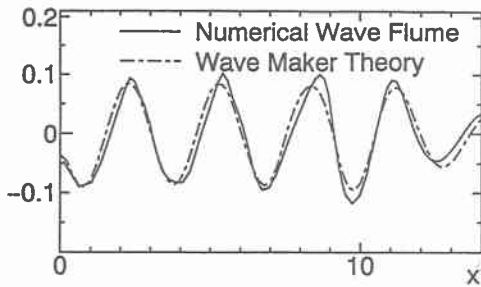
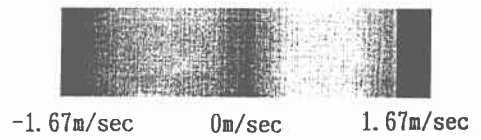


図3 数値波動水槽の水面形と造波理論による水面形の比較

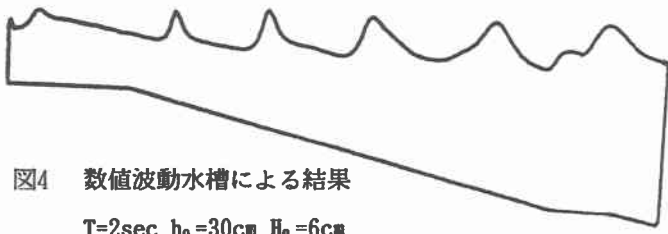


図4 数値波動水槽による結果  
 $T=2\text{sec}$   $h_0=30\text{cm}$   $H_0=6\text{cm}$

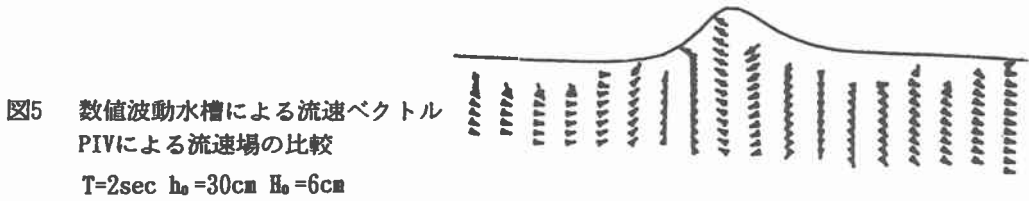
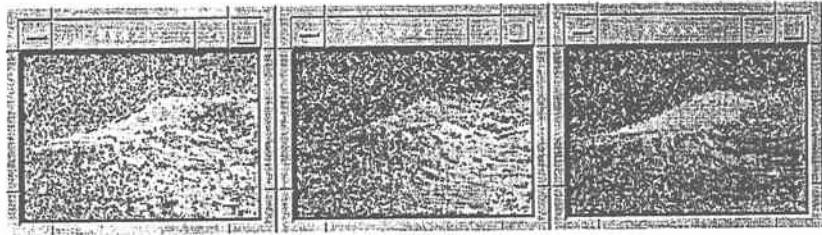


図5 数値波動水槽による流速ベクトル  
 PIVによる流速場の比較  
 $T=2\text{sec}$   $h_0=30\text{cm}$   $H_0=6\text{cm}$



(a) 最大相関係数 (b) 水平流速  $u$  (c) 鉛直流速  $v$

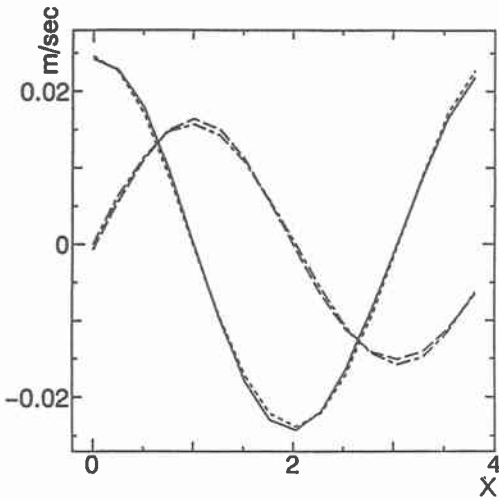


図6 Stokes波理論による内部流速と  
 算定した流速との比較

$T=2\text{sec}, h=.5, H=.01$

$u$   $v$   
 ——— present analysis  
 - - - Stokes theory

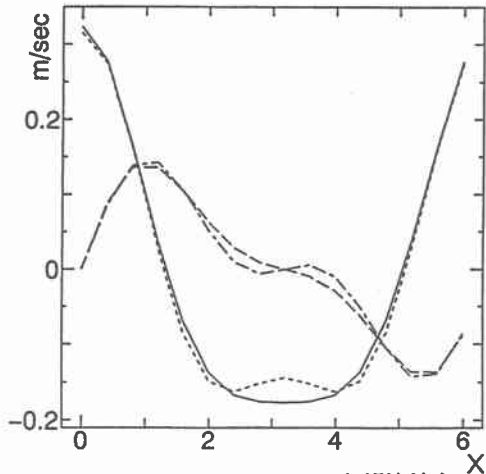


図7 Stokes波理論による内部流速と  
 算定した流速との比較

$T=3\text{sec}, h=.5\text{m}, H=.1\text{m}$