

II-63

薄板・薄膜部材を持つ構造物による波の変形

北海道東海大学工学部 正員 浜中健一郎
 北海道東海大学工学部 橋本 健

§ 1. まえがき

薄板や薄膜部材を含む構造物の回りの波動場の解析をGreenの公式を用いて行うには、主要解としてDoublet形の特異解を用いると良いことが指摘されているが、実際に解く際、どの様に取り扱うか、特に一般境界、薄板、薄膜境界上での扱いが明らかにされていない。

このことから本研究では始めになぜDoublet形の特異解が必要となるか述べ、領域内部でのDoublet形によるGreenの公式について述べる。

次にDoublet形の境界上の特異性を詳細に調べGreenの公式に於ける境界上の積分をいかに離散化すべきかを述べる。

§ 2. 薄板回りの流れに対するSouce形主要解

2-1

特異点Pを領域内部の任意の点とし、Q点は境界上(薄板上を含む)を動くものとする。P点、Q点の座標をそれぞれP(x, y), Q(ξ, η)とする。点Qの動く境界線をSとすると、

Greenの公式は次の様に表せる。

$$2\pi\phi(P) = \int_S \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial v} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial v} \right\} dQ$$

$$G = \log r, \quad r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \quad (1)$$

なおP点が薄板以外の境界上にある時、(1)式の右辺の係数がπとなるだけである。

Q点は一般の境界上および薄板上を動くわけであるが、今Q点が薄板上の中程にある時を考える。薄板上では図に示す様に、ポテンシャルφは薄板を境に不連続になっており、薄板近くで領域を分けて考える必要がある。今それぞれの領域をI, IIとし、ポテンシャルをφ₁, φ₂と区別する。一方、主要解Gは薄板の回りで連続である。また、領域IからIIの方向への法線ベクトルをv₁, IIからIへの法線ベクトルをv₂とする。v₁とv₂は互いに向きが反対である。また、Q点においてポテンシャルのv方向の微係数はその点での流速Uを表すが薄板が固定されているときは、流速が零になる。また、薄膜を考えると次の様な関係が成り立つ。

$$\frac{\partial G}{\partial v_2} = -\frac{\partial G}{\partial v_1}, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial v_2} = U_2 = U_1 = -\frac{\partial \phi_1}{\partial v_1} \quad (2)$$

となる。(1)式において点Qの動く境界線Sを一般の境界線S₁と薄板上S₂に分け、(2)式を考慮すると次の様に表せる。

$$2\pi\phi(P) = \int_{S_1} \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial v} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial v} \right\} dQ + \int_{S_{2A}} \left\{ \phi_1(Q) - \phi_2(Q) \right\} \frac{\partial G}{\partial v_1} dQ \quad (3)$$

ここで、S_{2A}はS₂上の領域I側の積分である。P点が一般境界上にあるとき、(3)式の左辺の係数がπとなるだけである。

2-2

次に特異点P点が薄板上にある時を考える。P点を中心にとり、半径εの小円でくりぬいた領域で考える。くりぬいたときに生じる境界線をS₀、一般境界をS₁、薄板上でP点を含んだセグメントをS_p、それ以外をS₂とするとGreenの公式は以下の様になる。

$$\int_{S_0} \left\{ \phi \frac{\partial G}{\partial v} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial v} \right\} + \int_{S_2} \left\{ \phi \frac{\partial G}{\partial v} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial v} \right\} dQ = 0 \quad (4)$$

ここで、S₃ = S₁ + S₂ + S_p。

S₀上で

$$\frac{\partial G}{\partial v} = -\frac{\partial G}{\partial r} = -\frac{1}{r} = -\frac{1}{\epsilon} \quad (5)$$

rはP点から領域の外から内に向かう法線ベクトルで

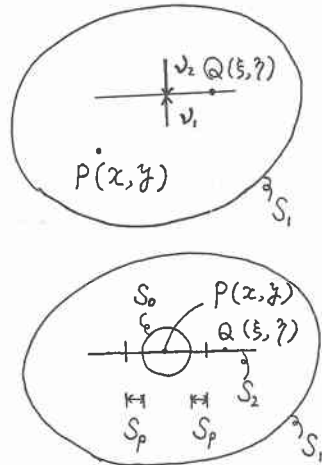


図1 薄板回りの領域・境界図

ν と向きが反対である。 r と ε は等しいから上式の様になる。主要解 G は S_0 上でConstと考えられるから、(4)式の第1項の積分 I_1 は

$$I_1 = -\pi\{\phi_1(P) + \phi_2(P)\} \quad (6)$$

すなわち(4)式は

$$\pi\{\phi_1(P) + \phi_2(P)\} = \int_{S_0} \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} \right\} dQ \quad (7)$$

となる。ところが薄板、薄膜上(P点を含んだセグメントも含む)に、Q点が存在するとき(7)式の右辺の積分のうち S_2, S_p 上の積分は零となる。従って(7)式は S_1 上の積分だけでよく次の様になる。

$$\pi\{\phi_1(P) + \phi_2(P)\} = \int_{S_1} \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} \right\} dQ \quad (8)$$

以上、(3)式又は(8)式の様にSource形では薄板上で $(\phi_1 + \phi_2)$ 、 $(\phi_1 - \phi_2)$ のふたつの未知数に対する関係式となっている。一方、特異点を直接薄板上に置かずに、特異点をIの領域から薄板に近づけてもIIの領域から近づけても同じ(8)式が得られる。従って、このまま未知数より方程式の数が足りないため解くことはできない。そのために別の関係式が必要となる。以下Doubletを用いて考察する。

§ 3. Doublet形主要解とGreenの公式

Doublet形の主要解は一般に以下の様に表される。

$$G = \frac{(x-\xi)\cos\alpha + (y-\eta)\sin\alpha}{r^2} \\ r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \quad (9)$$

ここで α はDoubletの方向を表す。(9)式はLaplace方程式を満たすことは簡単に確かめられる。以下簡単のため一般性を損なわずにDoubletとしてx方向に方向性を持った次の式を用いて論ずる。

$$G = \frac{x-\xi}{r^2} \quad (10)$$

最初に(10)式を主要解とするGreenの公式を考えその特異性を調べる。

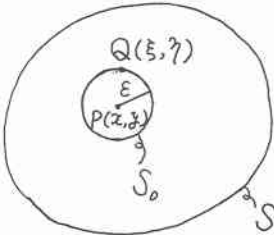


図2 領域・境界図

考えている領域内の一点Pの座標を (x, y) として

P点の周りを半径 ε の小円で取り除いた領域にGreenの公式を適用させる。小円上を S_0 、他の境界を S として

$$\Delta_2 \phi = 0, \quad \Delta_2 G = 0 \quad \text{だから}$$

$$\int_{S_0} \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} \right\} dS_0 \\ + \int_S \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} \right\} dS = 0 \quad (11)$$

(11)式の第1項の S_0 上の積分を I_1 とし変形すると次のようになる。

$$I_1 = \int_{S_0} \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} dS_0 - \int_{S_0} G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} dS_0 \quad (12)$$

ここで、(12)式の右辺第1項、第2項を

$$I_2 = \int_{S_0} \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} dS_0, \quad I_3 = \int_{S_0} G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} dS_0 \quad (13)$$

とおく。Gの ν 方向の微係数は一般に次のように表せる。

$$\frac{\partial G}{\partial \nu} = \nu \cdot \left(\frac{\partial G}{\partial \xi}, \frac{\partial G}{\partial \eta} \right), \quad \frac{\partial \phi}{\partial \nu} = \nu \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi}, \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \quad (14)$$

(10)式より

$$\frac{\partial G}{\partial \xi} = -\frac{1}{r^2} + 2 \frac{(x-\xi)^2}{r^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial \eta} = 2 \frac{(x-\xi)(y-\eta)}{r^4} \quad (15)$$

ここで上式を極座標で表す。小円上で次の関係が成り立つ。

$$x-\xi = -\varepsilon \cos\theta, \quad y-\eta = -\varepsilon \sin\theta,$$

$$dS_0 = \varepsilon d\theta \quad (16)$$

(16)式を(15)式に代入して

$$\frac{\partial G}{\partial \xi} = -\frac{1}{\varepsilon^2} + 2 \frac{\cos^2\theta}{\varepsilon^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial \eta} = 2 \frac{\cos\theta \sin\theta}{\varepsilon^4} \quad (17)$$

法線ベクトル ν は、 $\nu = (-\cos\theta, -\sin\theta)$ また、P点の周りでTaylor展開して

$$\phi = \phi(P) - (x-\xi) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - (y-\eta) \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \dots \quad (18)$$

(13)式に(18)式の第1項、第2項、第3項をそれぞれ代入し、積分すると

$$I_2 = -\pi \frac{\partial \phi}{\partial \xi}, \quad I_3 = \pi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \quad (19)$$

が得られる。(18)式の第4項以降の項を(13)式の I_2, I_3 に入れ $\varepsilon \rightarrow 0$ とすると零となる。

従って I_1 が求まり、(11)式は $\varepsilon \rightarrow 0$ で次のようになる。

$$2\pi \frac{\partial \phi(P)}{\partial x} = \int_S \left\{ \phi(Q) \frac{\partial G}{\partial \nu} - G \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \nu} \right\} dS \quad (20)$$

(20)式は主要解としてDoubletを用いると、特異点に於けるポテンシャルの微係数(流速)が求まることを示している。又、(20)式はSource形主要解を用いた(1)式の両辺を x で微分することによっても導くことが出

来る。(1)式において特異点Pにおけるx方向の微分を考える。xに関係しているのは、 $\phi(P)$ 、Gだけであるから次のようになる。

$$2\pi \frac{\partial \phi(P)}{\partial x} = \int_S \left\{ \phi(Q) \frac{\partial^2 G}{\partial v \partial x} - \frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial \phi(Q)}{\partial v} \right\} dQ \quad (21)$$

(21)式において $\frac{\partial G}{\partial x}$ の値が(20)式のGと同じになる。

§4. 境界上の特異点近傍の積分

今、図のような領域において、各辺をそれぞれ境界①、②、③、④とする。

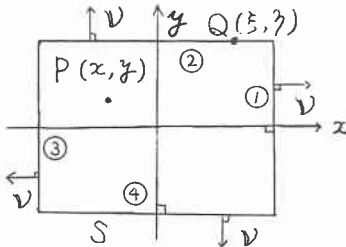


図3 領域・境界図

特異点Pの座標を(x, y)とし境界上を動くQ点の座標を(ξ, η)とし、点Pが各境界に近づいたときの(20)式右辺の積分を考える。

境界①においてP点を近づける点に原点を置き、原点を含んだセグメント(-η₀ ≤ S ≤ η₀)上の積分を考える。

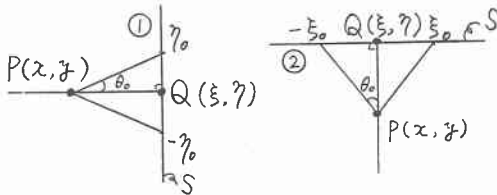


図4 境界近傍の特異点

(10)式、(15)式において、 $\xi = 0, y = 0$ から

$$G = \frac{x}{r^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial v} = \frac{\partial G}{\partial \xi} = 2 \frac{x^2}{r^4} - \frac{1}{r^2} \quad (22)$$

$$r^2 = x^2 + \eta^2$$

(20)式の積分において次のようにする。

$$I_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \int_{-\eta_0}^{\eta_0} G \frac{\partial \phi}{\partial v} d\eta \quad (23)$$

$$I_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \int_{-\eta_0}^{\eta_0} \phi \frac{\partial G}{\partial v} d\eta \quad (24)$$

$\frac{\partial \phi}{\partial v}$ をη軸に沿って原点Oの周りでTaylor展開すると

$$\frac{\partial \phi}{\partial v} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)_0 + \eta \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial v \partial \eta} \right)_0 + \frac{1}{2} \eta^2 \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial v \partial \eta^2} \right)_0 + \dots \quad (25)$$

以下(23)式を求める。(25)式の右辺第1項による(23)式の積分は

$$\int_{-\eta_0}^{\eta_0} \frac{x^2}{r^2} d\eta = \int_{-\eta_0}^{\eta_0} \frac{x}{\eta^2 + x^2} d\eta = x [I_A]_{-\eta_0}^{\eta_0}$$

ここで

$$I_A = \int \frac{dx}{x^2 + C} = \frac{1}{\sqrt{C}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{C}}, \quad C > 0$$

従って $x < 0$ の側から $\lim_{x \rightarrow 0} x [I_A]_{-\eta_0}^{\eta_0} = -\pi$ より

$$I_{11} = \lim_{x \rightarrow 0} \int_{-\eta_0}^{\eta_0} G \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)_0 d\eta = -\pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)_0 \quad (26)$$

(25)式の右辺の第2項による(23)式の積分はηに関して奇関数となるから零となる。第3項による積分は

$$\int_{-\eta_0}^{\eta_0} \frac{x}{r^2} \eta^2 d\eta = \int_{-\eta_0}^{\eta_0} \frac{x \eta^2}{\eta^2 + x^2} d\eta = x [\eta - x^2 I_A]_{-\eta_0}^{\eta_0}$$

$x [I_A]_{-\eta_0}^{\eta_0}$ が有限だから、 $x \rightarrow 0$ の極限は零より第3項の積分は零になる。高次の項も零となるから(23)式は次のようになる。

$$I_1 = I_{11} = -\pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)_0 \quad (27)$$

次に(24)式を求める。φを同様にTaylor展開すると

$$\phi = \phi_0 + \eta \left(\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)_0 + \frac{1}{2} \eta^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right)_0 + \dots \quad (28)$$

(28)式の右辺の第1項の積分は

$$\int_{-\eta_0}^{\eta_0} \left(2 \frac{x^2}{r^4} - \frac{1}{r^2} \right) d\eta = 2 \frac{\eta_0}{\eta_0^2 + x^2}$$

よって $x \rightarrow 0$ の極限で(24)式の積分は

$$I_{21} = \phi_0 \frac{2}{\eta_0} \quad (29)$$

(28)式において第2項の(24)式における積分は、奇関数より零、第3項の(24)式における積分は

$$\int_{-\eta_0}^{\eta_0} \left(2 \frac{x^2}{r^4} - \frac{1}{r^2} \right) \eta^2 d\eta = -2 \frac{x^2 \eta_0}{\eta_0^2 + x^2} - 2\eta_0$$

従って $x \rightarrow 0$ の極限をとると $-2\eta_0$ となるから第3項における積分は

$$I_{23} = -\eta_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right)_0 \quad (30)$$

高次の項は $O(\eta_0^2)$ となり無視できる。よって

$$I_2 = I_{21} + I_{23} = \frac{2}{\eta_0} \phi_0 - \eta_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right)_0 \quad (31)$$

次に境界③について考える。(27)式の $x > 0$ の側から

極限をとることにより

$$I_1 = \pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)_0 \quad (32)$$

I_2 に関しては v 方向と ξ 方向とが反対となり、(31) 式と正負が反対になる。

$$I_2 = -\frac{2}{\eta_0} \phi_0 + \eta_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right)_0 \quad (33)$$

境界②において境界①と同様に原点を境界上に置いて原点を含んだセグメント ($-\xi_0 \leq S \leq \xi_0$) 上の積分を考える。(10) 式、(15) 式において $\eta = 0, x = 0$ より

$$G = -\frac{\xi}{r^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial v} = \frac{\partial G}{\partial \eta} = -2 \frac{\xi y}{r^4}$$

$$r^2 = \xi^2 + y^2 \quad (34)$$

$$I_1 = \lim_{y \rightarrow 0} \int_{-\xi_0}^{\xi_0} G \frac{\partial \phi}{\partial v} d\xi \quad (35)$$

$$I_2 = \lim_{y \rightarrow 0} \int_{-\xi_0}^{\xi_0} \phi \frac{\partial G}{\partial v} d\xi \quad (36)$$

$\frac{\partial \phi}{\partial v}$ を ξ 軸に沿って原点の周りで Taylor 展開すると

$$\frac{\partial \phi}{\partial v} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial v} \right)_0 + \xi \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial v \partial \xi} \right)_0 + \frac{1}{2} \xi^2 \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial v \partial \xi^2} \right)_0 + \dots \quad (37)$$

(37) 式の右辺第 1 項の (35) 式による積分は奇関数だから零。(37) 式の右辺第 2 項の (35) 式による積分は

$$\int_{-\xi_0}^{\xi_0} \frac{\xi^2}{r^2} d\xi = \left[\xi - y^2 I_A \right]_{-\xi_0}^{\xi_0}$$

だから 上式は $y \rightarrow 0$ で次のようになる。

$$I_{12} = -2\xi_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial v \partial \xi} \right)_0 \quad (38)$$

(37) 式の右辺の第 3 項による積分は

$$\int_{-\xi_0}^{\xi_0} \frac{\xi^3}{r^2} d\xi = \left[\frac{\xi^2}{2} - \frac{y^2}{2} \log |\xi^2 + y^2| \right]_{-\xi_0}^{\xi_0}$$

$y \rightarrow 0$ で上式の第 2 項は $\lim_{y \rightarrow 0} y^2 \log y = 0$ より零となる。高次の項は $O(\xi_0^2)$ で無視できる。従って

$$I_1 = I_{12} = -2\xi_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial v \partial \xi} \right)_0 \quad (39)$$

次に (36) 式を求める。同様に ϕ を Taylor 展開して

$$\phi = \phi_0 + \xi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_0 + \frac{1}{2} \xi^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \right)_0 + \dots \quad (40)$$

(40) 式の右辺の第 1 項の (36) 式による積分は奇関数だから零となる。第 2 項の (36) 式による積分は公式より

$$\int_{-\xi_0}^{\xi_0} \frac{\xi^2}{r^4} d\xi = \left[-\frac{\xi}{2(\xi^2 + y^2)} + \frac{1}{2} I_A \right]_{-\xi_0}^{\xi_0}$$

上式の第 1 項は有限量であり y を乗じて $y \rightarrow 0$ の極限

では零となる。したがって

$$I_{22} = \lim_{y \rightarrow 0} 2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_0 (-y) \left[\frac{1}{2} I_A \right]_{-\xi_0}^{\xi_0} = \pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_0$$

(40) 式の第 3 項の (36) 式による積分は

$$\int_{-\xi_0}^{\xi_0} \frac{\xi^3}{r^4} d\xi = \left[\frac{2y^4}{4y^2(\xi^2 + y^2)} + \frac{1}{2} \log |\xi^2 + y^2| \right]_{-\xi_0}^{\xi_0}$$

上式に y を乗じて $y \rightarrow 0$ の極限をとれば

$\lim_{y \rightarrow 0} y \log y^2 = \lim_{y \rightarrow 0} 2y \log y = 0$ より零となる。高次の

項は ξ の次数が上がるため $\xi = 0$ での特異性は失われ、積分は有限となり y を乗ずることにより零となる。従って

$$I_2 = I_{22} = \pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_0 \quad (41)$$

最後に境界④において (39) 式の $y > 0$ の側から極限をとることにより

$$I_1 = -2\xi_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial v \partial \xi} \right)_0 \quad (42)$$

I_2 に関しては v 方向と η 方向とが反対になり、(41) 式と正負が反対になるが y は逆に正の側から $y \rightarrow 0$ となるため

$$I_2 = \pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)_0 \quad (43)$$

以上の結果である (27), (31), (32), (33), (39), (41), (42), (43) の各式は (20) 式を適当に離散化し、境界上のポテンシャルやその微係数を求める際に用いられる。すなわち (20) 式の左辺は積分で特異点の近くセグメント上だけは特別に上記の結果を用いなければならない。

§. 5 Doublet の特異性

本節では Doublet の特異性を見るため関数値、 ξ 微分、 η 微分を図に示す。いずれも特異点を (x, y) とし ξ と η の関数として $\xi > x$ の領域だけを表示している。ただし、特異点では発散し関数値は求まらないため x より微量 (図で 1 メッシュ) 大きな ξ から表示している。図 5 は (10) 式で示した Doublet の関数値を示している。特異点を通る η 軸上では特異点を除いた全ての点で関数値は零となり、特異点上では正值で発散する。 $\xi \rightarrow \infty$ では関数値は零に収束する。又、 $\xi < x$ の領域では正負号がはたいたになり、 $x = \xi$ に関して奇関数となる。従って特異点では負値で発散する。Green の公式からポテンシャルの微係数が求まるのは、この様に特異点で正值、負値発散が隣接していることによる。

図 6 は (10) 式で示された Doublet の ξ 微分を示す。 $\xi < 0$ の領域では正負号の反転はなく、 $x = \xi$ に関して対称である。しかしながら、特異点を通る η 軸に沿って微係数は一度負値として発散するが特異点では

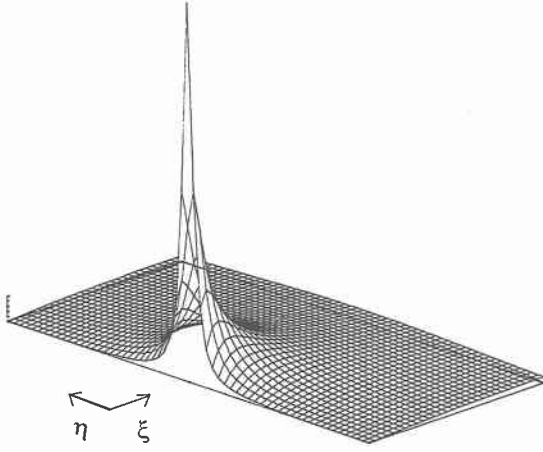


図5 Doublet関数形

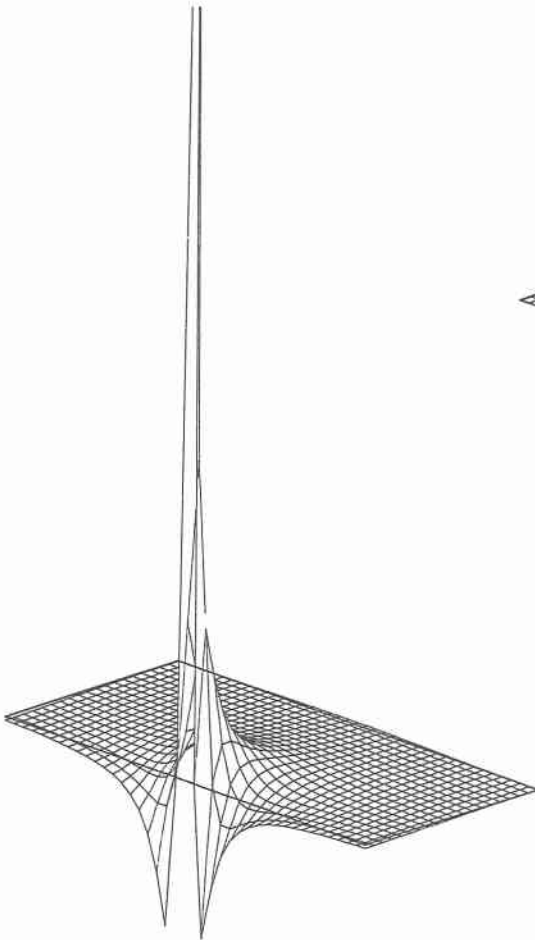


図6 Doublet ξ 微分

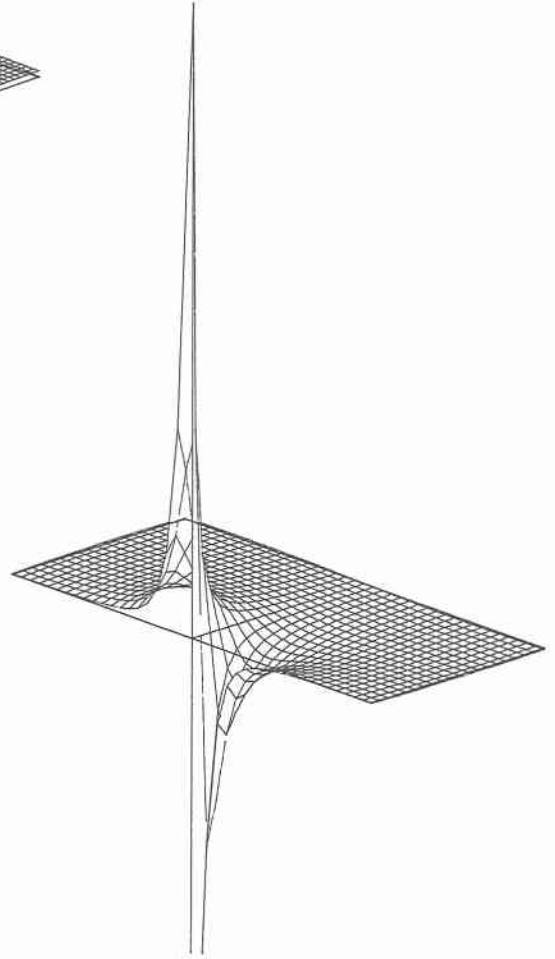


図7 Doublet η 微分

正值で発散するという強い特異性を有する。

図7は(16)式で示されたDoubletの η 微分を示す。この場合は $\xi = x$ に関しても正負号の反転があり特異点での発散の様子はさらに複雑となっている。これ等の図から、特異点が境界上に近づく時の境界上の積分が、§. 4で述べた様に複雑になることが分かる。

§. 6 Doubletを用いたGreenの公式の検討

この節では§. 3で述べた特異点が領域内部にある場合と、§. 4で述べた特異点が境界に近づく場合のGreenの公式を数値的に検討する。

図8は既知のポテンシャルに関数を与え、境界上の ϕ と $\partial\phi/\partial n$ から領域内部のポテンシャルの微係数(x 微分)をGreenの公式を用いて求めたものである。境界上の数値積分は最も単純な台形則を用いている。

与えたポテンシャルは

$$\phi = e^{ikx} \cosh ky$$

である。 $k = 1$ で計算範囲は $0 < x < 4$, $0 < y < 4$ である。上図は実部を下図は虚部を表す。これに対し図9は上式で与えたポテンシャルの x 微分関数値である。両図は境界近傍を除き良く一致しており、DoubletによるGreenの公式の妥当性を示している。

一方、図示はしないが、特異点が境界に近づく場合、単純な台形則による数値積分は、たとえ§. 4で述べた特異点の近づくセグメントでの厳密な積分をしたとしても妥当な解は得られない。これは§. 5で示したDoubletの特異性の強さによる。従ってDoubletを用いたGreenの公式により薄板・薄膜回りの流れ解く場合には精度の良い数値積分を行う必要がある。

§. 7 結論

- (1) 薄板・薄膜を含む構造物の回りの流れをGreenの公式を用いて解く場合に主要解としてDoubletをSource形主要解と併用する必要性を明らかにした。
- (2) DoubletをGreenの公式に適用して積分方程式を導出し、ポテンシャルの微係数が表示されることを示した。
- (3) 特異点が境界に近づく場合のセグメント上の積分を種々の場合に依じて導いた。
- (4) 単純な台形則を用いた数値積分では領域内部では妥当な結果与えるが、境界上では妥当な結果は得られない。今後より精度の良いかつ取り扱いの簡単な数値積分の方法を考えていきたい。

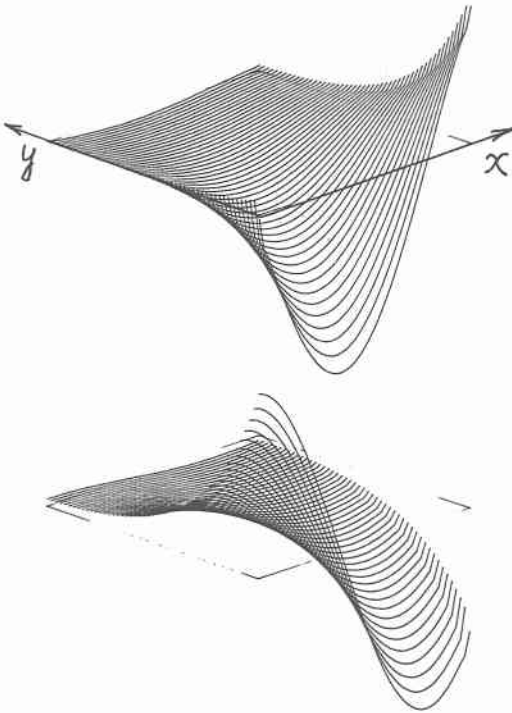


図8 Greenの公式による推定値

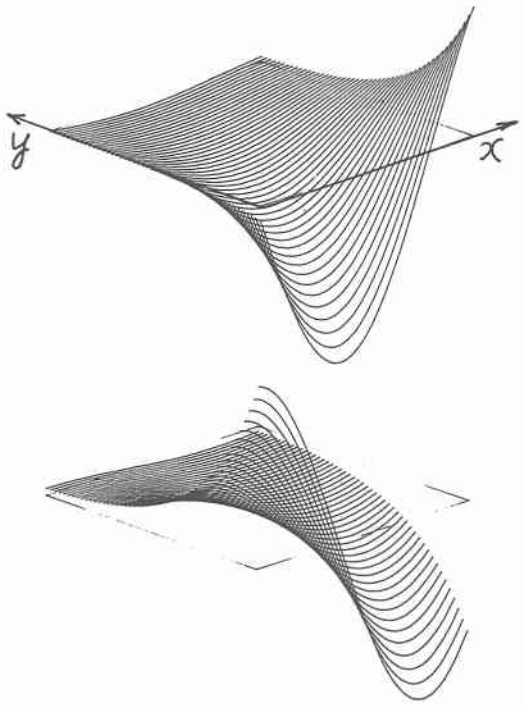


図9 与えたポテンシャル