

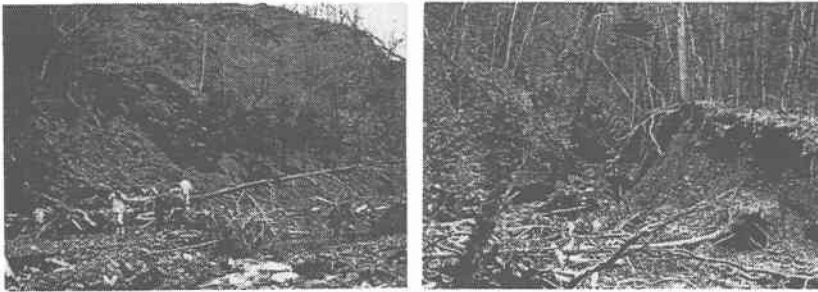
流域の土砂動態の評価に関する研究

北海道大学工学部 菊地 耕
 北海道大学工学部 正員 黒木 幹男
 北海道大学工学部 正員 板倉 忠興

1. はじめに

流域の土砂は、雨水によって下流に運ばれていく。雨水が水路または河川を流れると、その底面に働くせん断力により河床を構成する砂礫が移動する。では、下の写真のように、支流が本流に合流する地点や地滑りなどの原因により、ある場所に土砂が供給されてたまった場合、土砂はどのように下流に流れていくのだろうか。降雨による流量・時間曲線 (Hydrograph) を描く方法は色々な方法がある。この降雨を土砂に置き換えた流砂量・時間曲線 (流砂の Hydrograph) を描くには、河床変動の1次元解析法を用いて数値計算をすると求めることが出来る。

本研究の目的は、その流砂量・時間曲線 (流砂の Hydrograph) を描くもっと簡単な方法を求めることである。ここでは、洪水時の地滑りなどにより河川に土砂が供給された場合について考える。そして、流砂の Hydrograph 描く手段として、拡散方程式を用いることが出来るかどうかについて考察する。



2. 河床変動の1次元解析法の導入

まず、河床変動の1次元解析法を用いて、流砂の Hydrograph を描くことにする。なお、ここでは広矩形断面、一様粒径について考えることにする。基礎式は、次の4式である。

流れの運動方程式と連続式：

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right) + i_e = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (b h v) = 0$$

流砂の連続式と流砂量式：

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda) b} \frac{\partial}{\partial x} (q_b b) = 0$$

$$q_b = f(u_*)$$

Study on Evaluation of Sandy Movement at Basin
 by Kou Kikuchi, Mikio Kuroki, Tadaoki Itakura

ただし、 b : 川幅, h : 平均水深, v : 平均流速, x : 流下方向の座標軸, z : 平均河床高,
 t : 時間, u_* : 平均摩擦速度, i : エネルギ一勾配, q_b : 掃流砂量,
 λ : 河床砂の空隙率, α : エネルギー補正係数

また、 $q_b = 8 (\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{s g d^3}$ (Meyer-Peter-Mullerの式)

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{s g d}, \quad u_* = \sqrt{g h i}$$

τ_* : 無次元掃流力, τ_{*c} : 限界掃流力(0.05), s : 砂の水中比重(1.65), g : 重力加速度,
 d : 砂の粒径

ここに、川幅 $b = 10(\text{m})$ 、初期河床勾配 $s = 1/500$ 、粗度係数 $n = 0.03$ の河川に流量 $Q = 20(\text{m}^3/\text{s})$ の水を流し、ある地点に土砂を供給させ、その下流500(m)、1000(m)、1500(m)、2000(m)、2500(m)の各地点の流砂のHydrographを描くと図-1のようになる。粒径は、 $d = 0.005(\text{m})$ 、 $0.010(\text{m})$ 、 $0.015(\text{m})$ 、 $0.020(\text{m})$ の4種類で計算した。

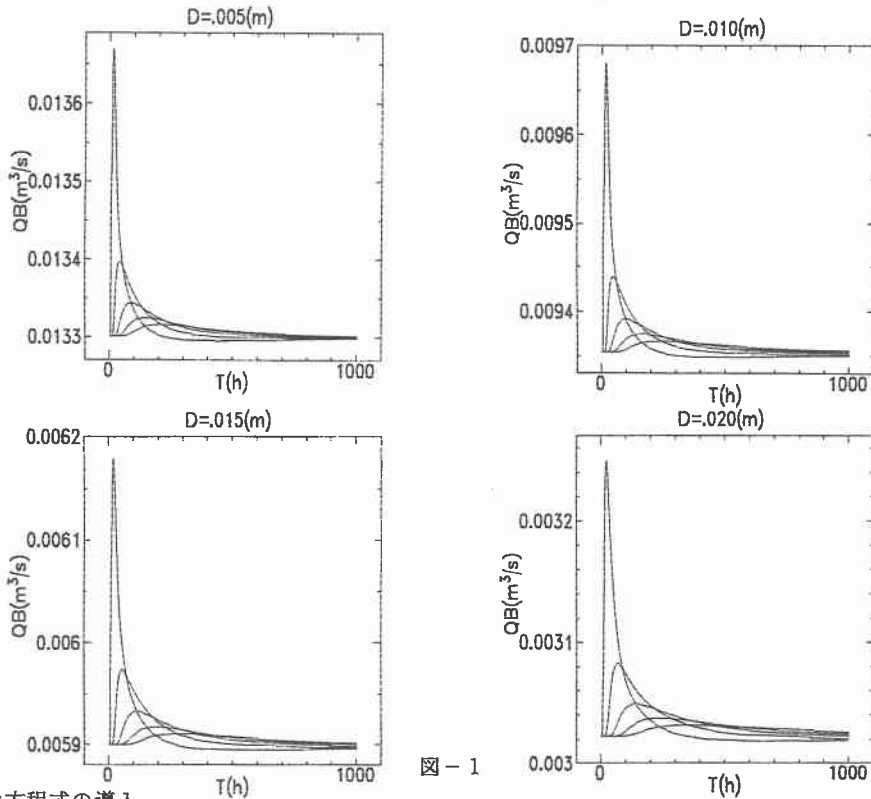


図-1

3. 拡散方程式の導入

先に述べた流砂の連続式と流砂量式を用いて式変形すると、つぎの様に表すことができる。

$$\frac{\partial Q_b}{\partial t} = \frac{42 (nQ)^{3/5} \sqrt{g d (\tau_* - \tau_{*c})}}{5 i_e^{3/10} (1-\lambda) \sqrt{s}} \frac{\partial^2 Q_b}{\partial x^2}$$

この式の $\frac{42 (nQ)^{3/5} \sqrt{g d (\tau_* - \tau_{*c})}}{5 i_e^{3/10} (1-\lambda) \sqrt{s}} = K$ と考えて、定数として扱おうと

$$\frac{\partial Q_b}{\partial t} = K \frac{\partial^2 Q_b}{\partial x^2}$$

となり拡散方程式と同じ形となる。では、この式を用いて流砂のHydrographを表すことが出来るかどうか考察する。

この式の一般解は、次式で与えられる。

$$Q_b(x, t) = \frac{M}{2D\sqrt{\pi K t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Kt}\right)$$

ここで、 $\frac{M}{D} = \int_{-\infty}^{\infty} Q_b(x, t) dx$ で与えられる。また、Kの値は、各粒径によって変わるので表-1に示す。

このKの値を用いて、拡散方程式の一般解のxを土砂供給地点から下流方向に500(m)、1000(m)、1500(m)、2000(m)、にそれぞれ固定させて、時間つまりtを動かしてやると、各粒径ごとの流砂のHydrographを描くことができる。その結果得られた図を図-2として示す。

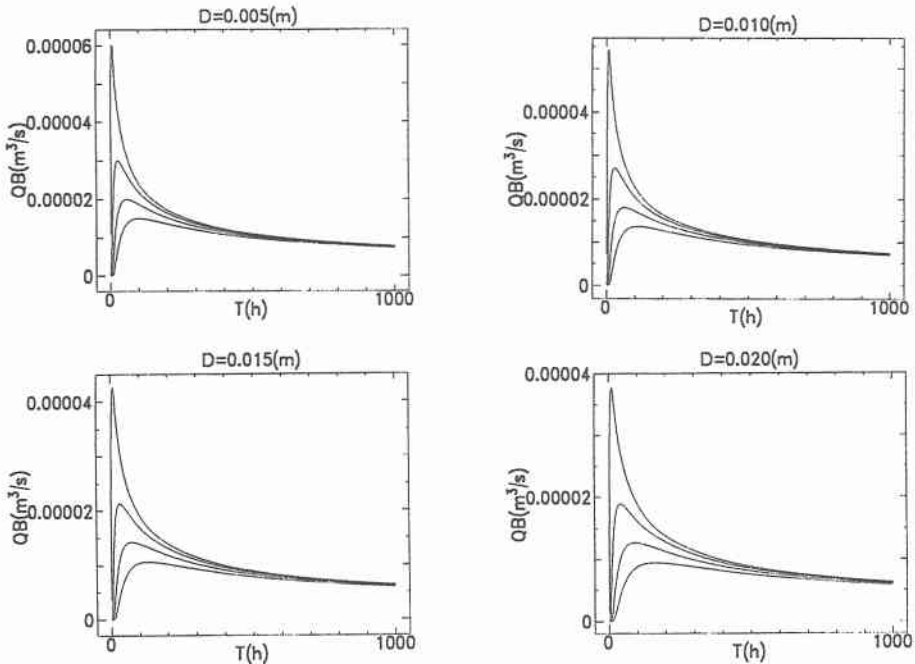


図-2

4. 考察

この図を、河床変動の1次元解析法を使って求めた流砂量のHydrographと比較してみると、時間が経つに連れての流砂量のつぶれ具合がうまく表されていない。では、Kの値に着目して河床変動の1次元解析法により求めた流砂量の値と等しくなるようにKの値を求めてみる。

まず、t=10(h)、50(h)、100(h)、150(h)、200(h)それぞれの縦断方向のピークの流砂量を求める。この場合、砂が下流に移流していかないと考えてやると、流砂量のピークは常にx=0の地点で得られるから、x=0となり、拡散方程式

は t の関数となる。よって t とピークの流砂量の値で K が定まる。

これによって求めた K の値を図-3 にしめす。この図を見ると、 t が増加するに従って K の値も増加している。このことから、流砂の Hydrograph のピークの値のつづれ具合を拡散方程式で表現するには、 K に定数を与えてやったのではうまくいかないことがわかる。この原因として、 K の式にある、水深に関する項に水深を等流水深で与えている事で、水深により流砂量を求めていく河床変動の1次元解析法と矛盾している事が考えられる。

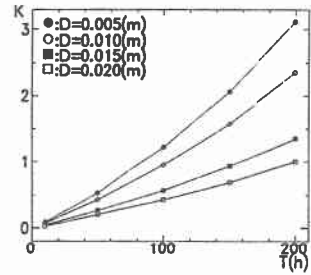


図-3

5. まとめ

今回考えた拡散方程式では、うまく Hydrograph に結びつかなかった。しかし、 K の値が定数でなくても、何かの関数で表され一般性を見つけられるかも知れない。また、今回用いた拡散方程式では、移流項を考慮していないものなので、今後、移流項を組み入れた拡散方程式について考察する必要がある。