

V-27

逆解析によるマスコンクリートの
温度履歴解析

(株)地崎工業 技術開発室 正会員 須藤 敦史

(株)地崎工業 技術開発室 正会員 藤田 明寛

1. はじめに

セメントの水和熱によるマスコンクリートの温度上昇は、コンクリート内部の温度応力を引き起し、ひび割れ発生の原因の一つになる。一般にマスコンクリートにおいて温度履歴・応力解析は、弾性係数や発熱量などの時間依存性を示す物理定数が正確に得られないのが現状であり、事前にその予測を行うことは難しい。そこで本研究ではマスコンクリートの温度履歴特性の把握を目的として、マスコンクリートの温度履歴を数学モデルで表現している。次にモデルの係数を実際に得られた観測値に基づいて推定し、得られた係数を用いてマスコンクリートの温度履歴の再現を試みている。

2. 時系列(数学)モデル

物理モデルによるコンクリートの温度履歴は、熱伝導率、熱拡散率、比熱・熱伝達率など多くの物理定数の影響を受けかつ個々の定数が正しく得られないため、事前の解析において正確な推定は難しい。

各時刻で観測されるマスコンクリートの温度履歴が、正規性定常確率過程のSample過程と見なせる場合に、このような時系列データは数学(パラメトリック)モデルで表される。言い替えれば、定常IIR-1的正規過程を対象とする限り、任意の時系列データは正規性定常白色雑音を入力とする定係数線形フィルタの出力として表現できる¹⁾。そこで、マスコンクリートの温度履歴を 1)自己回帰(AR)モデルと 2)自己回帰移動平均(ARMA)モデルの数学モデルで表現されると仮定する。

2.1 自己回帰(AR)モデル

離散時刻 n における時系列データ y_n は、過去 m 個の観測値の線形和として式(1)のように表される。

$$y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + \dots + a_m y_{n-m} + e_n \quad (1)$$

$y_n, y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-m}$: マスコンクリート温度観測値

$a_1, a_2, \dots, a_m$: AR係数, m : AR次数

$n = k \Delta t$ (k : データ数, Δt : 時間間隔)

式(1)において e_n は、 $E[e_n] = 0, E[e_n e_m] = \sigma_n^2 \delta_{mn}$ (σ_n^2 は分散, δ_{mn} はクロネッカーデルタ)となる正規性定常白色雑音である。ここで式(1)のマスコンクリート温度 y_n は時系列観測量であるため、AR係数を推定することにより温度履歴を再現することができる。しかし、実際のマスコンクリートの温度履歴は弾性係数、発熱量や外気温などの時間変動する定数や要因により非定常な過程(現象)を示し、厳密には非定常解析が必要となる。そこで、マスコンクリートの温度上昇は緩やかに進行する現象として、3日間程度の期間では定常とする区間定常性²⁾を仮定して解析を行う。この手法では定常と仮定した解析区間を時間方向に移動させることにより非定常な現象を近似的に求める手法である。

2.2 自己回帰移動平均(ARMA)モデル

同様に時系列データ y_n は、過去 m 個の観測値と誤差の線形和として式(2)のように表される。

$$y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + \dots + a_m y_{n-m} + b_1 e_1 + b_2 e_2 + \dots + b_m e_{n-m} \quad (2)$$

$y_n, y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-m}$: マスコンクリート温度観測値

$a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_m$: ARMA係数

$n = k \Delta t$ (k : データ数, Δt : 時間間隔)

式(2)のARMA係数を推定することにより温度履歴を再現することができる。

3. 修正モデル

時系列データを正規性定常確率過程のSample過程と見なせる場合に、マスコンクリートの温度履歴を数学モデルで記述した。しかし、セメントの発熱量はコンクリートの温度履歴を決定する要因である。そこでセメントの発熱量を考慮した自己回帰移動平均 (ARMA) モデルを考える。マスコンクリートの温度履歴 (上昇) をモデル化すると図-1に示される。ここでコンクリートの温度履歴を決定する最大の要因はセメントの発熱量であり、これをシステムモデルに表すと図-2のようになる。

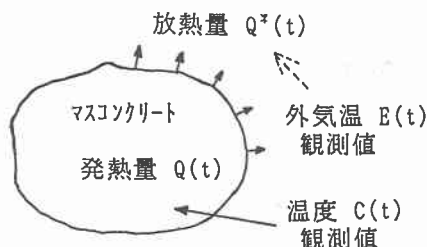


図-1 温度履歴モデル図

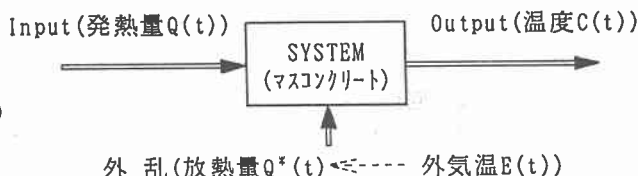


図-2 システムモデル図

このシステムモデルにおいてセメントの発熱量は入力値となり、放熱量はコンクリート温度と外気温の関数となる。ここで正確な温度履歴を再現するためには、発熱量と放熱量の適切な推定が必要となる。

3.1 発熱量 $Q(t)$

一般にセメントの発熱量は断熱上昇曲線が用いられ、この曲線はセメントの種類やコンクリートの打設温度などで変化する。したがって本解析では事前に実施された、断熱温度上昇試験より求められた値を用いる。

3.2 放熱量 $Q^*(t)$

打設されたコンクリートの温度履歴はセメントの発熱により上昇する。しかしコンクリートの温度は外気や周辺の境界に放熱され、放熱量は発熱部温度と外界温度の差によって決定される。そこで周辺外界の温度を外気温と考えると放熱量は式(3)に示すように外気温とコンクリート温度の関数となる。

$$Q^*(t) = \alpha \{C(t) - E(t)\} \quad (3)$$

$Q^*(t)$: 放熱量, $C(t)$: コンクリート温度
 $E(t)$: 外気温, α : 放熱係数

3.3 修正モデル

コンクリートの単位時間当たりの温度増分を発熱量と放熱量を用いて単純化すると、式(4)のようになる。

$$\Delta C(t) = \Delta Q(t) - \Delta Q^*(t) \quad (4)$$

$\Delta C(t)$: コンクリート温度増分
 $\Delta Q(t)$: 発熱増分
 $\Delta Q^*(t)$: 放熱増分

式(4)より、時刻 t におけるコンクリート温度は次式に示される。

$$C(t) = C(t-1) + \{Q(t) - Q(t-1)\} - \{Q^*(t) - Q^*(t-1)\} \quad (5)$$

ここで、上式に式(3)を代入し整理すると式(6)のようになる。

$$C(t) = C(t-1) + A \{Q(t) - Q(t-1)\} - B \{E(t) - E(t-1)\} + e(t) \quad (6)$$

A : 発熱係数 $[1/(1+\alpha)]$, B : 外気係数 $[\alpha/(1+\alpha)]$
 $e(t)$: 正規性定常白色雑音

式(6)ではコンクリートの温度は連続的に変化してゆくが、実際に観測されるコンクリートの温度履歴データは離散的に得られるので、式(6)を離散時間で表すと次式のようにになる。

$$C(n) = C(n-1) + A\{Q(n) - Q(n-1)\} - B\{E(n) - E(n-1)\} + e(n) \quad (7)$$

$$n = k \Delta t \quad (k: \text{データ数}, \Delta t: \text{時間間隔})$$

したがって、式(7)は一次の自己回帰移動平均(ARMA)モデルになる。ここでマスコクリット温度 $C(n)$ と外気温 $E(n)$ は観測値であるため、式(7)の係数を推定することにより温度履歴を再現することができる。

4. 数値解析

4.1 自己回帰(AR)モデル

自己回帰(AR)モデルの係数を実観測値に基づいて推定し、得られた係数によりマスコクリットの温度履歴を再現する。ここで温度履歴の再現に用いたマスコクリットの温度履歴の観測値を図-3に示す。図示した温度履歴曲線において2回目のピークは上部レイヤの発熱に伴う間接的な温度上昇である。ここで、AR係数の推定には最小自乗法を用い、モデルの次数は1-5次として最適次数はFPE(Final Prediction Error)より求める。

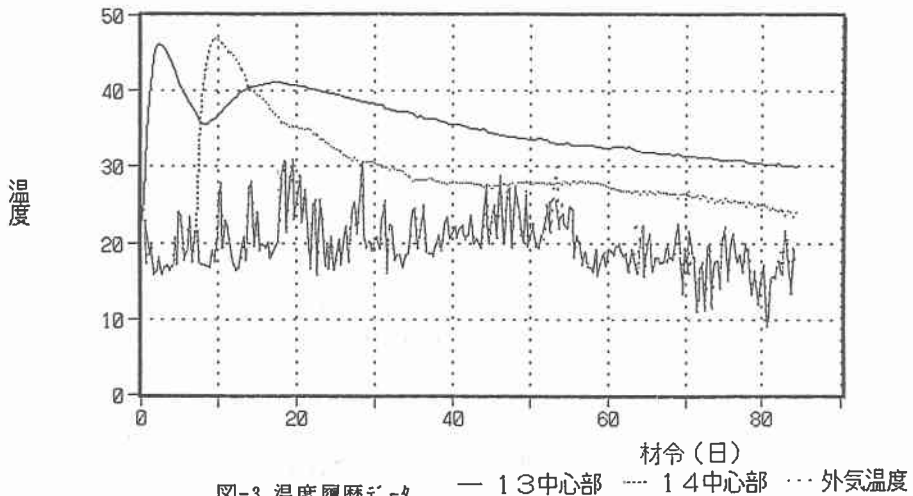


図-3 温度履歴データ

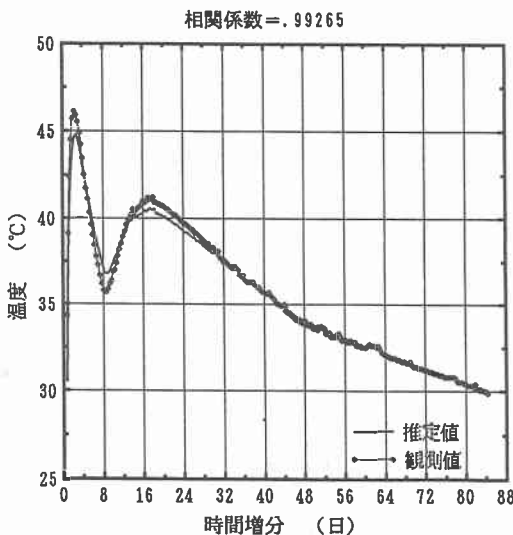


図-4 ARモデルによる再現値(全区間Data)

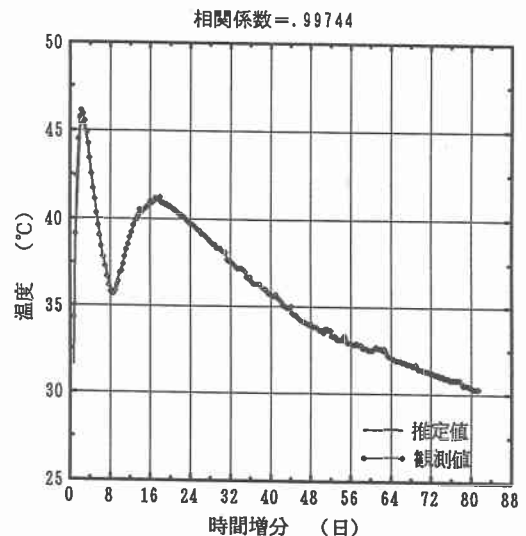


図-5 ARモデルによる再現値(区間3日)

まず、ARモデルを用いて全区間の観測値で係数を推定し、得られた係数より温度履歴の再現を行った結果を図-4に示す。次に、同じモデルで区間定常性を仮定し解析区間を時間方向に移動させ推定した係数で温度履歴を再現した結果を図-5に示す。

図-5, 6より観測値全区間による温度履歴の再現を行った結果より、区間定常性を仮定し解析区間を時間方向に移動させた結果のほうが、精度の高い再現値が得られている。

4.2 修正モデル

修正モデルにより全区間の観測値で係数を推定し温度履歴の再現を行った結果を図-6に示す。次に、同じモデルで各解析区間3日を時間方向に移動させ推定した係数により温度履歴を再現した結果を図-7に示す。

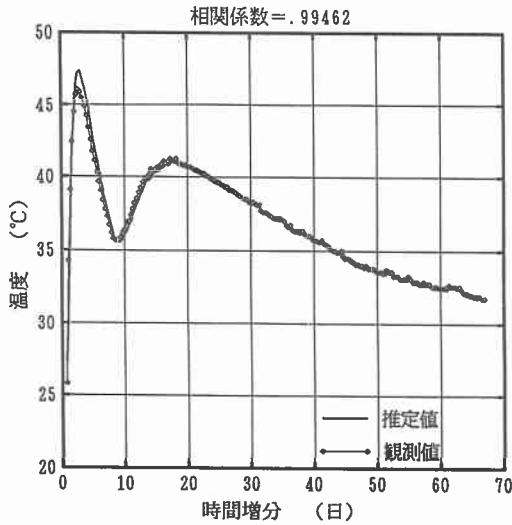


図-6 修正モデルによる再現値(全区間Data)

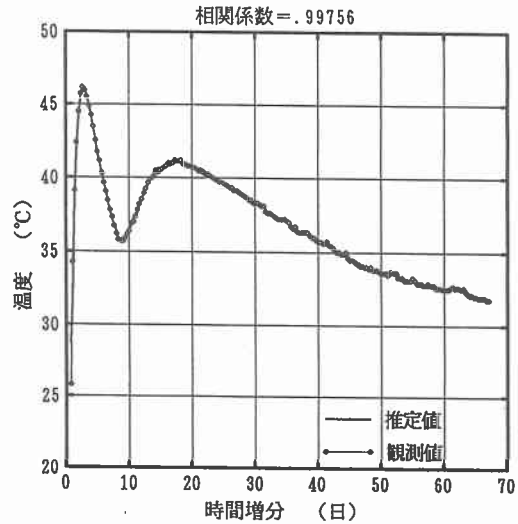


図-7 修正モデルによる再現値(区間3日)

同様に観測値全区間による温度履歴の再現より、解析区間を時間方向に移動させたほうが、精度の高い再現値が得られている。

5. 結論

本研究はマスコクリットの温度履歴データが正規性定常白色雑音を入力とする定係数線形フィルタの出力として仮定することにより、温度履歴を 1) 自己回帰(AR)モデルと 2) 自己回帰移動平均(ARMA)モデルの修正モデルで表現する定式化を示した。次に実際に得られたマスコクリットの観測データを用いて温度履歴の再現を行った結果、以下の結論を得た。

1) マスコクリットの温度履歴を正規性定常確率過程のSample過程を前提とした定式化において、観測値を用いてその係数を推定すれば温度履歴の再現値することができる。

2) 観測値全区間による温度履歴の再現より、区間定常性を仮定しかつ解析区間を時間方向に移動させたほうが、精度の高い再現値が得られる。今後、温度履歴の推定手法の開発を行う予定である。

(参考文献)

- 1) 徳丸栄勝・添田 喬・中溝高好・秋月影雄: 計数・測定(サンプリングデータ処理の理論と応用), 倍風館, 1982.
- 2) Hoshiya, M. and Maruyama, O., : Adaptive Identification of Autoregressive Processes. Jour. Engrg. Mech., ASCE117(7), pp. 1442-1454, 1991.