

## 塔状構造物のアクティブラコントロールについて

北海道大学工学部 正員 小幡 卓司
北海道大学工学部 学生員 下田 和敏
北海道大学工学部 正員 藤井 和宏
北海道大学工学部 正員 林川 俊郎
北海道大学工学部 正員 佐藤 浩一

1. まえがき

近年、土木構造物においても吊橋や斜張橋の主塔をはじめとして、地震や風に起因する振動を制御装置を付加することにより制御しようとする研究が盛んに行われている。この制振方法にはパッシブ制御とアクティブ制御に大別することができる。一般に、パッシブ方式の制振手法は複数のモードに対しての同時制振は困難であると考えられ、比較的不規則な外力を受ける土木構造物について、ある程度広範囲の振動数に応じた制振効果を期待する場合にはアクティブラコントロールが有利な場合が多くある。

アクティブ制振において重要な問題は、制御理論とリアルタイム制御を行うための演算時間である。演算時間の問題よりかつては実用化が困難であったアクティブラコントロールも、最近のマイクロプロセッサの性能の飛躍的な向上によりその応用が可能になりつつある。また、制御理論については、以前から多くの研究がなされた結果、現代制御理論、Fuzzy 制御、H<sub>∞</sub>制御等が注目されている。

そこで、本研究では、すぐれたロバスト性を有するが、メンバーシップ関数、制御規則の設計が難しいと言われている Fuzzy 制御理論と、ロバスト性に関しては Fuzzy 制御ほどではないが、システムの設計方法が理論的に確立されている最適レギュレータを用いた状態フィードバック制御を用いて、塔状構造物の振動制御を試みた。

具体的には、Fuzzy 制御理論と最適制御理論の両方により数値シミュレーションを行い、その有効性と特性について比較し、検討したのでここに報告するものである。

2. 構造物のモデル化と時刻歴応答解析

本研究では、図-1 のような 3 層の塔状構造物を 3 質点系にモデル化し、解析を行うこととした。図-2 に 3 質点系モデルを示す。構造物の振動特性を把握するために図-1 のような実験供試体を制作し、固有振動数、および減衰定数の測定を実施した。表-1 には解析に用いるパラメータを、表-2 に振動特性一覧表を、また図-3 に固有振動モードを示す。

一般に多自由度系の運動方程式は、式(1)の様に表すことができる。

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{x}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{x}(t)\} + [\mathbf{K}]\{x(t)\} = \{\mathbf{F}(t)\} + \{\mathbf{U}(t)\} \cdots \quad (1)$$

**M** : 質量マトリックス **C** : 減衰マトリックス

**K** : 剛性マトリックス **F(t)** : 外力ベクトル

**U(t)** : 制御力ベクトル

ここで、**U(t)** は各制御理論によって求められた時刻 *t* における制御力ベクトルである。多自由度系の時刻歴応答解析にはニューマークの  $\beta$  法を採用した。時間刻みは 0.01(sec)、 $\beta$  に関しては  $\beta = 0.25$  とし、減衰マトリックス **C** には Rayleigh 減衰マトリックスを用いた。

3. 解析理論3-1 最適制御理論（最適レギュレータの設計）

一般に最適制御理論による制御システムは式(2)、および式(3)のように表すことができる<sup>1)</sup>。

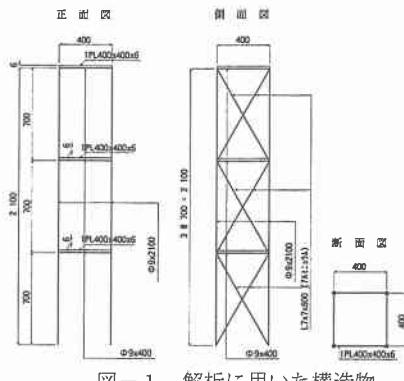


図-1 解析に用いた構造物

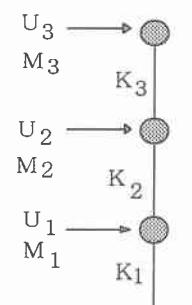


図-2 3 質点系モデル

$$\frac{d\{\dot{\mathbf{X}}_s\}}{dt} = [\mathbf{A}]\{\mathbf{X}_s\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{U}_s\} \quad \dots \dots \quad (2)$$

$$\{\mathbf{Y}_s\} = [\mathbf{D}]\{\mathbf{X}_s\} \quad \dots \dots \quad (3)$$

$\{\mathbf{X}_s\}$  : 状態ベクトル  $\{\mathbf{U}_s\}$  : 制御ベクトル

$[\mathbf{A}]$  : システム行列  $[\mathbf{B}]$  : 制御行列

$\{\mathbf{Y}_s\}$  : 出力ベクトル  $[\mathbf{D}]$  : 出力行列

ここで、式(2)は状態方程式、式(3)は出力方程式と称されるものである。式(1)を式(2)のように変形すると以下のような状態方程式が得られる。

$$\frac{d\{\mathbf{X}_{s1}\}}{dt} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{s1} \\ \mathbf{X}_{s2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \{\mathbf{U}_s\} \quad (4)$$

ここで、ある時刻  $t$  における状態ベクトルは各層の変位、速度を表し、制御ベクトルは制御力を表す。制御力  $\mathbf{U}_s$  は状態ベクトルとフィードバックゲインの積で表され、式(6)によって求められる。一般に、最適レギュレータの設計法では式(5)のような評価関数が最小になるよう式(6)に示すようなフィードバックゲイン  $[\mathbf{F}_s]$  を求める<sup>2), 3)</sup>。

$$J_d = \sum_{i=0}^{\infty} (\mathbf{X}_s^T \mathbf{Q}_d \mathbf{X}_s + \mathbf{U}_s^T \mathbf{R}_d \mathbf{U}_s) \geq 0 \quad \dots \dots \quad (5)$$

$$\{\mathbf{U}_s\} = -[\mathbf{F}_s] \cdot \{\mathbf{X}_s\} \quad \dots \dots \quad (6)$$

$[\mathbf{F}_s]$  : フィードバックゲイン

ここで、 $\mathbf{Q}_d, \mathbf{R}_d$  はそれぞれ状態ベクトルと制御ベクトルの重み行列である。本研究では式(5)の右辺第1項を構造系のエネルギー一状態を表現するものとみなし、 $\mathbf{Q}_d$  を表-1に示すような質量、および剛性を用いてフィードバックゲインを決定した。なお、制御力の最大値は 6.0 N と設定した。

### 3-2 Fuzzy 制御理論

Fuzzy 制御を行うためには、IF-THEN 規則群とそれに対応したメンバーシップ関数が必要である<sup>4)</sup>。制御規則はそれぞれの層の応答速度、応答加速度ならびに制御力をパラメータとした前件部 2 変数、後件部 1 変数からなる直接法による Fuzzy 推論を採用した<sup>5), 6)</sup>。本研究では以下のような推論規則例を 25 組設定し、解析を行った。図-4 に速度および加速度のメンバーシップ関数を、図-5 に制御力のメンバーシップ関数を示す。また、表-3 は今回用いた 25 規則の場合の規則表である。

規則例：もし加速度が負で、速度が負ならば、制御力は正で大

IF  $a$  is A and  $v$  is V THEN  $u$  is U

A : 加速度の Fuzzy 集合 V : 速度の Fuzzy 集合

U : 制御力の Fuzzy 集合

なお、Fuzzy 関係の合成法には max-min 合成を、確定値の計算には重心法を用いている。

表-1 解析に用いたパラメータ

	質量 (kg)	剛性 (kg/cm <sup>2</sup> )
上層	24.5	9248.0
中層	21.5	9248.0
下層	19.2	9248.0

表-2 振動特性値一覧表

	1次モード	2次モード	3次モード
$\omega$ (rad/s)	8.943	26.026	37.997
f (Hz)	1.423	4.242	6.047
T (s)	0.703	0.241	0.165
$\zeta$ (%)	0.36	0.25	

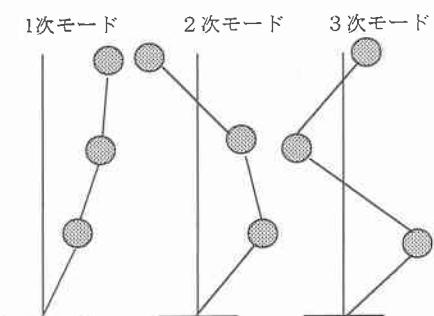


図-3 固有振動モード

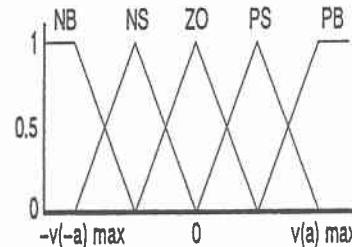


図-4 速度・加速度のメンバーシップ関数

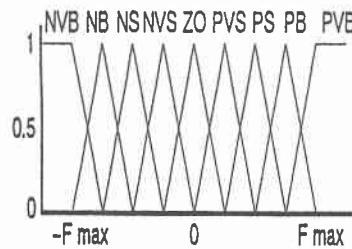


図-5 制御力のメンバーシップ関数

ここで、上層に制御力を作用させた場合、固有振動モードより、1次モードに関しては良い制振効果が得られるが、3次モードに対しては最上層の振幅が小さいために、1次モードと同一のメンバーシップ関数では十分な制振効果が期待できないことが予測される。

そこで本研究では、ある時刻  $t$  における卓越振動モードを各層の変位から推定し、各モードに応じたメンバーシップ関数を用いて制振を行うものとした。具体的には、メンバーシップ関数の  $|v_{MAX}|$ 、 $|a_{MAX}|$  を変化させることにより、観測された状態量に対する制御力の発生感度の調整を行った。表-4にそれぞれのモードに対する  $|v_{MAX}|$ 、 $|a_{MAX}|$  の例を示す。

また、制御力の最大値は最適制御と同様に図-5のメンバーシップ関数で  $F_{MAX} = 6.0 \text{ N}$  に設定した。

#### 4. 解析結果

前述のような2つの制御理論を用いて、表-5に示すような12ケースについて時刻歴応答解析を行った。表-5における“上層制御”“中層制御”および“下層制御”とは、制御力の作用位置を表している。また、“自由振動”における“1次卓越”等においては1次～3次モードが卓越するような初期変位を設定し、その際の応答を解析した。“強制振動”に用いた入力地震波については1993年1月15日に発生した釧路沖地震の際に千代田大橋において観測された橋軸方向の加速度応答波形を最大加速度 100.0(gal)として使用することとし、解析には主要動部分のみを使用した。図-6に入力地震波の概形を、図-7に解析に使用した入力地震波のフーリエスペクトルを示す。図-8～11にそれぞれの制御理論を用いて、中層に制御力を作用させた場合における、“自由振動（1次卓越）”と“強制振動”的な応答の比較を示す。なお、図中の細線は無制御時の応答を表している。

表-3 規則表

	NB	NS	ZO	PS	PB
NB	PVB	PVB	PB	PVS	NVS
NS	PVB	PB	PS	ZO	NS
ZO	PB	PS	ZO	NS	NB
PS	PS	ZO	NS	NB	NVB
PS	PVS	NVS	NB	NVB	NVB

表-4 各モードに対して設定した

$|v_{MAX}|$ 、 $|a_{MAX}|$  の値

中層制御	$ v_{MAX} $ (cm/sec)	$ a_{MAX} $ (cm/sec <sup>2</sup> )
1次モード	1.05	1.58
2次モード	1.05	1.58
3次モード	1.18	1.76

表-5 時刻歴応答解析ケース

	自由振動	強制振動
上層制御	1次卓越	釧路沖地震 (千代田大橋)
	2次卓越	
	3次卓越	
中層制御	1次卓越	釧路沖地震 (千代田大橋)
	2次卓越	
	3次卓越	
下層制御	1次卓越	釧路沖地震 (千代田大橋)
	2次卓越	
	3次卓越	

図-6に入力地震波の概形を、図-7に解析に使用した入力地震波のフーリエスペクトルを示す。図-8～11にそれぞれの制御理論を用いて、中層に制御力を作用させた場合における、“自由振動（1次卓越）”と“強制振動”的な応答の比較を示す。なお、図中の細線は無制御時の応答を表している。

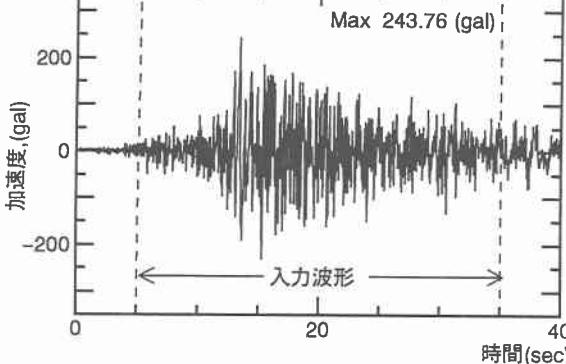


図-6 入力地震波の概形

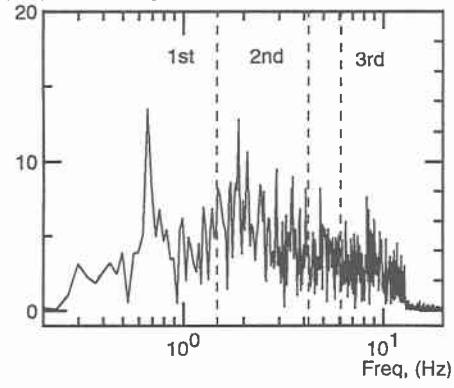


図-7 入力地震波のフーリエスペクトル

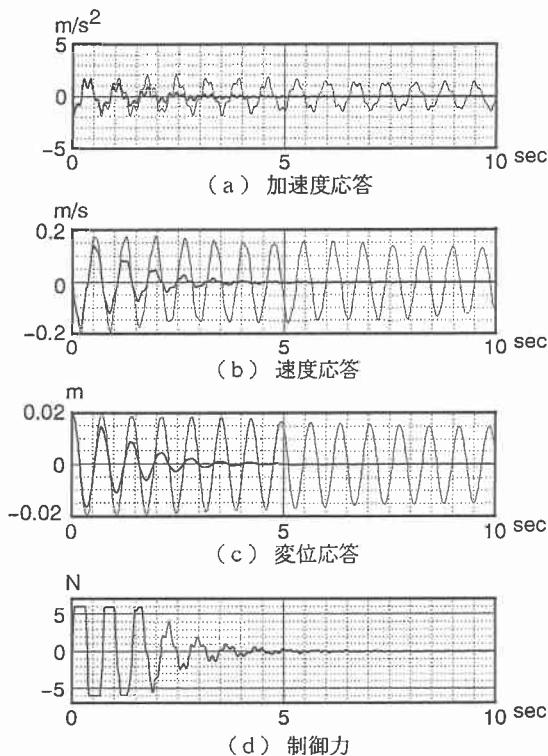


図-8 自由振動の応答（最適制御、1次卓越）

“自由振動”における応答加速度に着目すると（図-8 (a)、図-9 (a)参照）、応答加速度の履歴は定性的に、初期の約3秒間は、1次の振動成分に対して制御力が有効に働き、その後、残留した高次の振動成分に対し作用すると思われる。しかし両理論の特性について比較すると、若干の相違が認められる。最適制御の場合、残留している応答加速度の振動数は3次の振動数を示している。Fuzzy 制御の場合、その波形が最適制御よりも滑らかであり、2次の振動数が残留していることがわかる。。この結果より最適制御の場合の制振効果は1次と2次の振動成分に対し有効に、かつ同時に働くと思われ、Fuzzy 制御の場合は、1次と3次の振動成分に対し有効であると考えられる。

応答速度については（図-8 (b)、図-9 (b)参照）、最適制御と Fuzzy 制御ではその制御力の効き具合いの違いが表れている。最適制御の場合、応答速度の振幅が指數関数的な減衰をしているのに対し、Fuzzy 制御の場合の振幅の減衰過程は直線的に小さくなっていることがわかる。

応答変位について比較すると（図-8 (c)、図-9 (c) 参照）、最適制御の場合、応答変位は初期の5.0秒間程で完全に構造物の振動が停止していることがわかる。一方、Fuzzy 制御の場合、初期の5.0秒間を過ぎても非常に小さな振動が残留しているが、この振動は、最適制御の結果と比較してほぼ停止していると判断しても良いと考えられる。この結果より構造物の応答変位については両制御理論において同程度の制振効果が発揮されていると思われる。

制御力の出力履歴を両理論について着目すると（図-8 (d)、図-9 (d) 参照）、最適制御を用いた場合、最大制御力の出力時間が初期の約2.0秒間であるのに対し、Fuzzy 制御の場合、約4.2秒間で、およそ2倍程度であることがわかる。これは、前述の制振効果の効き具合に関係すると考えられる。最適制御の場合、最大制御力が発生されなくなる約2.0(sec)のときの応答速度の値は、図-8 (b)より約0.04(m/sec)である。また、

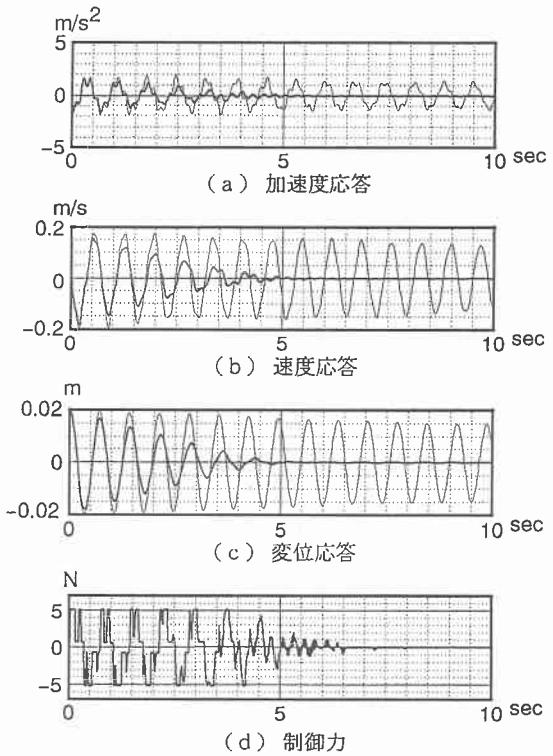


図-9 自由振動の応答（Fuzzy 制御、1次卓越）

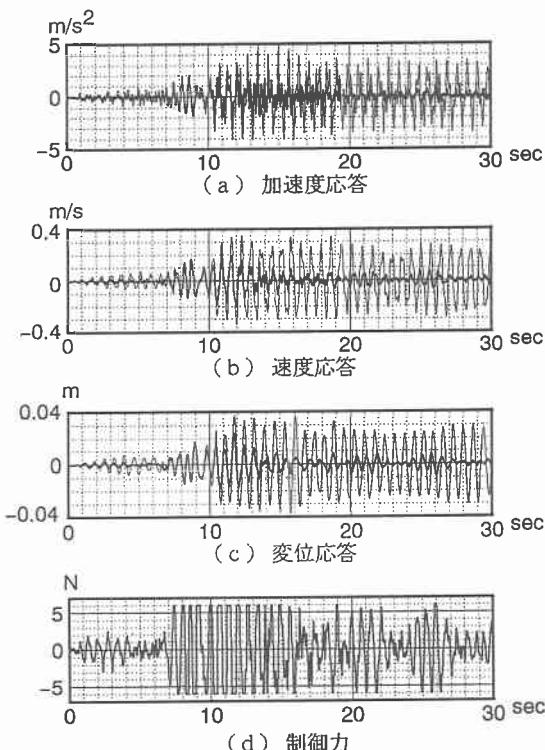


図-10 強制振動の応答（最適制御、地震波入力）

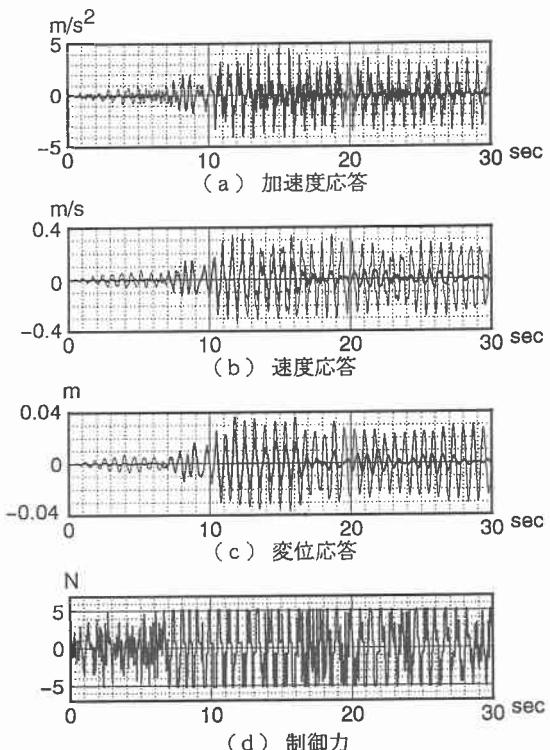


図-11 強制振動の応答（Fuzzy 制御、地震波入力）

Fuzzy 制御の場合、約 4.2(sec)で制御力の最大値が输出されなくなる。そのときの応答速度の値は、図-9 (b)より約 0.03( $m/sec$ )で、同程度の応答速度が出力されている。この結果より最適制御の方が同程度の、加速度、速度、変位の応答を得るための制御力による仕事量は最適制御の方が小さいと考えられる。

次に地震波入力による強制振動について考察を試みる。まず応答変位については（図-10 (c)、図-11 (c) 参照）、最大応答値が両方の制御理論とも、ほぼ同程度であることがわかる。無制御の最大応答値は 11.8(sec)で 0.037(m)であるが、制御力を作用させた場合、最適制御の場合では約 65%程に、Fuzzy 制御の場合では約 70%に低減されている。しかし、最適制御の場合、応答変位の片振幅が 0.01m を上回る時間が時刻 8.2(sec)から 13.6(sec)までの約 5.4 秒間であるのに対し、Fuzzy 制御の場合、およそ 8.5 秒間である。このことから、両者の振幅抑制効果は最適制御の方がやや優れていると考えられる。しかしながら両者の差はわずかであり、地震に対する全ての応答値（加速度、速度、変位）を全体的にとらえれば、構造物の振動に対する制振効果は両理論ともに、同程度の効果が発揮されていると考えられる。

制御力の出力結果に着目すると（図-10 (d)、図-11 (d) 参照）、最適制御と Fuzzy 制御理論の制御力の出力履歴の傾向はほぼ同じといえる。その履歴は初期の約 7.0 秒間は出力値の振幅変動が小さく、その後、最大制御力が発生されている。しかし、最適制御の場合、フィードバックされる状態量が変位と速度であるため、初期の制御力の出力履歴は応答変位の履歴の影響を受け、応答変位特性に対応した制御力の出力特性を示すと考えられる。Fuzzy 制御については、発生される制御力に用いられる状態量は加速度と速度であるために小さいレベルの応答変位でも、応答加速度の履歴に敏感に反応して変動の激しい制御力の出力特性になるとを考えられる。

## 5. あとがき

以上のように本研究では、アクティブ振動制御における最適制御理論と Fuzzy 制御理論の両方により数値シミュレーションを行い、その有効性と特性について比較検討を加えたものである。

解析結果から、Fuzzy 制御理論、最適制御理論とともに、ほぼ同程度の制振効果を期待できると思われる。自由振動に対する制御では両者とも 5 秒程度で急速に振動が抑制され、また地震波を入力した強制振動の場合も、地震波の主要動が構造物に作用した際、全ての応答値に対する変動振幅のかなりの低減効果が発揮し得ることが確認できた。しかしながら、両理論についてわずかながらの制振特性の差違が認められた。最適制御を用いた場合の解析結果より、その自由振動についての応答値には指數関数的な減衰効果が認められ、制御力の発生履歴はその応答変位特性に類似する傾向があると思われる。一方、Fuzzy 制御理論による制振特性は、最適制御による応答値とは若干異なり、自由振動に対する制御の場合には、応答値の変動振幅には直線的な減衰効果が認められ、制御力の発生はその応答加速度に敏感に反応する傾向を示すと考えられる。

両理論の制御システムの設計の容易さを考えたとき、最適制御理論については、そのロバスト性についてはやや不安があるものの、設計手法が理論的に確立されているために比較的容易である。また、Fuzzy 制御を制御システムに適用する場合には、一般的に言われるように、制御規則の選択、メンバーシップ関数の設定と調整にかなりの経験が必要となる。

したがって今後の課題としては、Fuzzy 制御における制御規則、メンバーシップ関数等の定量的かつ汎用的な設計手法を確立することが必要であると思われる。

### 【参考文献】

- 1) 白石昌武：入門現代制御理論，啓学出版，1987.
- 2) C Q 出版社：インターフェース 9 月号, pp.75-179, 1993.
- 3) 小野裕幸：Mathematica D S P と制御, TOPPAN, 1992.
- 4) 小幡卓司、林川俊郎、桑島正樹：歩道橋の振動使用性に関する一考察，構造工学論文集 Vol.39A, pp.793-799, 1993.
- 5) 斎藤慎吾、小幡卓司、及川昭夫、林川俊郎、佐藤浩一：Fuzzy 制御理論を用いた構造物のアクティブ制振に関する解析的研究，土木学会第 49 回年次学術講演会概要集第 1 部, pp.1256-1257, 1994.
- 6) 小幡卓司、斎藤慎吾、林川俊郎、佐藤浩一：Fuzzy 制御理論を用いた塔状構造物のアクティブ振動制御について、鋼構造年次論文報告集第 2 卷, pp.281-286, 1994.