

I-57

水中線状構造物の自由振動特性

北海道大学工学部 学生員 田 尻 太 郎
 北海道大学工学部 正 員 三 上 隆
 北海道大学工学部 正 員 角 田 與史雄

1. はじめに

我国の経済および社会の発展に伴い、広域的な地域の活性化を図るため、全国各地で様々なプロジェクトが構想されている。このような社会の動きに対応して、特に国土の狭い我国は、新たな海洋構造物の開発が重要な課題である。海洋構造物のうち、固定式構造物や浮体式構造物に対する研究は数多くなされているが^{1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10)}、本研究で取り上げた浮力を利用して水中に位置する構造物の研究は比較的少ない¹³⁾。また解析においては、例えば浮体式構造物については一般に、構造全体あるいは一部を剛体とみなし、構造断面内における二次元解析が多い。

そこで本研究では、係留索で支持された水中にある線状構造物を取り上げ、波浪や地震下の動特性を把握する上で欠かせない固有振動問題を、構造物の剛性を考慮した構造一流体系の連成振動問題として解析し、構造の全長、係留索剛性等の基本的振動特性(固有値、固有モード、付加質量)に与える影響の検討を行った。なお解析には、構造物に対しては梁要素を用いた有限要素法で、流体に対しては外部級数解との接続を伴うハイブリッド境界要素法で定式化した。ハイブリッド境界要素法は、流体解析領域を構造付近の内部領域と、無限遠へ開いた外部領域とに分け、内外領域の境界(開境界)に仮想境界を設けるもので、単純な形状である事の多い外部領域については固有関数展開にもとづいた解析解、内部領域については通常の境界要素法を用いて、開境界において両者を接続する手法であり、比較的簡便な計算法である。

2. 固有振動数方程式

解析モデルは図-1に示したものをを用いる。構造本体には水中構造物の基本的動特性を評価する目的で中空円断面を用い、それを軸直交方向の断面内で左右対称な係留索で支持して外力に抵抗する。図で H_w は水深、 H_s は構造の全長(水路幅)、 H_b は設置水深、 θ は係留索設置角であり、 A_R は円断面の半径である。構造本体は矩形水路を直角に横断するものとする。なお以下の定式化で、構造の運動は3次元の微小振動、流体は3次元の非圧縮性渦無し完全流体として、係留索と流体の連成効果は無視した。また水面での自由表面条件は、速度ポテンシャル値を0とする条件を用いた。

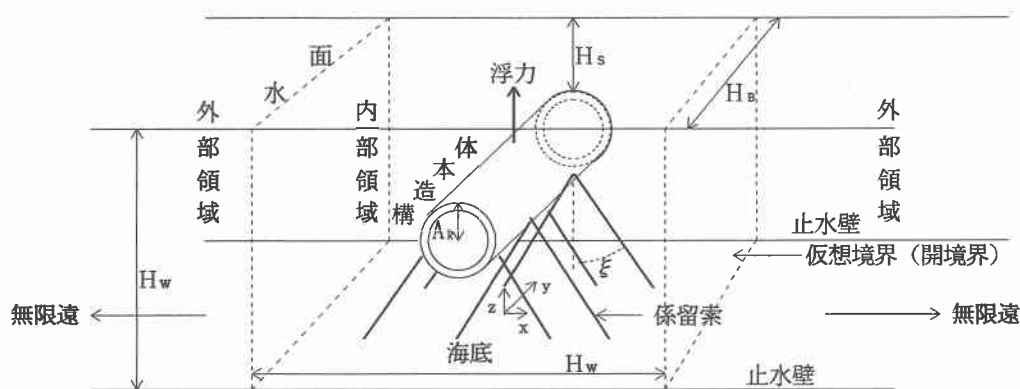
流体との連成下にある構造の固有振動数方程式の導出にあたっては、図-1の構造本体と係留索を、図-2に示した梁要素の有限要素法で離散化する。梁の曲げの変位関数には3次関数を、軸方向とねじりの変位関数には1次関数を用いる。

流体の影響を考慮した構造の運動方程式を周波数領域で考えたものは、次式となる。

$$(-\omega^2 [M] + ([K] + [K_G])) \{X\} = \{F\} \quad (1)$$

ここで ω は固有円振動数、 $[M]$ は整合質量マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $[K_G]$ は係留索に作用する初期張力から定まる幾何学的剛性マトリックスであり、初期張力は構造全体の自重と浮力より求めた。 $\{X\}$ と $\{F\}$ は、構造の変位ベクトルと流体動圧力による等価節点力であるが、ここでは自由振動問題に限定しているため、その振幅を表している。

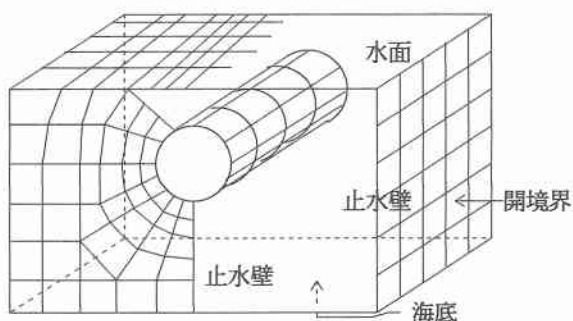
The Characteristics of The Free Vibration of Submerged Floating Line Structures
 Taro TAJIRI, Takashi MIKAMI and Yoshio KAKUTA



図—1 解析モデル



図—2 構造のモデル化



図—3 内部領域表面の境界要素分割

流体の定式化にあたっては、図—1の解析領域の x 方向が無限遠へ開いた開領域となるため、図—1に示すように解析領域を構造付近の内部領域と、その外側の外部領域に分割する^{2) 3) 4) 12)}。外部領域には解析解を用い、内部領域には境界要素法を用いる。

外部領域の速度ポテンシャルを ϕ とすれば、

$$\Delta \phi(x, y, z) \cos \omega t = 0 \quad (2)$$

が成り立つ。ただし Δ は、 x, y, z に関するラプラシアンで、時間成分として $\cos \omega t$ を仮定する。式

(2)を変数分離で解き、止水壁・海底で法線流速0、 $x = \pm \infty$ で静水及び、水面と無限遠のポテンシャル値を0に定めると、

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} e^{\pm kx} \cos ry \cos sz \quad (3)$$

が得られる。ここで $r = m\pi/H_b$, $s = (2n+1)\pi/(2H_w)$, $k = (r^2 + s^2)^{1/2}$ である。

A_{mn} は未定数であり、内部領域の境界要素方程式を解くときに同時に定まる。

内部領域の境界要素方程式は次式を用いた。

$$\frac{1}{2\pi} \alpha p(\xi, \eta, \rho) + \int_{\Gamma} p q^* ds - \int_{\Gamma} q p^* ds = 0 \quad (4)$$

ここで Γ は内部領域の境界を表し、 p, q は境界上のポテンシャル値と法線流速値、 (ξ, η, ρ) は基本解の特異点、 $\alpha p(\xi, \eta, \rho)$ は自由項である。基本解 p^* には単純基本解を用いている。式(4)を図-3に示した境界要素で離散化し、境界条件及び、図-1の開境界において式(3)を考慮すると、無限遠までの境界条件を含んだ離散化方程式(5)が得られる。

$$[H] \{Y\} = -[B] \{q\} \quad (5)$$

式(5)において $[H]$ と $[B]$ は、境界方程式(4)を離散化して得られるマトリックス、 $\{q\}$ は構造表面での未知の外法線流速値からなるベクトル、 $\{Y\}$ はそれ以外の全ての境界未知数からなるベクトルとなる。

次に構造-流体の連続条件は、構造速度の内法線成分の構造表面での積分が、同じ領域の流体法線速度の表面積分に等しくなるので、構造節点変位の形状関数と流速値の形状関数(境界要素のものをを用いた)及び、構造表面の内法線単位ベクトルとから定まる行列 $[D]$ を導入すれば、

$$\{q\} = \omega [D] \{X\} \quad (6)$$

と書ける。最後に構造への動圧力にはベルヌーイ式の2次の項と静水圧の部分を省略した、

$$f = -\omega \rho_0 p \quad (7)$$

を用いる。式(7)で p は構造の各節点におけるポテンシャル値、 f は同じ点の圧力値、 ρ_0 は流体密度である。構造の運動方程式は梁要素に基づくので、構造本体の断面において式(7)の合力をとり梁への分布荷重におきかえ、それに梁の形状関数をかけて等価節点力に変換する。圧力分布を表す形状関数(境界要素の形状関数を用いた)と梁の形状関数及び、断面形状より定まる行列を $[T]$ として¹¹⁾、

$$\{F\} = -\omega \rho_0 [T] \{p\} \quad (8)$$

となる。ここで $\{F\}$ は構造への等価節点力ベクトル、 $\{p\}$ は構造表面でのポテンシャル値からなるベクトルである。式(1)、(5)、(6)、(8)により、流体を考慮した固有振動数方程式は、

$$(-\omega^2 ([M] + [M_e]) + ([K] + [K_e])) \{X\} = 0 \quad (9)$$

となるが、式(9)の付加質量マトリックス $[M_e]$ は、

$$[M_e] = \rho_0 [T] [h] [D] \quad (10)$$

と表される。ただし $[h]$ は、 $[H]^{-1} [B]$ の $\{p\}$ に対応する部分行列で、構造への動圧力は、

$$\{f\} = \omega^2 [h] [D] \{X\} \quad (11)$$

から計算される。 $\{f\}$ は、構造表面節点上の圧力分布を表すベクトルである。

3. 数値解析

パラメータ解析を行うために、次のような基準断面諸元を設けた。基準の諸元には*をつけて表す。図-1の設置水深 $H_s^* = 60\text{m}$ 、水深 $H_w^* = 200\text{m}$ 、内部領域の x 方向幅は H_w^* 、構造本体断面半径 $A_s^* = 11.5\text{m}$ 、係留索設置角 $\delta^* = 30^\circ$ 、構造の全長(水路幅) $H_s^* = 200\text{m}$ 、図-2の係留索支間 $B_s^* = 50\text{m}$ とする。また構造本体のヤング率(E_1^*)と密度(ρ_1^*)はコンクリート、係留索のそれら(E_2^*, ρ_2^*)は鋼材(3.2を除く)とし、構造本体と係留索の断面積、断面二次モーメントはそれぞれ、 $69\text{m}^2(A_1^*)$ 、 $0.09\text{m}^2(A_2^*)$ 、 $4190\text{m}^4(I_1^*)$ 、 $0.00967\text{m}^4(I_2^*)$ とする。パラメータには構造の全長 H_s と係留索の伸び剛性 $E_2 A_2$ をとり、他は基準のものをを用いた。梁としての構造の境界条件は固定支持とした。さらに結果の整理にあたっては、係留索は伸び剛性、構造本体は曲げ剛性が支配的と考えて、式(12)の無次元化固有円振動数 Ω を用いる。ここで ω は式(9)における無次元化していない固有円振動数である。

$$\Omega = \omega \sqrt{\frac{H_s^{*4} \rho_1^* A_1^*}{E_1^* I_1^*}} \quad (12)$$

次に付加質量係数 δM は、付加質量を考慮しない固有円振動数を Ω_0 、付加質量を考慮した固有円振動数

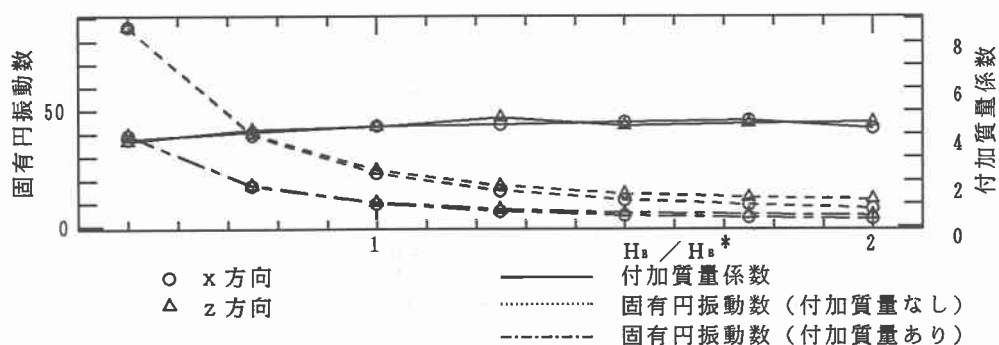


図-4 構造全長に対する固有円振動数と付加質量係数



図-5-(1) 変位モード：x 方向， $H_b / H_b^* = 2.0$



図-5-(2) 変位モード：z 方向， $H_b / H_b^* = 2.0$

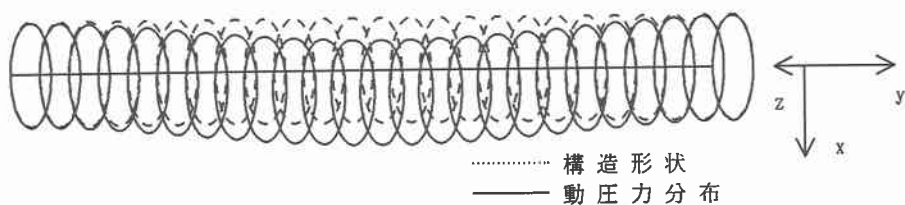


図-6-(1) 動圧力分布：x 方向， $H_b / H_b^* = 2.0$

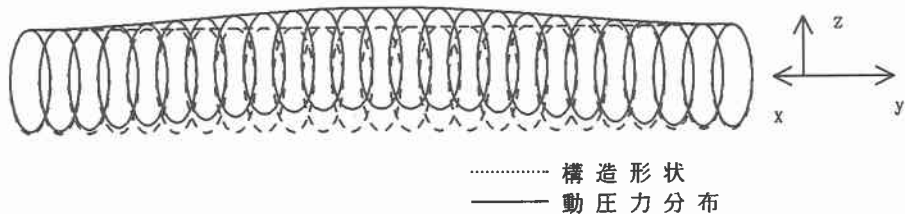


図-6-(2) 動圧力分布：z 方向， $H_b / H_b^* = 2.0$

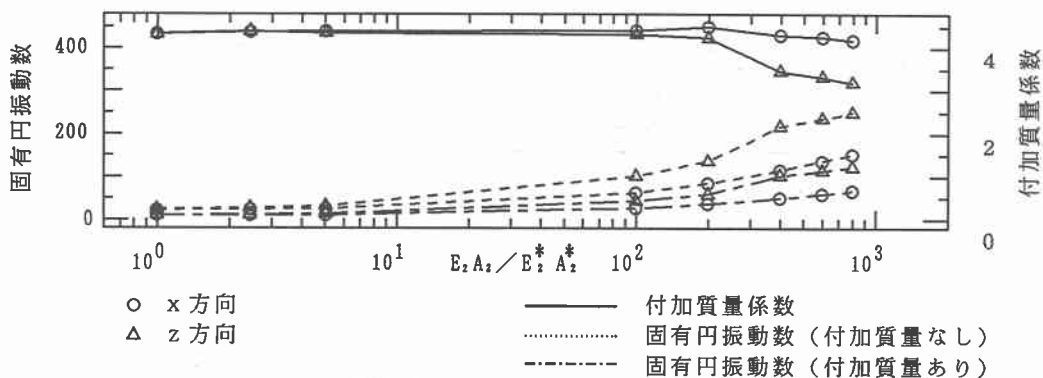


図-7 係留索剛性に対する固有円振動数と付加質量係数

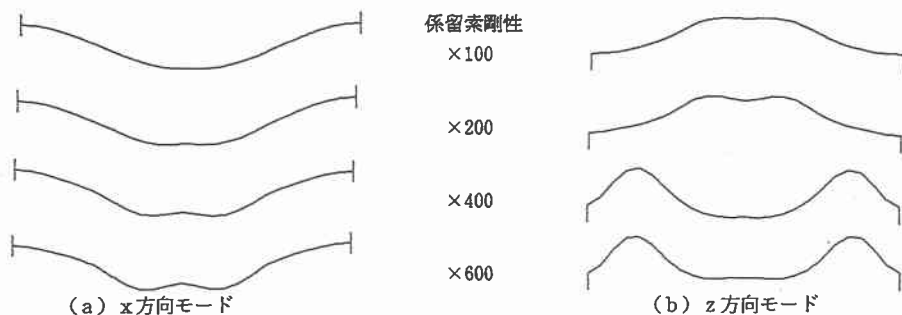


図-8 係留索剛性を变化させたときの変位モード

を Ω とした時、

$$\delta M = \Omega_0^2 / \Omega^2 - 1$$

(13)

によって計算した。

なお要素分割の収束性は、構造本体に対して係留索支間 3 分割以上、係留索 5 分割以上で、流体領域表面に対しては、止水壁 48 分割以上、開境界・水面とも 36 分割以上、構造表面は周×長軸方向で係留索支間あたり 180 分割以上で収束を確認した。

3.1 付加質量に関する構造の全長の影響

図-4 に、構造の全長 H_b の変化に対する固有円振動数と付加質量係数を示す。以後、図に付された x 、 z は、図-1 の座標系の x 方向、 z 方向の運動が卓越する最低次の固有振動数を意味する。また横軸は、パラメータにとった全長 H_b と基準の全長 H_b^* との比 H_b/H_b^* を表し、縦軸は固有円振動数または付加質量係数である。この時係留索は、 H_b に比例して設置箇所を増やす。

図-4 より付加質量係数はほぼ一定値であるが、全長の増加とともに若干の増加傾向にある。図-5- (1)、(2) は、 $H_b/H_b^* = 2.0$ の変位モードで、構造本体天端部の変位を示した。 H_b の変化、付加質量の有無に関わらず、モード図はほとんど変化しなかった。図-5- (1)、(2) の運動に対する動圧

力が図一6一(1), (2)である。構造形状からの外法線方向に圧縮圧力の縦距を表わしている。長軸方向の動圧力分布は、変位モードに比例する形となり、一断面上では周方向に対して、ほぼ正弦または余弦的な分布をなし、法線流速に比例している。

3.2 付加質量係数に関する係留索の剛性の影響

ここでは構造本体の剛性、構造の全長、係留索設置個数等を一定とし、固有周期・付加質量への係留索の伸び剛性の影響を調べるために、基準伸び剛性を1倍～800倍の範囲で変化させた。図一7はその時の固有円振動数及び付加質量係数である。図一8に、各剛性に対する変位モードを示す。図一7及び8より、x方向のモード図は剛性がかかなり大きくても余り変化せず、付加質量係数も目立った変化を起こさない。それに対してz方向のモード図は、係留索伸び剛性が200倍を境に大きく変化し、付加質量係数にも影響が現れる。これは構造本体長軸方向単位長さ当たりの係留索伸び剛性が、z方向のほうが大きいためと思われる。

4. まとめ

FEMとBEMを用いて水中線状構造物の固有振動解析を取り上げ、構造全長・係留索伸び剛性によるパラメータ解析を行った。その結果として、次のような傾向がみられる。

- 1) 付加質量係数は、構造の剛性が増加し、変形しにくくなるとともに減少する傾向にある。
- 2) 動圧力は、構造表面の法線流速値にほぼ比例する。

参考文献

- 1) 榎木享編, 波と漂砂と構造物 第二章, pp.51～148, 技報堂出版 1991.
- 2) 瀬戸秀幸, 水面波動問題における開境界処理と数値計算法, 日本造船学会誌第638号, pp.2～16, 日本造船学会, 1982.
- 3) 井島武夫 周宗仁, グリーンの公式による二次元水面波の境界値問題の解析, 土木学会論文報告集第252号, pp.57～71, 土木学会, 1976.
- 4) 井島武夫 吉田明德 山本智夫, 任意断面浮体の2次元係留運動と波の変形, 土木学会論文報告集第272号, pp.53～63, 土木学会, 1978.
- 5) 清川哲志 大山巧, ハイブリッド法による軸対称構造物に作用する流体力および周辺場の解析, 土木学会論文集第345号/Ⅱ-1, pp.131～141, 土木学会, 1984.
- 6) 小林昭夫 増田光一 高木儀昌 佐久田昭 加藤渉, Hybrid型境界要素法を用いた海洋構造物に作用する流体力解析について, 第一回境界要素法シンポジウム研究発表論文集, pp.25～30, 1984.
- 7) 松井徹哉 加藤賢治 白井貴志, 境界要素法による海洋波の回折・発散問題の解析, 第一回境界要素法シンポジウム研究発表論文集, pp.31～36, 1984.
- 8) 加藤賢治 松井徹哉, 境界要素法による波浪中の近接浮体群に働く流体力解析, 境界要素法論文集第2巻, pp.185～190, 1985.
- 9) 川上哲太郎 北原道弘, 積分方程式法による構造物一流体系の動的応答解析, 境界要素法論文集第2巻, pp.191～196, 1985.
- 10) K. Kakuda and N. Tosaka, NUMERICAL ANALYSIS OF COUPLED FLUID-ELASTICITY SYSTEMS USING THE BOUNDARY ELEMENT METHOD, Boundary Elements, pp.1005～1016, Springer-Verlag, 1983.
- 11) 鷲津久一郎監修, 境界要素法—基礎と応用 第10章, pp.231～243, 丸善株式会社, 1982.
- 12) 田尻太郎 三上隆 芳村仁, FEMとBEMを用いた水中構造物の自由振動解析, 構造工学論文集 Vol.40A, pp29～37, 1994年3月.
- 13) Pro. of the third symposium on strait crossing, Alesund, 1994.