

I-6 曲げと曲げねじりによる I 形断面部材の塑性域について

北海道大学工学部 正 員 平沢秀之

北海道大学工学部 学生員 鈴木淳一

北海道大学工学部 正 員 林川俊郎

北海道大学工学部 正 員 佐藤浩一

1. まえがき

連続はりまたはラーメン構造の終局荷重の計算は、全塑性モーメントと塑性ヒンジの概念に基づく解析方法が主に用いられるが、解析を簡単にするために、塑性ヒンジは材軸上の 1 点に集中して起こり、塑性域の広がりは無視するという仮定に従っている¹⁾。このため初期降伏してから全塑性に達するまでの部材の剛性を過大に評価することになる²⁾。また塑性域が部分的に存在することによるモーメントの再分配の効果が得られないといった欠点を有する。塑性域の広がりを考慮した解析法としては、成行ら³⁾による $M-\phi$ 関係式を用いた方法等がある。著者らもこれまではりや格子桁に対する解析法として、断面に作用する曲げモーメントやねじりモーメントから塑性域の広がりを求め、弾性域のみの剛性を考慮する方法を用いて崩壊解析を行っている⁴⁾。本報告ではこれまでの矩形断面や円形断面の部材を扱った解析に対し、I 形断面对象とし、曲げねじり応力による塑性域の広がりを考慮して解析を行った。本解析法は I 形断面をもつ平面構造物や、格子桁等に应用することが可能であるが、ここでははりに限定し、数値計算例を示すことにする。

2. 解析方法

2. 1 解析上の仮定

(1) 材料は図-1 に示すような応力-ひずみ曲線となるような完全弾塑性体とし、ひずみ硬化は考慮しない。

図中の σ_y は降伏応力、 ϵ_y は降伏ひずみ、 E は弾性係数を表すものとする。

(2) 降伏は曲げモーメントと曲げねじりモーメントによって生じるものとし、純ねじりモーメントの影響は小さいものとして⁵⁾、無視する。

(3) 部材要素は全断面弾性の範囲内では、一定な断面を有する直線部材とする。断面内の一部が降伏し、それ以外の部分が弾性範囲内であるときは、降伏した部分は無視し、弾性の部分の剛性のみを考慮するものとする。

(4) 幾何学的な非線形性は無視し、微小変位理論によるものとする。部

材の局所的な、あるいは全体座屈現象は生じないものとし、はりの

崩壊は材料の塑性化によってのみ生じるものとする。

(5) はりの断面は 2 軸対称断面とする。

(6) 仮定(3)により断面内の降伏した部分が無視すると、非対称断面となるが、そのために生じるせん断中心のずれは無視する。

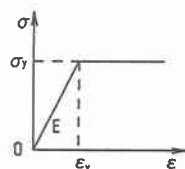


図-1 応力-ひずみ曲線

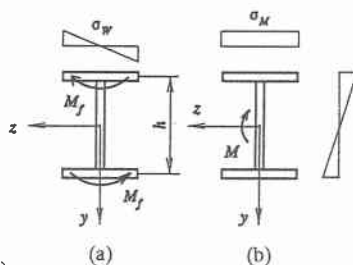


図-2 曲げねじりと曲げ

2. 2 曲げと曲げねじりによる応力分布

I 形断面部材に曲げねじりモーメント W が生じているとき、図-2 (a) のように、上下フランジには互いに逆向きの 1 対の曲げモーメント M_f が

生じ、これらが断面にそりを与えているとみなすことができる。ここで W と M_f は次式の関係がある。

$$W = hM_f \tag{1}$$

この I 形断面のフランジに生じる垂直応力 σ は、 M_f による σ_w と、 z 軸回りに作用する曲げモーメント M による σ_M を合成したものである。この σ は σ_w 、 σ_M の大小によりいろいろな分布を呈するが、モーメントの向きを図-2の矢印の向きに固定して考えると、図-3の応力分布に分類することができる。図-3のそれぞれの応力分布について、フランジの左側縁応力を正と仮定すると、①～⑧は以下ようになる。①：弾性域。②：左側及び右側縁応力は共に正でかつ左側縁応力は降伏応力に達している。③：②で右側縁応力が負。④：左右の縁応力がそれぞれ正負でかつ共に降伏応力に達している。⑤：②でフランジ中央部においても降伏応力に達している。⑥：③でフランジ中央部においても降伏応力に達している。⑦：④でフランジ中央部においても降伏応力に達している。⑧：全塑性状態。

2. 3 m と w の相関曲線

図-3のような応力分布をそれぞれの場合について断面内において積分すれば、この断面に生じる曲げモーメント M と曲げねじりモーメント W (式(1)より)を得ることができる。ここで M_0 、 W_0 をそれぞれ全塑性曲げモーメント、全塑性曲げねじりモーメントとし、

$$m = \frac{M}{M_0}, \quad w = \frac{W}{W_0} \tag{2}$$

とおいて無次元化し、図-3の①～⑧のそれぞれの応力状態に対する m 、 w の相関図を描くと図-4のようなになる。図-4において最も外側の曲線は全塑性となる状態を表しており、図-3⑧の応力分布となる場合を示したものである。応力の分布から m 、 w の関係式を求めると次式となる。

$$w = 1 - \frac{1}{16} \{ (4 + \alpha)m - \alpha \}^2 \quad \left(\frac{\alpha}{4 + \alpha} \leq m \leq 1 \right)$$

$$w = 1 \quad \left(0 \leq m \leq \frac{\alpha}{4 + \alpha} \right)$$

ここで、 $\alpha = (mh)/(t_f b)$ 、 t_f :ウェブ厚、 t_f :フランジ厚、 h :ウェブの高さ、 b :フランジ幅である。

2. 4 部材要素の塑性域

今、I 形断面部材のフランジにおける塑性域が、図-5(a)の斜線部のようであるととし、応力分布が図-5(b)となっているものとする。ここで ηb はフランジ幅の中央点から $\sigma = 0$ となる点までの距離、 δb はフランジ幅の中央点から弾性限界となる点までの距離を表す。この図-5(b)の応力分布、すなわち図-3、図-4の④の応力分布を仮定するとき、この断面に生じている m 、 w について、 δ 及び η を用いた次式のような関係式を導くことができる。

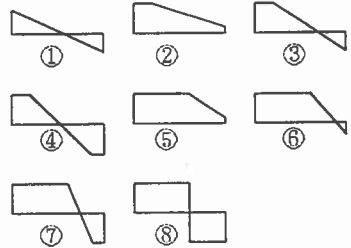


図-3 フランジの応力分布

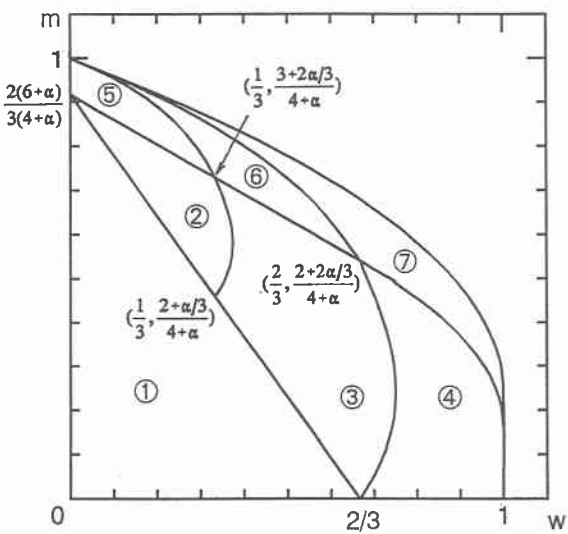


図-4 m - w 相関曲線

$$m = \frac{1}{M_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_M y dA = \frac{4\eta}{4+\alpha} \left\{ 2 + \frac{\alpha}{6(\eta+\delta)} \right\} \quad (4a, b)$$

$$w = \frac{h}{W_0} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_w z dA_f = 1 - \frac{4}{3}\delta^2 - \frac{8}{3}\delta\eta - \frac{16}{3}\eta^2$$

ここで、 dA :微小断面積、 dA_f :フランジの微小断面積である。

式(4)において $\delta=0$ と置くとき、すなわちフランジ中央部の応力 σ が $\sigma=\sigma_v$ となると、図-4における領域の④と⑦の境界をなす。したがって式(4)に $\delta=0$ を代入し、 η を消去して m と w の関係式を導くと次式を得ることができる。

$$w = 1 - \frac{1}{12} \{ (4+\alpha)m - \frac{2}{3}\alpha \}^2 \quad (5)$$

これが④と⑦の境界線の式である。同様に③と④の境界線は、フランジ右側縁応力が σ_v に等しいという条件すなわち

$$\frac{1/2 - \eta}{\eta + \delta} = 1 \quad (6)$$

を用いて式(4)に代入し、 δ 、 η を消去して m 、 w の式を求めることによって得られる。他の領域の境界線に関しても同様である。

数値解析では、はり軸方向に要素分割し、要素両端の断面力を平均化した値から m 、 w を得、式(4)を用いて δ 、 η を求めることによりその要素における弾塑性境界(図-5)を得ることができる。④以外の領域についても同様にして m 、 w と δ 、 η の関係式を導き、弾塑性境界を求めることが可能である。1つの要素内では δ 、 η は一定値をとるものとし、仮定(3)より全断面のうち、弾性範囲内の断面定数すなわち断面2次モーメント I 、純ねじり定数 J_T 、曲げねじり定数 C_w を計算することにより、その要素の剛性を得る。

3. 数値計算例

曲げモーメントと曲げねじりモーメントによるI形断面部材の塑性域の広がりを調べるため、図-6に示すような片持ちばりの自由端に一定鉛直荷重 P と増加するねじり荷重 T を載荷し、荷重増分法による数値計算を行った。塑性域が広がることにより、 I 、 J_T 、 C_w は減少してゆくが、一例として図-4④の領域に達したときの C_w の変化の様子を表したものが図-7である。 δ 、 $\delta+2\eta$ 軸はフランジの弾性範囲内の長さに関するパラメータである(図-5(a))。その他の領域に関しても同様に断面定数を求める図を作成し、曲げ剛性、純ねじり剛性、曲げねじり剛性を荷重を増分させる毎に求めている。

図-8は固定端部で全塑性状態に達したときの塑性域の広がりを表している。フランジにおける塑性域の広がりは、

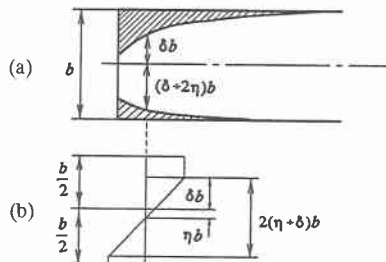


図-5 フランジの塑性域の広がり

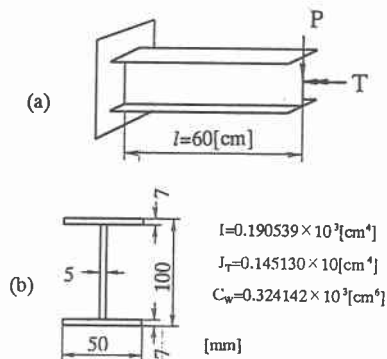


図-6 計算モデル

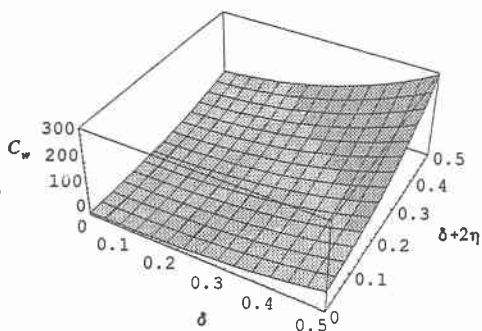


図-7 曲げねじり定数 C_w

圧縮による塑性域と引張りによる塑性域がフランジの中心線に関して非対称となっている。これはねじり荷重のみが作用する場合、圧縮側と引張り側で対称となるが、鉛直荷重による曲げモーメントによりフランジ面内に引張力が加わることで、圧縮側が減少し、引張り側が増加したためである。図-9は載荷点におけるねじり荷重とねじり角の関係を表したものである。点線は塑性ヒンジが生じるまで部材の剛性が変化しないとした線形解、実線は本解析法による解である。実線の荷重変位曲線は、塑性域の広がりによる非線形性が表れていることが示されている。

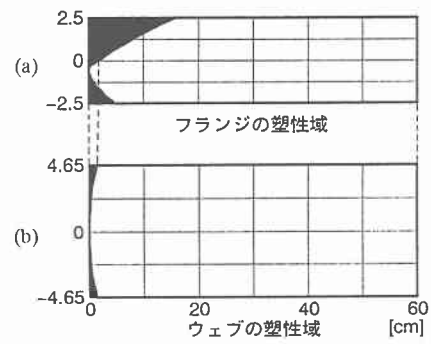


図-8 崩壊時における塑性域の広がり

4. あとがき

薄肉 I 形断面部材の曲げねじりを考慮した塑性域の広がりを求める解析を行った。本解析法によれば、塑性域の広がり、はりの要素内における断面力すなわち曲げモーメントと曲げねじりモーメントから、式(4)により弾塑性境界を表すパラメータ δ 、 η を計算することにより得ることができる。このため有限要素法に見られるような要素一つ一つの降伏判定は行っていない。従って計算機内に要する記憶容量や計算時間の面で有利である。今後の課題としては、ひずみ硬化の影響を考慮した解析や、I 形以外の断面をもつ部材に対する解析を行うことが挙げられる。

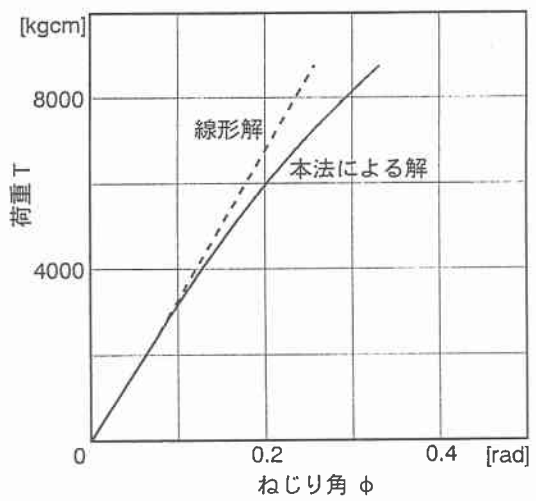


図-9 荷重変位曲線

参考文献

- 1) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針、1975
- 2) W. F. Chen and S. Toma : Advanced Analysis of Steel Frames、CRC Press、1993.
- 3) 成行義文、平尾潔、児島弘行：等価曲率を用いた平面骨組の一弾塑性解析、徳島大学工学部研究報告、第29号、pp. 1-13、1984.
- 4) 平沢秀之、林川俊郎、佐藤浩一：断面 2 次モーメントの減少を考慮した骨組構造の非線形解析、土木学会北海道支部論文報告集、第50号、pp. 16-19、1994.
- 5) 林川俊郎：曲線格子桁の塑性崩壊荷重の計算法と実験、構造工学論文集 Vol. 39A、pp. 1121-1134、1993.