

V-38

有限要素法を用いた空気型枠の解析

北海道大学工学部 学生員 佐々木 理文
 北海道大学工学部 正 員 上田 多門
 北海道大学工学部 正 員 角田 與史雄
 清水建設株式会社 正 員 小野 定
 清水建設株式会社 正 員 小野 武彦

1. はじめに

土木作業現場においてコンクリートの打設時における型枠の設置が、その重さゆえに安全性の確保、省力化の推進上問題となっている。また、NATM工法では、モルタル吹き付けコンクリートの粉塵による人体の影響も問題視されている。そこで、このような問題の解決方法として型枠として、エアマット（以下、空気型枠）をコンクリート打設時の型枠として使用する方法が考えられる。

空気型枠は図-1のように、ナイロン布、またはそれを数層に積層した膜を上下の外皮として、それを落とし糸で結び付けたものである。この落とし糸によって、空気型枠の形状が維持される構造になっている。

現在まで、空気型枠に関する研究は数多くされてきたが、解析できるものが境界条件で限られており、この問題を解決するために有限要素法を用いた解析を試みた。有限要素法を用いた空気型枠の研究としては、空気型枠のせん断変形の影響が大きいことから空気型枠をエアビームとしてモデル化し、Timoshenko梁としての有限要素法による研究がある¹⁾。本論文では、これらの研究を参考にしながら、梁ではなく板として解析するために、空気型枠をMindlin板としてモデル化し、有限要素法での解析を試みた。

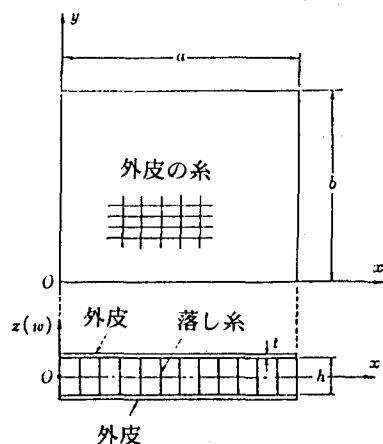


図-1 空気型枠

2. 空気型枠の基礎微分方程式

空気型枠についての断面力については林、赤坂等²⁾によると以下の通りである（図-2、図-3参照）。

$$M_x = -\frac{h^2}{2} \left(C_x \frac{\partial \alpha}{\partial x} + C_{xy} \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$M_y = -\frac{h^2}{2} \left(C_{xy} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + C_y \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$M_{xy} = -\frac{h^2}{2} C_y \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$Q_x = p h \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \alpha \right) \quad (4)$$

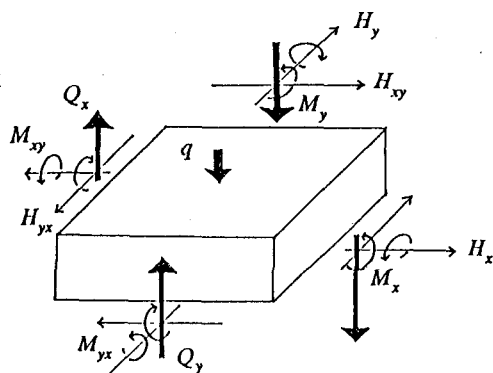


図-2 断面力の方角の定義

Analysis of Airmat as Formworks of Concrete with Finite Element Method. By Masafumi Sasaki, Tamon Ueda, Yoshio Kakuta, Sadamu Ono and Takehiko Ono

$$Q_y = p h \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \beta \right) \quad (5)$$

$$\text{ここに、} C_x = \frac{E_x t}{1 - \nu_x \nu_y} \quad (6) \quad C_y = \frac{E_y t}{1 - \nu_x \nu_y} \quad (7)$$

$$C_{xy} = C_{yx} = \frac{\nu_y E_x t}{1 - \nu_x \nu_y} \quad (8) \quad C_g = G t \quad (9)$$

ここで、 E_x 、 E_y 、 G 、 ν_x 、 ν_y 、 t 、 p 、 h はそれぞれ外皮としての膜のヤング係数、せん断弾性係数、ポアソン比、膜の厚さ、および、空気型枠の内圧、高さである。

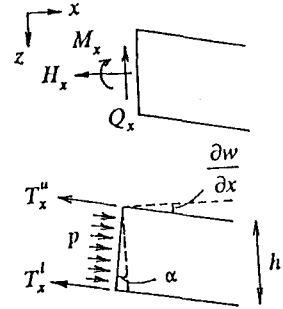


図-3 α の定義

3. Mindlin板理論

Mindlin板の断面力は以下のように表される。(図-4 参照)

$$M_x = - \left(D \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \nu D \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) \quad (10)$$

$$M_y = - \left(\nu D \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + D \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) \quad (11)$$

$$M_{xy} = - \frac{(1-\nu)}{2} D \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \right) \quad (12)$$

$$Q_x = S \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \right) \quad (13)$$

$$Q_y = S \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \right) \quad (14)$$

$$\text{ここに、} D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (15), \quad S = \frac{E t}{2.4(1+\nu)} \quad (16)$$

である。ここで、 E 、 t 、 ν 、はそれぞれヤング係数、板の厚さ、ポアソン比を表している。

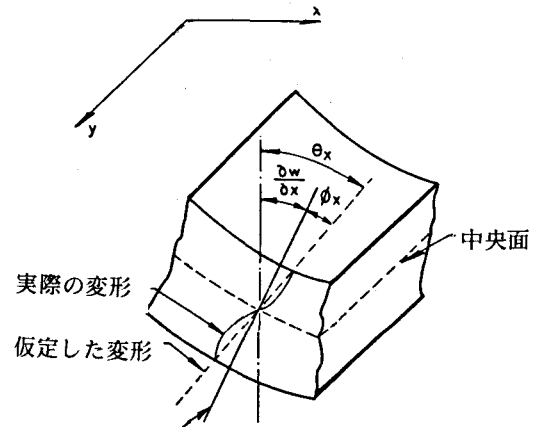


図-4 θ_x の定義

4. 数値計算結果

4-1 空気型枠のMindlin板へのモデル化

$\alpha = \theta_x$ $\beta = \theta_y$ とすると、 $C_x = C_y$ のとき式(1)、(2)、(3)、(4)、(5)と式(10)、(11)、(12)、(13)、(14)より $D = \frac{h^2}{2} C_x$ 、 $\nu D = \frac{h^2}{2} C_{xy}$ 、 $\frac{(1-\nu)}{2} D = \frac{h^2}{2} C_g$ 、 $S = p h$ 、と置くことによって空気型枠をMindlin板としてのモデル化ができる事が分かる。

4-2 計算例

ここでは、数値計算例として、等分布荷重を受ける四辺単純支持の空気型枠を取り上げ、分割数による中央部のたわみの収束性の検討および空気型枠の理論値との比較を試みた。プログラムの作成にあたってはMindlin板の有限要素プログラムを参考とした³⁾。数値計算に用いる値は次の通りである。空気型枠の大きさを $a \times b = 90\text{cm} \times 180\text{cm}$ 、高さ $h = 20\text{cm}$ 、膜のヤング係数 $E_x = E_y = 25065\text{N/cm}^2$ 、膜のせん断弾性係数 $G = 7328\text{N/cm}^2$ 、膜の厚さ $t = 20.0\text{cm}$ 、ポアソン比 $\nu_x = \nu_y = 0.5$ 、単位面積当たりの荷重 $q = 0.00194\text{MPa}$

4-3 たわみの収束性

分割数による空気型枠の中央部のたわみの値の変化は表-1の通りである。板の4分の1の領域を計算した。境界条件は図-6に示すとおりである。また内圧による変化を見るため、 $p=0.0294\text{MPa}$ 、 $p=0.049\text{MPa}$ の2通り計算した。この結果から分割数が18分割以上になるとたわみの値は一定の値となることが分かる。このことから分割数を18分割以上とすることで妥当な値が得られる考えられる。

表-1

	2分割	8分割	18分割	32分割
$p=0.0294\text{MPa}$	3.273cm	3.264cm	3.265cm	3.265cm
$p=0.049\text{MPa}$	2.101cm	2.096cm	2.097cm	2.097cm

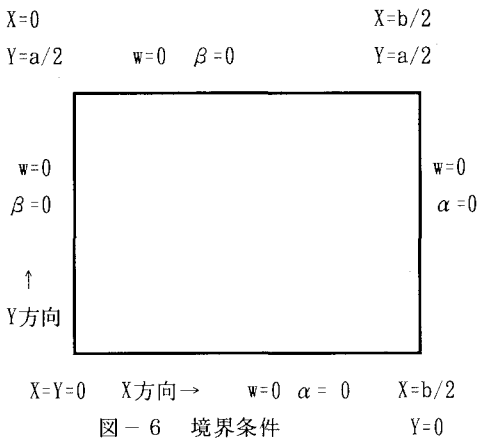


図-6 境界条件

4-4 理論値との比較

理論値との比較には、すでに中村⁴⁾が求めた計算値を理論値として使用し有限要素法による解析値（表中では「F.E.M」と示す）との比較を行う（表-2）。分割数は18分割で内圧、 $p=0.0294\text{MPa}$ 、 $p=0.049\text{MPa}$ の2通りで計算した。この表から、各点において良い解が得られている事が分かる。

表-2 (Y=90cmの地点でXの値を変化させた)

		X=15cm	X=30cm	X=45cm	X=60cm	X=75cm	X=90cm
$p=0.0294\text{MPa}$	理論値	1.370cm	2.233cm	2.756cm	3.060cm	3.217cm	3.265cm
	F.E.M	1.370cm	2.232cm	2.756cm	3.060cm	3.217cm	3.265cm
$p=0.049\text{MPa}$	理論値	0.866cm	1.420cm	1.760cm	1.960cm	2.065cm	2.097cm
	F.E.M	0.865cm	1.419cm	1.760cm	1.960cm	2.064cm	2.097cm

4-5 実験値との比較

実験値との比較には、すでに中村⁴⁾が行った部分荷重の実験の結果を実験値として採用した。この実験では荷重の載荷方法は、コンクリートブロックを載せて部分荷重としたので、空気型枠に比べて剛性の大きいコンクリートブロックの影響を受けていると、考えられる。また、四隅が浮き上がったというのが観測されたので、この影響を考慮して有限要素法で求めた結果と、理論値、そして解析値と比較してを表したグラフが、図-7、図-8である。なお、計算に使用した値は4-2の計算例の所で使用した値であり、内圧は $p=0.0294\text{MPa}$ 、 $p=0.049\text{MPa}$ の二通りとし、荷重の値は $q=0.0163\text{MPa}$ で中心部に30cm×30cmの大きさの部分荷重

とした。これらのグラフから、内圧 $p=0,0294\text{MPa}$ の時は、コンクリートブロックの影響を考慮して求めた解析値は、この影響を考慮していない理論値に比べ、実験値に近い値を与えていることが分かるが、内圧が高い $p=0,049\text{MPa}$ の時はF.E.Mによる解は $p=0,0294\text{MPa}$ の時ほどは、よい値を与えていない。ただ、理論値よりは実験値に近い傾向の値を与えていることが分かる。

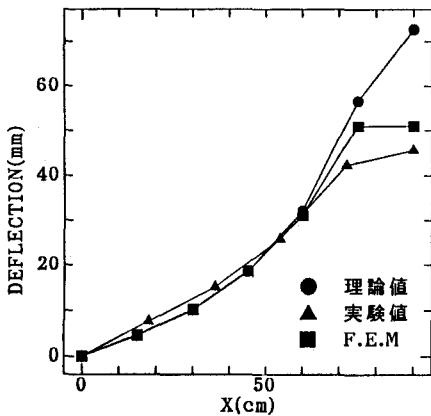


図-7 内圧 0,0294MPaの場合

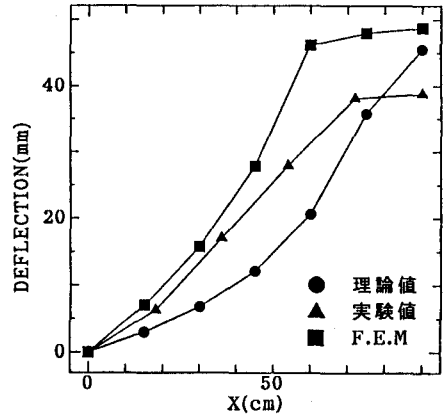


図-8 内圧 0.049MPaの場合

5. まとめ

(1) 本論文で、空気型枠をMindlin板とモデル化する事によって、有限要素法で解析することを試みたが計算結果は、非常に理論値と近い値が得られたことから、この有限要素解析の適用性が証明されたと思われる。また、たわみの値も、分割数を18以上とることによって一定となることから、収束性の妥当性も証明できた。

(2) 4-5から、内圧が小さい時は、载荷の方法が空気型枠のたわみの値に、かなりの影響を与えていることが分かるが、しかし、このことも4-5で示したように、考慮して有限要素法で計算すると、実験値に近い値を得ることができることが分かった。しかし、内圧が高くなると、何らかの理由で内圧の低いときほどは良好な解は与えないが、たわみの傾向は良く表している。

【参考文献】

- 1) 林川 俊郎、中村 範一：せん断変形を考慮したエアビームの曲げ解析、土木学会北海道支部論文報告集、第49号、pp1-4、1993
- 2) 林 毅、赤坂 隆他：軽構造の理論とその応用（下）、日本科学技術連盟、1966.
- 3) E HINTON、J OWEN：有限要素プログラム、丸善、1979
- 4) 中村 敦：空気型枠の変形に関する研究、北海道大学工学部提出卒業論文、1993