

IV-15

AHP手法における重要度の調整に関する研究

北海道稚内商工高等学校 正員 佐藤 信哉
北海道大学 正員 佐藤 馨一

1. 本研究の概要

土木計画において代替案を評価するための有効な手法としてAHP手法がある。AHP手法は評価項目の重要度と評価項目から見た代替案の重要度の積の総和をもって総合評価（総合得点）とする手法である。

これに対し、代替案の総合評価（総合得点）が事前に与えられ、後からその評価構造を明確にしたい場合がある。

本研究は事前に総合評価（総合得点）が与えられている場合に、AHPの階層構造を用いてその評価構造を明確にするため、総合得点から評価項目の重要度を求める手法を提案するものである。評価項目の重要度を求めるため、ニューラルネットワークの教師付き学習法である逆伝搬法の適用を試みる。さらに適用した手法によるシミュレーションを行う。

2. AHP手法の概略

AHP手法を使って代替案の比較・評価を行うには、まず、問題の要素を、最終目標、評価項目、代替案の関係でとらえて、階層構造を作る。そして最終目標からみて一対比較を行うことにより評価項目の重要度を求め、次に各評価項目からみて一対比較を行うことにより代替案の重要度を求める。そして評価項目の重要度と代替案の重要度の積をとることにより最終目標からみた代替案の総合得点を求める。

評価項目 i の重要度を w_i 、評価項目 i に対する代替案 p の重要度を x_{ip} とすると、代替案 p の総合得点 u_p は次式で表される。

$$u_p = \sum_i w_i \cdot x_{ip} \quad (1)$$

3. 逆伝搬法（バックプロパゲーション）について

逆伝搬法（以下BP法と略す）は図1のような中間層を有する階層型ニューラルネットに対する学習則であり、出力層に教師信号を与えることにより素子間の結合荷重が調整される。

①一般化デルタルール

BP法の学習則はパーセプトロンの学習則を一般化したもので一般化デルタルールと呼ばれる。

図1に示すような、いくつかの中間層をもつ多層の階層型ネットワークを考える。

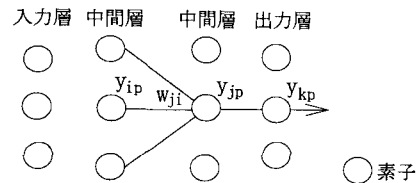


図1 階層型ネットワーク

どの素子も1つ前の層からのみ入力を受け、次の層へのみ出力を送るものとする。

入力層からパターン p を提示したときの素子 j への入力値の総和 u_{jp} は、1つ前の層の素子 i の出力値 y_{ip} を入力値として受け、それに結合荷重 w_{ji} をかけたものの総和であり、次式で表される。

$$u_{jp} = \sum_i w_{ji} \cdot y_{ip} \quad (2)$$

w_{ji} : 1つ前の層の素子 i の出力値 y_{ip} と素子 j の結合荷重

そして、素子 j の出力 y_{jp} は入力の総和に単調増加関数 f を施したもので表される。

$$y_{jp} = f(u_{jp}) \quad (3)$$

この関数 f としてシグモイド関数がよく用いられるが、本研究ではAHPの計算式を当てはめると

め次の線形関数を用いる。

$$f(u_{jp}) = u_{jp} \quad (4)$$

$\hat{y}_{jp}$ を入力層からパターン p を提示したとき素子 j が出すべき望ましい出力、 y_{jp} をそのときの素子 j の実際の出力としたとき、ネットワークの評価関数として次のような誤差関数を考える。

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_j (y_{jp} - \hat{y}_{jp})^2 \quad (5)$$

E_p : 入力層からパターン p が提示されたときの誤差関数

ここで、誤差関数 E_p を結合荷重 w_{ji} に関して最小化することを考えると、結合荷重 w_{ji} の変化量 Δw_{ji} は

$$\Delta w_{ji} = -\alpha \frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} \quad (\alpha > 0) \quad (6)$$

となり、合成関数の微分公式により、

$$\frac{\partial E_p}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial E_p}{\partial y_{jp}} \cdot \frac{dy_{jp}}{du_{jp}} \cdot \frac{\partial u_{jp}}{\partial w_{ji}} \quad (7)$$

と展開できる。式(2)、(3)を微分して代入すれば、

$$\frac{dy_{jp}}{du_{jp}} = f'(u_{jp}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_{jp}}{\partial w_{ji}} = y_{ip} \quad (9)$$

であるので、式(6)は

$$\Delta w_{ji} = -\alpha \frac{\partial E_p}{\partial y_{jp}} f'(u_{jp}) y_{ip} \quad (10)$$

となる。

②BP法のアロリズム

図1のようなネットワークの中間層に対して学習則を導こうとしたとき、式(10)の $\partial E_p / \partial y_{jp}$ の値はすぐに求めることはできないので、この微分値を出力層より逆向きに順々に計算してゆく。すなわち、ある層の素子 j の $\partial E_p / \partial y_{jp}$ の計算は、次の層の素子 k の $\partial E_p / \partial y_{kp}$ を用いて

$$\frac{\partial E_p}{\partial y_{jp}} = \frac{\partial E_p}{\partial y_{kp}} \cdot \frac{dy_{kp}}{du_{kp}} \cdot \frac{\partial u_{kp}}{\partial y_{jp}} \quad (11)$$

と展開することができる。式(2)より

$$\frac{\partial u_{kp}}{\partial y_{jp}} = w_{kj} \quad (12)$$

式(12)と式(7)を代入すれば式(11)は

$$\frac{\partial E_p}{\partial y_{jp}} = \frac{\partial E_p}{\partial y_{kp}} f'(u_{kp}) w_{kj} \quad (13)$$

となる。

以上の計算式を用いて、結合荷重に変化量を加えて、結合荷重の値を変化させ、誤差 E_p の値が小さくなるようにする。これがBP法のアルゴリズムである。

4. AHP階層へのBP法学習則の適用

式(1)、(2)より、AHPの総合得点の計算式とBP法によるの素子の計算式は同形のものである。よって、AHPの階層を素子とみなしてニューラルネットで表すことが可能であり、AHP手法にBP法の学習則を適用することができる。

適用にあたっては次の点に留意する。

- ・AHPの階層をニューラルネットで表す場合、AHPの最終目標と評価項目の階層数を合わせたものがニューラルネットの階層数になる。

- ・AHPの階層をニューラルネットに当てはめる場合、AHP階層の最上部である最終目標を出力層に合わせ、評価項目の最下部を入力層に合わせる。評価項目の階層数が1つの場合は中間層は存在しない。

- ・ニューラルネットの素子の数は出力層が最終目標の数と同じで1つであり、中間層、入力層の素子の数は評価項目の数と同じである。

- ・ニューラルネットの素子間の結合関係に関してはAHP階層の結合関係をそのまま反映させる。

- ・AHPの評価項目の重要度は中間層、出力層において前層の素子との結合荷重として用いる。

・ AHP の代替案の重要度は入力層の素子に提示されるパターンの値つまり入力値となる。また、線形関数を用いているので入力層の素子を入力値と出力値は同じである。

・ 中間層、出力層の素子についても、線形関数を用いているので、入力値の総和と出力値は同じである。

以上の留意点を踏まえた上で適用例を次に示す。

① 2 階層の場合

図 2 は AHP 階層を表したものであり、最終目標と評価項目の階層の合計が 2 の場合の例である。

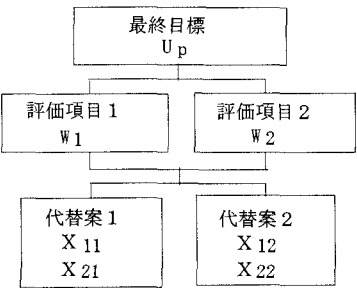


図 2 AHP 階層図 (その 1)

ここで

- u_p : 代替案 p の総合得点 ($p=1, 2$)
- w_i : 評価項目 i の重要度 ($i=1, 2$)
- x_{ip} : 評価項目 i についての代替案 p の重要度

図 3 は図 2 の AHP 階層をニューラルネットで表したものである。図中において各素子を入力値の総和と出力値は同値であるので同じ記号を用いる。

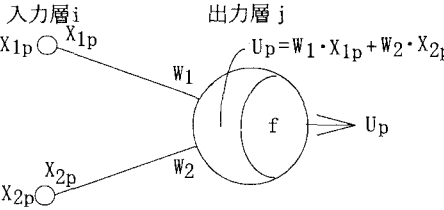


図 3 2 階層ニューラルネットワーク

前述の式を用いると、この場合の結合荷重の変化量つまり評価項目 i の重要度の変化量 Δw_i は次のようになる。

$$\Delta w_i = \alpha(T_p - U_p) x_{ip} \quad (14)$$

ここで

T_p : 代替案 p の総合得点 (教師信号)

ニューラルネットの出力値に教師信号を与えることにより結合荷重の値が学習される。ここで教師信号として総合得点を与えることにより、AHP における評価項目の重要度が調整される。

② 3 階層の場合

図 3 は AHP 階層を表したものであり、最終目標と評価項目の階層の合計が 3 の場合の例である。

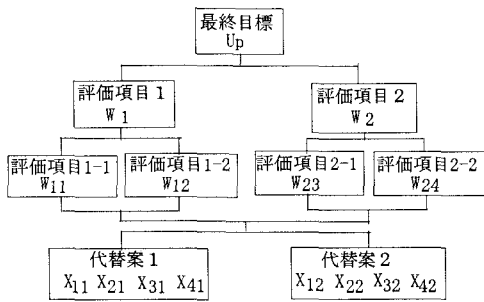


図 4 AHP 階層図 (その 2)

ここで

- u_p : 代替案 p の総合得点 ($p=1, 2$)
- w_j : 評価項目 j の重要度 ($j=1, 2$)
- w_{ji} : 評価項目 j と結合している評価項目 $j-i$ の重要度 ($i=1, 2, 3, 4$)
- x_{ip} : 評価項目 $j-i$ についての代替案 p の重要度

図 5 は図 4 の AHP 階層をニューラルネットで表したものである。図中において各素子を入力値の総和と出力値は同値であるので同じ記号を用いる。

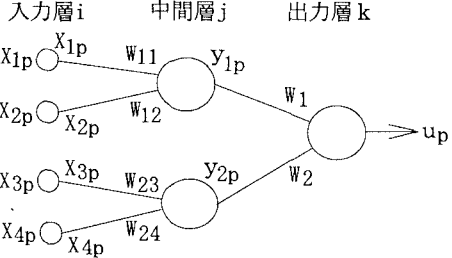


図 5 3 階層のニューラルネットワーク

前述の式を用いると、この場合の結合荷重の変化量つまり評価項目の重要度の変化量はそれぞれ次のようになる。

$$\Delta w_j = \alpha_2(T_p - U_p) y_{jp} \quad (15)$$

$$\Delta w_{ji} = \alpha_1(T_p - U_p) w_j x_{ip} \quad (16)$$

ここで

$$y_{jp} = \sum_i w_{ji} \bullet x_{ip} \quad (17)$$

T_p : 代替案 p の総合得点(教師信号)

5. 評価項目重要度の調整シミュレーション

前述の手法を用いて評価項目の重要度を求めるには次のような手順で行う。

- 1) 評価項目を選出し、仮の重要度を決める。重要度は和が1になるように乱数などを用いて決める。
- 2) 評価項目に基づいて代替案の重要度を求める。これは一対比較などを用いる。
- 3) 求めた重要度をもとに、教師信号として和が1となるように代替案の総合得点を与え、BP法により正しい評価項目の重要度を求める。

表1は以上の手順に従い求めた評価項目の仮の重要度と代替案の重要度を表したものである。

表1 評価項目の仮重要度と代替案の重要度

	評価項目 (仮の重要度)			
	家賃	広さ	買物便	静かさ
	0.228	0.308	0.184	0.280
代替案	代替案の重要度			
住宅1	0.164	0.570	0.131	0.111
住宅2	0.501	0.168	0.433	0.164
住宅3	0.224	0.187	0.370	0.501
住宅4	0.111	0.075	0.066	0.224

表2は仮評価の得点と意志決定者が与える総合得点を表したものである。

表2 代替案の総合得点と総合順位

代替案	仮の得点	総合得点	総合順位
住宅1	0.268	0.350	1
住宅2	0.292	0.250	3
住宅3	0.317	0.300	2
住宅4	0.123	0.100	4

調整された評価項目の重要度を表3に示す。

表3の結果より評価項目の広さ、買物の便、静かさを重視し、家賃を軽視した評価であることがわかる。

表3 評価項目重要度の調整

評価項目 (重要度)			
家賃	広さ	買物の便	静かさ
0.011	0.506	0.298	0.185

他の評価項目の重要度に比べ、家賃の重要度が小さいのでこの評価項目を除いた場合の評価を表4に表す。表4にあるように、評価の変動はない。このように選出した評価項目のうち不要な項目を削減できた。

表4 3項目による総合得点と総合順位

	評価項目 (重要度)				
	広さ	買物	静かさ		
	0.51	0.30	0.19		
代替案	代替案の重要度			総合得点	総合順位
住宅1	0.570	0.131	0.111	0.350	1
住宅2	0.168	0.433	0.164	0.247	3
住宅3	0.187	0.370	0.501	0.302	2
住宅4	0.075	0.066	0.224	0.101	4

6. 本研究のまとめ

本研究は、AHP手法に逆伝搬法の学習則を適用することにより、先に総合得点が決まっている場合に、その総合得点を教師信号として与えることにより評価項目の重要度を求める手法を提案した。この手法により、総合得点から評価構造を明確にすることができるようになった。

7. 参考文献

- [1] 中野馨ら：ニューロコンピュータの基礎、コロナ社、1990
- [2] 中野馨ら：入門と実習ニューロコンピュータ、技術評論社、1989
- [3] 安居院猛ら：ニューラルプログラム、昭晃堂、1993
- [4] 刀根薫：ゲーム感覚意志決定法、日科技連、1989